

УДК 531.1

Ю. В. ЕРМОШЕНКО, кандидат технических наук, В. А. ЗАРУБИНА, аспирант, Иркутский государственный университет путей сообщения, Россия

## О ВЫБОРЕ МЕСТ УСТАНОВКИ УПРАВЛЯЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В АКТИВНЫХ ВИБРОЗАЩИТНЫХ СИСТЕМАХ

Рассмотрена проблема введения активного элемента в виброзащитную систему. В общем случае построение управляемых или активных ВЗС связано с учетом детализированных представлений о том, как будет расположен активный элемент, формирующий управляющее воздействие. Изложены особенности различных вариантов размещения активных элементов.

**В**ведение активного элемента в виброзащитную систему можно рассматривать как минимум с двух позиций. Первая заключается в том, что при наличии математической модели в виде системы дифференциальных уравнений движения активная (или управляющая) сила [1] вводится в правую часть соответствующего уравнения движения. Такая сила может представлять собой известную функцию времени от  $t$ , т. е. рассматриваться в классе возмущающих воздействий или входных сигналов [2, 3]. Вместе с тем, сила может рассматриваться как функция параметров движения (координат, скоростей и ускорений движения) и обеспечивать необходимую трансформацию динамического состояния системы. Наиболее известны пропорциональный, дифференцирующий, интегрирующий, апериодический законы управления, что, в принципе, не отличается от подходов, используемых в теории автоматического управления (П, ПИ, ПИД-регуляторы и т. д.) [4]. В последние годы такой подход развивался как аналитическое конструирование регуляторов, особенно в теории автоматического управления, что позволило выйти на задачи поиска и разработки различных алгоритмов, обеспечивающих оптимальное управление, адаптацию, системы самонастройки и т. д. [5–7]. Приложения таких подходов достаточно широки и позволяют в определенной степени управлять динамическим состоянием сложных механических систем. То есть построение регуляторов позволяет компенсировать долю неопределенности представлений о детальных свойствах объекта, ис-

пользуя адаптивные свойства регуляторов. Отметим, что физическая сущность такого подхода заключается в том, что в механическую систему вводится специальным образом конструируемая сила, которая позволяет движению приобрести определенное качество. Вместе с тем, вопрос о том, как эти взаимодействия с системой будут технически реализованы, часто не рассматривается, хотя форма реализации управляемой силы зависит, существенным образом, от особенностей конструктивно-технических решений и возникающих при этом динамических взаимодействий.

Последнее заключается в соотношении изменений, вносимых в динамическое состояние системы, с обстоятельствами физической (или конструктивно-технической) реализации силового воздействия. Это связано с тем, что для активного элемента нужны две точки опоры, приводящие к появлению дополнительных связей в исходной механической системе.

1 В системах с несколькими степенями свободы существует несколько вариантов размещения активных элементов (или устройств), каждый из которых имеет свои особенности. Это связано с тем, что введение дополнительной связи формирует новые структуры динамического взаимодействия в системе, даже при отсутствии управляющего сигнала. В свою очередь, физическая реализация управляющего воздействия связана с необходимостью выбора для управляемого элемента, как минимум, двух точек опоры. Рассмотрим возможности введения активных элементов в систему с одной степенью свободы (рисунок 1).

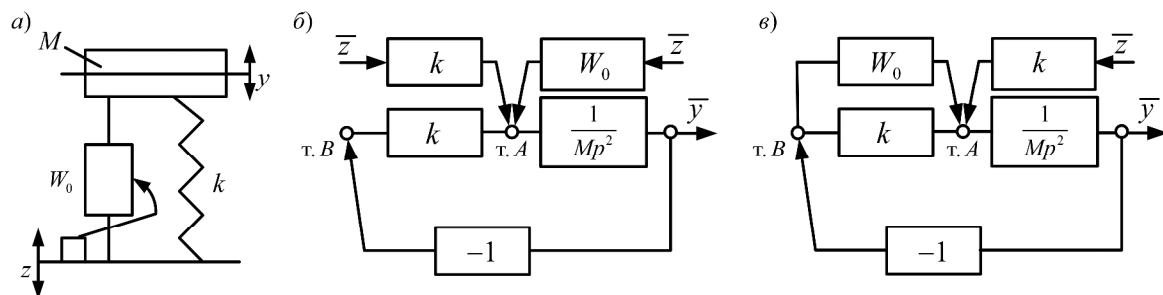


Рисунок 1 – Расчетная схема ВЗС (а) с активным устройством и соответствующие структурные схемы при управлении по возмущению (б, в)

Передаточная функция виброзащитной системы при кинематическом возмущении и отсутствии активного элемента имеет вид

$$W_1 = \frac{\bar{y}}{\bar{z}} = \frac{k}{Mp^2 + k}, \quad (1)$$

а при введении активного элемента с управлением по возмущению – соответственно

$$W_1' = \frac{\bar{y}}{\bar{z}} = \frac{k + W_0}{Mp^2 + k}. \quad (2)$$

Если  $W_0$  пойдет из точки  $B$  в точку  $A$ , получим

$$W_1'' = \frac{\bar{y}}{\bar{z}} = \frac{k + W_0}{Mp^2 + k + W_0}, \quad (3)$$

то есть реализуется управление по относительному отклонению. Если точку  $B$  перенести на неподвижную базу, то

$$W_1''' = \frac{\bar{y}}{\bar{z}} = \frac{k}{Mp^2 + k + W_0}, \quad (4)$$

и мы получим управление по абсолютному отклонению. Таким образом, в системе с одной степенью свободы управление по внешнему возмущению не формируется обычными действиями. Однако если сила, зависящая от  $z$ , вводится без точки опоры (например, реактивная струя или вращение инерционного звена и др.), то можно заранее оценить возможные динамические свойства системы. Пусть

$$W_0 = \frac{a_0 + a_1 p}{b_0 + b_1 p}, \quad (5)$$

что вполне допустимо, учитывая условия отработки низкочастотных вибраций [2]. Тогда

$$W_1' = \frac{\bar{y}}{\bar{z}} = \frac{k + \frac{a_0 + a_1 p}{b_0 + b_1 p}}{Mp^2 + k} = \frac{p(kb_1 + a_1) + a_0 + kb_0}{Mb_1 p^3 + b_0 Mp^2 + b_1 kp + b_0 k}, \quad (6)$$

где  $|W_1'| \rightarrow 0$  при  $p \rightarrow \infty$ ;  $|W_1'| \rightarrow \frac{a_0 + kb_0}{b_0 k}$  при  $p \rightarrow 0$ .

Выражение для амплитудно-частотной характеристики системы в этом случае принимает вид

$$A(\omega) = \sqrt{\frac{(a_0 + kb_0)^2 + \omega^2 (kb_1 + a_1)^2}{[kb_0 - \omega^2 Mb_0]^2 + \omega^2 [kb_1 - \omega^2 Mb_1]^2}}. \quad (7)$$

При использовании управляющего воздействия в форме

$$W_0 = \frac{a_2 p^2}{b_0} \quad (8)$$

получим, что ситуация соответствует введению в систему устройства с преобразованием движения [9]. Дальнейший перебор возможных вариантов можно провести, полагая, что передаточная функция

$$W_0 = \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n}{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_m p^m}, \quad (9)$$

где коэффициенты  $a_i, b_j$  зависят от конструктивных параметров систем ( $j = 1, \bar{m}; i = 1, \bar{n}$ ).

При относительном управлении и использовании (8) получим следующую информацию о динамических свойствах ВЗС:

передаточная функция –

$$W_1' = \frac{\bar{y}}{\bar{z}} = \frac{k + \frac{a_2}{b_0} p^2}{\left(M + \frac{a_2}{b_0}\right) p^2 + k}; \quad (10)$$

частота собственных колебаний –

$$\omega_{\text{соб}}^2 = \frac{k}{M + \frac{a_2}{b_0}} = \frac{b_0 k}{Mb_0 + a_2}; \quad (11)$$

частота динамического гашения –

$$\omega_{\text{дин}}^2 = \frac{b_0 k}{a_2}. \quad (12)$$

При  $\omega \rightarrow \infty$  происходит запираание системы на уровне

$$|W_1'(\infty)| = \frac{a_2}{Mb_0 + a_2}. \quad (13)$$

Семейство амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) для таких систем приведено на рисунке 2.

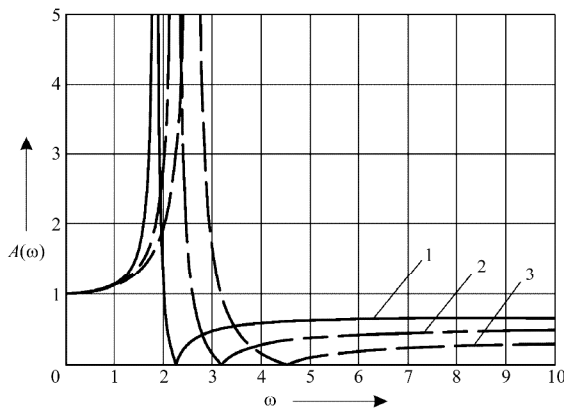


Рисунок 2 – Амплитудно-частотные характеристики системы с передаточной функцией (10) при условиях:  $k = 10, M = 1$ ; кривая 1 –  $a_2/b_0 = 2M$ ; кривая 2 –  $a_2/b_0 = M$ ; кривая 3 –  $a_2/b_0 = 0,5M$

При управлении по абсолютному отклонению и законе  $W_0 = \frac{a_2}{b_0} p^2$  передаточная функция (6) принимает вид

$$W_1' = \frac{b_0 k}{(b_0 M + a_2) p^2 + kb_0}, \quad (14)$$

а частота собственных колебаний – соответственно

$$\omega_{\text{своб}}^2 = \frac{b_0 k}{M b_0 + a_2}. \quad (15)$$

Условия устойчивости при управлении по абсолютному отклонению на основе критериев Рауса-Гурвица имеют вид

$$c_0 = b_0 k, \quad c_1 = b_1 k, \quad c_2 = b_0 M, \quad c_3 = b_1 M \quad (16)$$

$$c_0 > 1, \quad c_1 > 0, \quad c_2 > 0, \quad c_3 > 0. \quad (17)$$

2 Рассмотрим виброзащитную систему с двумя степенями свободы (рисунок 3), в составе которой имеется активный или управляемый элемент. На рисунке 3 через  $W'$  обозначена передаточная функция внутренней (конструктивной) связи, вносимой активной системой, даже при отсутствии сигнала. В данном случае  $W'$  вводится между массами  $m_1$  и  $m_2$ . В простейшем случае  $W'$

соответствует либо упругому звену, либо звену вязкого сопротивления (дифференцирующее звено первого порядка) или их комбинации. Что касается  $W_0$ , то активная связь должна вводиться так, чтобы выполнялось условие «действие вызывает равное противодействие». Хотя последнее условие может быть рассмотрено и с других позиций [8]. Введение  $W'$  и  $W_0$  показано соответствующими цепями на рисунке 3, а, б. Запишем передаточные функции ВЗС по координатам  $y_1$  и  $y_2$  при кинематическом воздействии  $z_1$ :

$$W_2 = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_1} = \frac{(k_1 + W_0)(k_2 + W') - W_0(m_1 p^2 + k_1 + k_2 + W')}{B_0}, \quad (18)$$

$$W_3 = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_1} = \frac{(k_1 + W_0)(m_2 p^2 + k_2 + W' + k_3) - W_0(k_2 + W')}{B_0}, \quad (19)$$

где

$$B_0 = (m_1 p^2 + k_1 + k_2 + W')(m_2 p^2 + k_2 + W' + k_3) - (k_2 + W')^2.$$

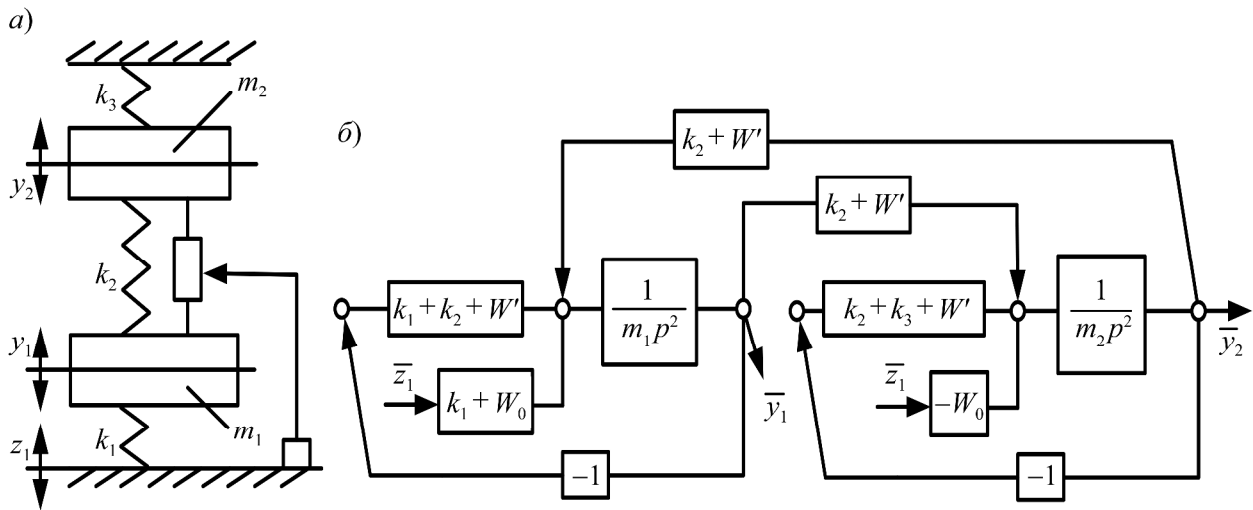


Рисунок 3 – Расчетная (а) и структурная (б) схемы ВЗС с двумя степенями свободы

На рисунке 4 представлены другие варианты расположения активного элемента в ВЗС: на рисунке 4, а исполнительное устройство, создающее управляющую силу, размещено между основанием и массой  $m_2$ ; на рисунке 4, б активный элемент расположен между массой  $m_2$  и неподвижной (условно неподвижной) базой или корпусом; на рисунке 4, в активный элемент размещается между подвижным основанием, как в случае на рисунке 4, а, но соединен с массой  $m_1$ . Структурная схема эквивалентной САУ приведена на рисунке 5, при этом связь по возмущению  $W_0$

выводится на элемент массой  $m_2$ . Передаточные функции ВЗС в этом случае принимают вид

$$W_4 = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_1} = \frac{W_0(m_1 p^2 + k_1 + k_2) + k_1 k_2}{B}, \quad (20)$$

$$W_5 = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_1} = \frac{W_0 k_2 + (m_1 p^2 + k_2 + k_3) k_1}{B}, \quad (21)$$

где

$$B = (m_1 p^2 + k_1 + k_2)(m_2 p^2 + k_2 + k_3) - k_2^2. \quad (21')$$

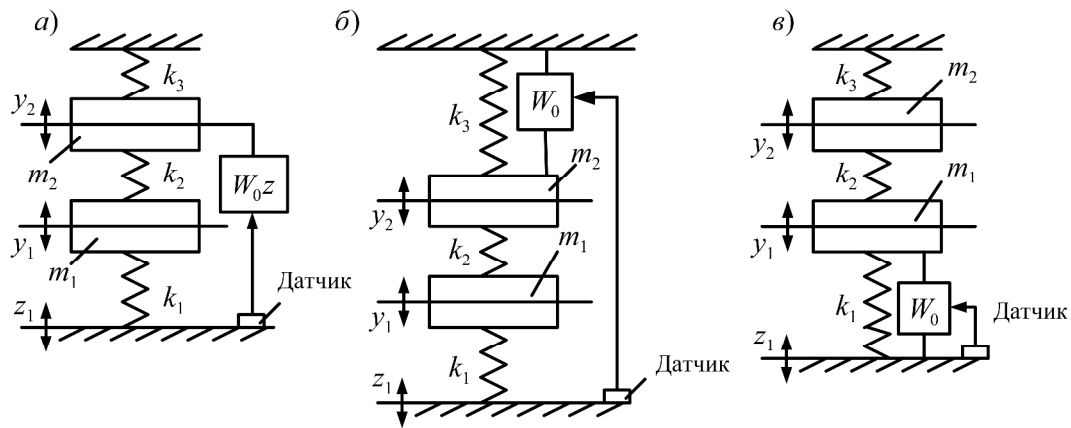


Рисунок 4 – Расчетные схемы ВЗС с различным расположением активных элементов, реализующих управление по возмущению

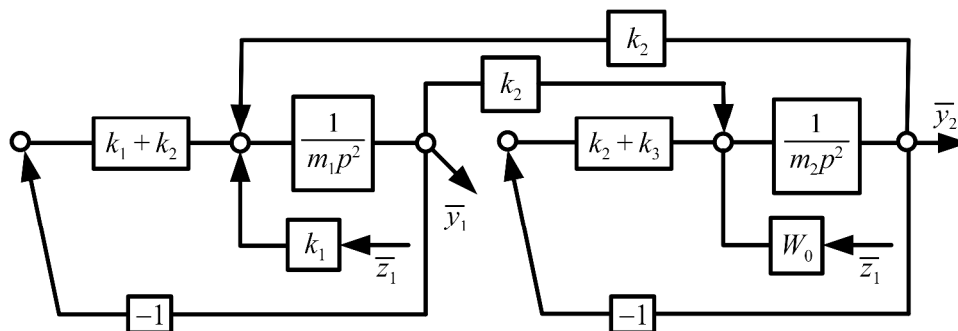


Рисунок 5 – Структурная схема ВЗС с управлением по возмущению 2 для случая (см. рисунок 4, а), когда активный элемент присоединяется к массе  $m_2$

Рассмотрим случай, когда  $W_0$  не опирается на вибрирующее основание (не опирается ни на что, но соответствующая сила создается). В частности можно предполагать, что такой вариант может быть реализован некоторым специальным устройством [1]. Пусть один из вариантов введения управления по возмущению  $z_1$  соответствует случаю, когда активный элемент опирается одним концом на неподвижную опору (рисунок 4, б), а вторым – на элемент массой  $m_2$ . Будем полагать, что при отсутствии управляющего сигнала внутренняя конструктивная связь будет определяться через  $W'$ , как показано на рисунке 6.

Передаточные функции ВЗС в этом случае, определяются выражениями

$$W_6 = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_1} = \frac{W_0(m_1 p^2 + k_1 + k_2) + k_1 k_2}{B_1}, \quad (22)$$

$$W_7 = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_1} = \frac{W_0 k_2 (m_2 p^2 + k_2 + k_3 + W' + W_0) k_1}{B_1}, \quad (23)$$

где

$$B_1 = (m_1 p^2 + k_1 + k_2)(m_2 p^2 + k_2 + k_3 + W' + W_0) - k_2^2. \quad (24)$$

При размещении активного элемента между подвижным основанием и массой  $m_1$ , но с управляющей силой, влияющей на движение массы  $m_2$ , как показано на рисунке 7, передаточные функции принимают другой вид.

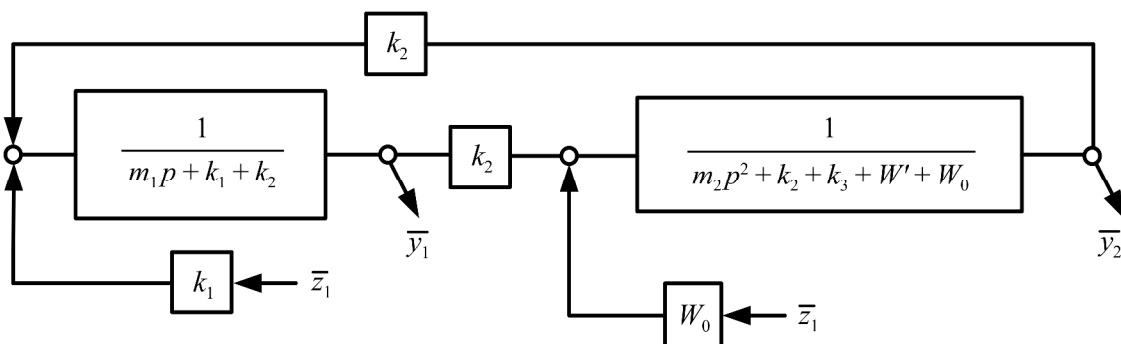


Рисунок 6 – Структурная схема ВЗС, соответствующая расчетной схеме на рисунке 4, б

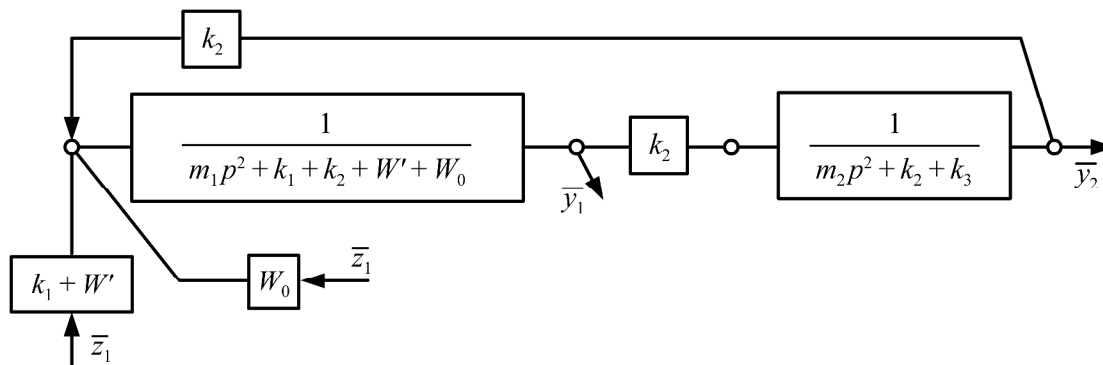


Рисунок 7 – Структурная схема ВЗС с активным элементом по рисунку 4, в

В этом случае

$$W_8 = \frac{\bar{y}_2}{\bar{z}_1} = \frac{k_2(k_1 + W' + W_0)}{B_2}, \quad (25)$$

$$W_9 = \frac{\bar{y}_1}{\bar{z}_1} = \frac{(k_1 + W' + W_0)(m_2 p^2 + k_2 + k_3)}{B_2}, \quad (26)$$

где

$$B_2 = (m_1 p^2 + k_1 + k_2 + W' + W_0)(m_2 p^2 + k_2 + k_3) - k_2^2. \quad (27)$$

Таким образом, если активный элемент опирается одним концом на подвижное основание, а второй конец связан с массой  $m_1$ , то  $W_0$  реализует закон управления по относительному отклонению, как это было показано на примере систем с одной степенью свободы. В общем случае построение управляемых или активных ВЗС связано с учетом детализированных представлений о том, как будет расположен активный элемент, формирующий управляющее воздействие. Если решается абстрактная задача с использованием обычных математических моделей, взятых без конкретной связи с конструктивно-технической схемой, то оценка различий и особенностей в законах управления динамическим состоянием ВЗС будет носить предварительный характер. Если учитывать особенности места расположения активного элемента, то необходимо учитывать появление внутренних конструктивных связей (при сигнале, равном нулю), а также то обстоятельство, что для активного

элемента нужны две точки опоры, поскольку приложение силы сопровождается появлением противодействия. Вместе с тем существуют конструктивные решения, в которых упомянутый эффект принимает специфическую форму, например, при инерционном воздействии, а также некоторых других формах управляющих воздействий.

#### Список литературы

- 1 Колковский, М. З. Автоматическое управление виброзащитными системами / М. З. Колковский. – М. : Наука, 1976. – 319 с.
- 2 Елисеев, С. В. Структурная теория виброзащитных систем / С. В. Елисеев. – Новосибирск : Наука, 1978. – 224 с.
- 3 Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов / С. В. Елисеев [и др.]. – Иркутск : ИГУ, 2008. – 523 с.
- 4 Ким, П. Д. Теория автоматического управления. В 2 т. Т. 1. Линейные системы / П. Д. Ким. – М. : Физматлит, 2003. – 288 с.
- 5 Генкин, М. Д. Методы управляемой виброзащиты машин / М. Д. Генкин, В. Г. Елизов, В. В. Яблонский. – М. : Наука, 1985. – 163 с.
- 6 Генкин, М. Д. Упруго-инерционные виброизолирующие системы. Предельные возможности, оптимальные структуры / М. Д. Генкин, В. М. Рябой. – М. : Наука, 1988. – 191 с.
- 7 Ланнэ, А. А. Оптимальный синтез линейных электрических цепей / А. А. Ланнэ. – М. : Связь, 1969. – 274 с.
- 8 Гальперин, И. Н. Автоматика как односторонняя механика / И. Н. Гальперин. – М. : Машиностроение, 1964. – 240 с.
- 9 Елисеев, С. В. Динамика механических систем с дополнительными связями / С. В. Елисеев, Л. Н. Волков, В. П. Кухаренко. – Новосибирск : Наука, Сиб. отд-е, 1990. – 214 с.

Получено 20.10.2010

**Y. V. Ermoshenko, V. A. Zarubina.** About the choice of installation sites of operated elements in active vibration protection system.

The problem of introduction of an active element in vibration protection system is considered. Generally construction of operated or active vibration protection systems is connected with the account of the detailed representations how the active element forming operating influence will be located. Features of various variants of placing of active elements are stated.