

УДК 51.001.57

Д. Н. ШЕВЧЕНКО, кандидат технических наук, Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

### ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ИЗНОСА ВАЛА

Предложен подход и средства имитационного моделирования (ИМ) параметрических отказов технических систем. Представлен пример создания и исследования имитационной модели для решения известной задачи износа вала. Показаны возможности имитационного моделирования более сложных задач анализа и прогнозирования параметрических отказов.

Одна из первых моделей параметрических (износных) отказов технических объектов была предложена в середине XX века [5]. Впоследствии для некоторых частных случаев и допущений были получены аналитические решения, определяющие основные показатели надежности объектов [4, 6].

Другим известным подходом анализа параметрических отказов является вероятностное физическое моделирование [2], когда деградационный процесс имитируется физическим процессом на электронном стенде с использованием генераторов случайных напряжений, преобразователей (делителей, усилителей), компараторов, счетчиков и других электронных устройств. Однако возможности такого метода ограничены сложностью реализации произвольных моделей деградационных процессов, а также сбора и анализа статистики.

Представляется актуальным использование компьютерного имитационного моделирования (ИМ), которое заключается в воспроизведении во времени процесса параметрического отказа на ЭВМ с учетом всех деградационных процессов и их взаимосвязей. Собрав статистику по множеству реализаций параметрического отказа, можно оценить все интересующие инженера показатели надежности объекта.

Возможности ИМ параметрических отказов проиллюстрируем на нескольких задачах исследования вероятности безотказной работы вала в течение наработки  $t$  по критерию превышения допустимого значения износа  $\Delta R_{max}$ .

**Модель 1.** Рассмотрим задачу износа вала (рисунок 1) при следующих допущениях.

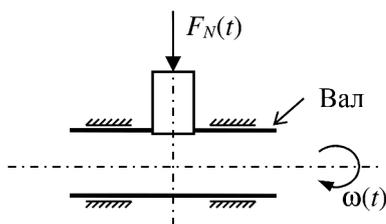


Рисунок 1 – Структурная схема взаимодействия вала и контртела

1.1. Сила взаимодействия вала и контртела постоянна:  $F_N(t) = F_N$ .

1.2. Угловая скорость вращения вала постоянна  $\omega(t) = \omega$ .

1.3. Площадь взаимодействия вала и контртела не изменяется.

В данных условиях величина износа вала  $\Delta R(t)$  прямо пропорциональна времени  $t$ :

$$\Delta R(t) = R(0) - R(t) = V_1 t, \quad (1)$$

где  $V_1$  – «скорость износа», определяемая материалом вала (в том числе, коэффициентом трения), угловой скоростью вала  $\omega$  и силой  $F_N$ ,  $R(t)$  – радиус вала в момент времени  $t$ .

В силу анизотропии материала вала скорость его износа  $V_1$  является случайной величиной с функцией плотности распределения  $f_V(v)$ , тогда процесс износа вала  $\Delta R(t)$  в течение времени  $t$  представляет собой веерный случайный процесс [1] (рисунок 2).

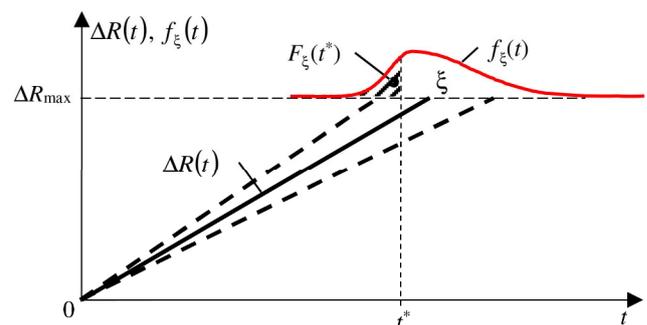


Рисунок 2 – Веерный процесс износа вала

**Аналитическое решение.** Если скорость износа  $V_1$  подчиняется нормальному закону распределения с параметрами  $M[V_1]$  и  $\sigma[V_1]$ , то для модели 1 известно аналитическое решение: наработка до отказа  $\xi$  подчиняется альфа-распределению с функцией [1]

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{M[V_1]x - \Delta R_{\max}}{\sigma[V_1]x}\right), & x > 0; \\ 0, & x \leq 0. \end{cases} \quad (2)$$

Однако для произвольных распределений величины скорости износа  $V_1$  общее аналитическое решение отсутствует или ограничивается значениями лишь некоторых параметров [5]. Еще более затруднено аналитическое решение, когда вышеуказанные допущения модели 1 не выполняются, т. е. на практике.

**Имитационное моделирование.** Альтернативой аналитическому подходу анализа параметрических отказов технических систем может служить ИМ, которое заключается в многократном воспроизведении на ЭВМ случайного процесса износа вала до неработоспособного состояния с последующим анализом статистики о времени безотказной работы.

Основными ограничениями ИМ являются проблемы описания процесса износа на языке компьютерного программирования и сложность реализации алгоритмов постановки и проведения имитационных экспериментов, а также сбора и анализа статистики. Указанные ограничения преодолеваются при использовании специализированных средств автоматизации ИМ.

Для данных исследований в работе предлагается программно-технологический комплекс автоматизации ИМ «СМ-ДЭС» [8]. Концептуальная модель износа вала в СМ-ДЭС представлена на рисунке 3.

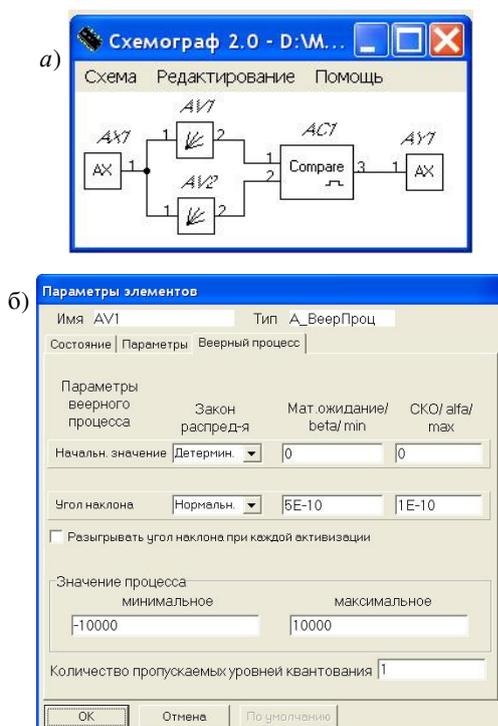


Рисунок 3 – Модель веерного процесса износа вала в СМ-ДЭС

На рисунке 3, а агрегат [8]  
 – AV1 имитирует веерный случайный процесс (1) с заданными вероятностными характеристиками (например, начальное значение износа равно 0, а скорость износа  $V_1$  подчиняется нормальному распределению с параметрами  $M[V_1] = 5 \cdot 10^{-10}$  м/с,  $\sigma[V_1] = 1 \cdot 10^{-10}$  м/с, см. рисунок 3, б);

– AV2 имитирует максимально допустимое значение износа  $\Delta R_{\max}$  (например, 500 мкм);

– AC1 вырабатывает сигнал «логическая единица», если значение сигнала на выходе агрегата AV1 превышает значение сигнала на выходе AV2, что соответствует неработоспособному состоянию вала, и вырабатывает сигнал «логический ноль» в противном случае;

– AX1, AY1 – вспомогательные агрегаты, необходимые для управления ИМ.

На рисунке 4 показаны примеры реализаций веерного процесса (1) износа вала в СМ-ДЭС. При этом фиксировалось время безотказной работы вала. Гистограмма частот полученных значений представлена на рисунке 5, а основные результаты статистического анализа – в таблице 1. В данной таблице также указаны соответствующие аналитические значения показателей надежности.

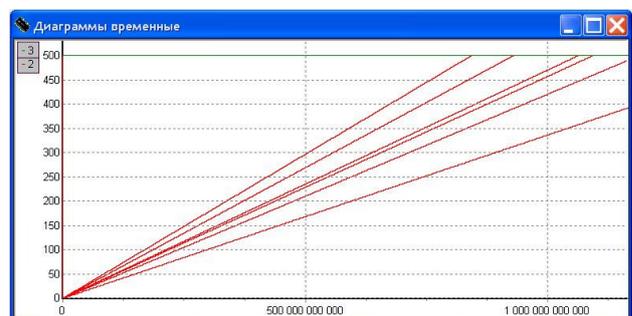


Рисунок 4 – Примеры реализаций веерного процесса износа вала в СМ-ДЭС

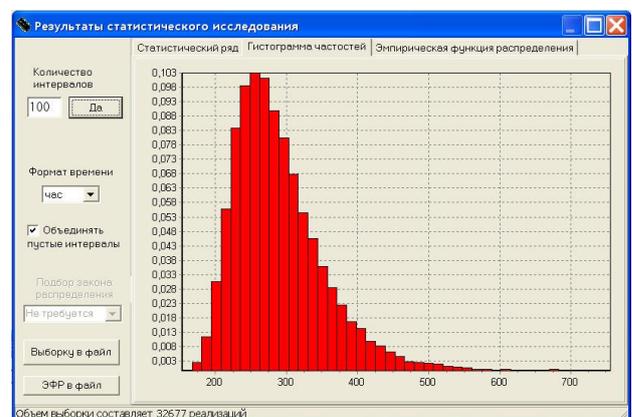


Рисунок 5 – Гистограмма частот времени безотказной работы вала в СМ-ДЭС

Таблица 1 – Сравнение результатов ИМ и аналитического решения

Вероятностная характеристика	Статистическая оценка	Аналитическое значение
Заданная точность статистической оценки средней наработки вала до отказа, % (относительно точечной оценки, для доверительной вероятности 0,95)	0,25 %	Не требуется
Объем выборки реализаций имитационной модели вала до отказа	32677	Не требуется
Время статистического моделирования на ЭВМ Intel Core 2 Duo E7200, минут	16,3	Не требуется
Средняя наработка вала до отказа, час	289,33405	288,89
Стандартное отклонение наработки вала до отказа, час	65,909838	63,83
Вероятность безотказной работы вала в течение 200 часов	0,9750976	0,974079
Вероятность безотказной работы вала в течение 300 часов	0,356107	0,355553

**Модель 2.** Рассмотрим наиболее общую задачу износа вала, приняв следующие допущения.

2.1. Скорость износа вала в момент времени  $t$  пропорциональна кубу силы взаимодействия вала и контртела  $F_N(t)$ , которая в свою очередь изменяется во времени:

$$\frac{dR(t)}{dt} \sim F_N^3(t). \quad (3)$$

2.2. Скорость износа вала в момент времени  $t$  прямо пропорциональна линейной скорости рабочих точек поверхности вала

$$\frac{dR(t)}{dt} \sim V_{\text{лин}}(t) = R(t) \omega(t), \quad (4)$$

а угловая скорость вращения вала  $\omega(t)$  в общем случае изменяется во времени. Примером подобной системы может служить система колесолодка железнодорожного подвижного состава.

В соответствии с (3) и (4) величина износа вала за бесконечно малый интервал времени  $dt \rightarrow 0$  определяется выражением

$$dR(t) = R(t) - R(t + dt) = V_2 F_N^3(t) R(t) \omega(t) dt, \quad (5)$$

где  $V_2$  – «скорость износа», определяемая только материалом вала и контртела (коэффициентом трения). В силу анизотропных свойств материалов  $V_2$  является случайной величиной.

Величина износа вала в интервале времени конечной длины  $(0, t)$  определяется выражением

$$\begin{aligned} \Delta R(t) &= \int_0^t dR(t) = \int_0^t V_2 F_N^3(t) R(t) \omega(t) dt = \\ &= \int_0^t V_2 F_N^3(t) (R(0) - \Delta R(t)) \omega(t) dt. \end{aligned} \quad (6)$$

Определение вероятности безотказной работы и других показателей надежности вала в соответствии с (6) аналитическими методами возможно лишь для некоторых классов случайных процессов  $F_N(t)$  и  $\omega(t)$ , а также распределений случайной величины  $V_2$ . Вместе с тем ИМ является достаточно универсальным методом решения задачи при произвольных закономерностях  $F_N(t)$ ,  $\omega(t)$  и  $V_2$ , а также допущениях 2.1 и 2.2.

Рассмотрим технологию построения и исследования имитационной модели износа вала в пакете СМ-ДЭС для нижеследующих исходных данных. Концептуальная модель износа вала в СМ-ДЭС представлена на рисунке 6.

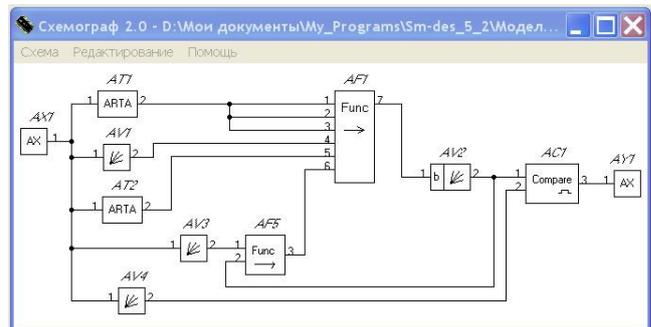


Рисунок 6 – Концептуальная модель износа вала при случайных нагрузках, угловых скоростях и свойствах материала в пакете СМ-ДЭС

На рисунке 6 агрегат [8]:

- AV1 генерирует реализации случайной величины  $V_2$  (например, подчиняющейся логнормальному распределению с  $M[V_2] = 3 \cdot 10^{-10}$  м/с,  $\sigma[V_2] = 1 \cdot 10^{-10}$  м/с, рисунок 7, а);

- AV2 выполняет интегрирование в выражении (6), имитируя веерный случайный процесс с параметром наклона, равным значению сигнала на информационном входе агрегата (начальное состояние случайного процесса равно нулю, рисунок 7, б);

- AV3 задает начальный радиус вала  $R(0)$  (например, 1000 мкм, рисунок 7, в);

- AV4 задает максимально допустимое значение износа  $\Delta R_{\text{max}}$  (например, 300 мкм);

- AT1 моделирует случайный процесс  $F_N(t)$ , характеризующий силу взаимодействия вала и контртела (например, стационарный процесс авторегрессии ARTA второго порядка с экспоненциальным распределением состояний [3], рисунок 7, з);

- AT2 моделирует случайный процесс  $\omega(t)$ , характеризующий угловую скорость вращения вала (например, стационарный процесс авторегрессии второго порядка ARTA с логнормальным распределением состояний, рисунок 7, д);

– AF1 перемножает текущие значения функций в подинтегральном выражении (6);

– AF5 выполняет функциональное преобразование ( $R(0) - \Delta R(t)$ ) в выражении (6) (рисунок 7, e);

– AC1 вырабатывает сигнал «логическая единица», если значение сигнала на выходе агрегата AV2 превышает значение сигнала на выходе AV4, что соответствует неработоспособному состоянию вала, и вырабатывает сигнал «логический ноль» в противном случае;

– AX1, AY1 – вспомогательные агрегаты, необходимые для управления ИМ.

риала в пакете СМ-ДЭС представлены на рисунке 9 и в таблице 2.

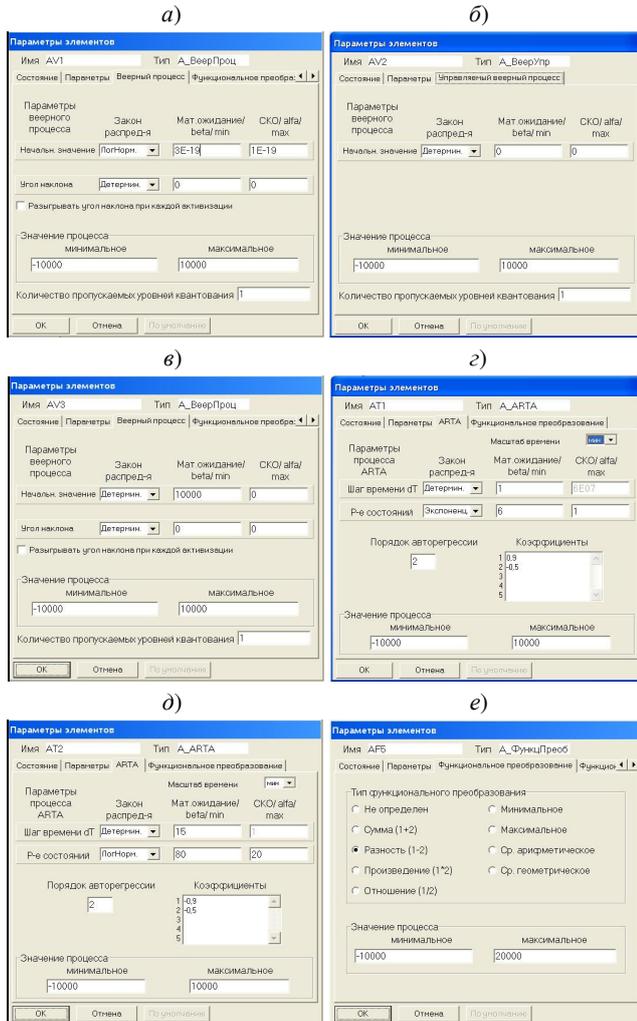


Рисунок 7 – Характеристики агрегатов модели износа вала в СМ-ДЭС

Пример реализации процесса параметрического отказа – износа вала (включая реализации случайных процессов  $F_N(t)$  изменения силы взаимодействия вала и контртела, а также угловой скорости вращения вала  $\omega(t)$ ), полученной средствами визуализации пакета СМ-ДЭС, представлен на рисунке 8.

Результаты статистического моделирования времени безотказной работы вала при случайных нагрузках, угловых скоростях и свойствах мате-

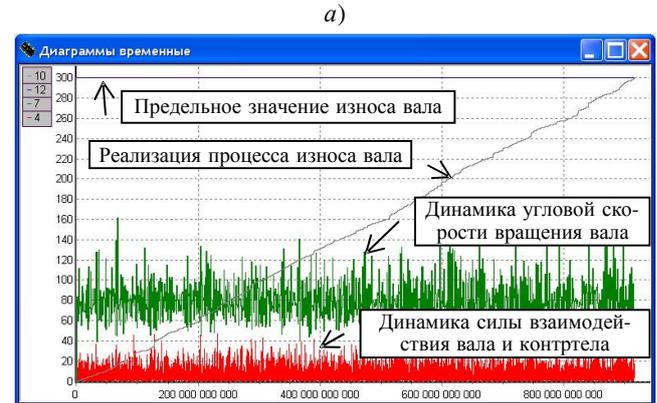


Рисунок 8 – Реализация процесса параметрического отказа вала в пакете СМ-ДЭС:  
а – временная диаграмма;  
б – увеличенный фрагмент временной диаграммы

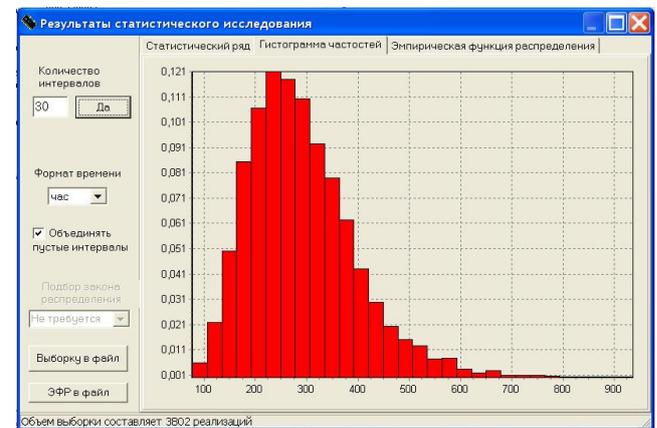


Рисунок 9 – Частотная гистограмма времени безотказной работы вала при случайных нагрузках, угловых скоростях и свойствах материала в пакете СМ-ДЭС

Следует отметить, что аналитическое решение поставленной задачи с целью сопоставления результатов крайне затруднено. Предлагаемый же подход ИМ не имеет принципиальных ограничений ни на вид модели (6), ни на классы случайных процессов  $F_N(t)$  и  $\omega(t)$ . Следует также отметить, что используемые допущения имитационной модели (условия 2.1 и 2.2), могут быть изменены в

соответствии с действительным физическим смыслом решаемой задачи. При этом подход решения задачи останется прежним.

Таблица 2 – Результаты ИМ износа вала при случайных нагрузках, угловых скоростях и свойствах материала в пакете СМ-ДЭС

Вероятностная характеристика	Статистическая оценка	
Заданная точность оценки средней наработки вала до отказа, % (относительно точечной оценки, для доверительной вероятности 0,95)	1,148 %	
Объем выборки реализаций имитационной модели вала до отказа	3802	
Время статистического моделирования на ЭВМ Intel Core 2 Duo E7200	3 ч 24 мин	
Средняя наработка вала до отказа, ч	290,7209	
Стандартное отклонение наработки вала до отказа, ч	104,9559	
Вероятность безотказной работы вала в течение времени, ч	100	0,997107
	120	0,987112
	140	0,967649
	160	0,930037
	180	0,875329
	200	0,805103
	260	0,568122
	300	0,411362
400	0,135192	

**Выводы.** В работе предложен подход моделирования параметрических отказов технических систем, который является развитием вероятностного физического моделирования [2], базирующемся на использовании компьютерной имитационной модели [3]. Кроме того, предложен программно-технологический комплекс и технология автоматизации ИМ параметрических отказов; представлены два примера анализа износа вала с постоянными и случайными режимами работы

Получено 30.03.2010

#### D. N. Shevchenko. Simulation model of the wear-out of the gross.

The offered approach and facility of simulation modeling parametric refusal technical systems. The presented example of the creation and studies to simulation model for decision of the trivial problem of the wear-out of the gross. They are shown possibility of simulation modeling more difficult problems of the analysis and forecastings parametric refusal.

системы вал – контртело (нагрузка, угловая скорость вращения, анизотропия материалов). В сравнении с известными аналитическими моделями решаемых задач ИМ практически не имеет ограничений на характер взаимодействия элементов и режимы эксплуатации исследуемых систем. При этом технология ИМ параметрических отказов применима для широкого класса технических систем, что определяет практическую значимость полученных результатов.

#### Список литературы

- ГОСТ 27.005-97. Надежность в технике. Модели отказов. Основные положения. – Мн. : Госстандарт, 2005. – 15 с.
- Дружинин, Г. В. Надежность автоматизированных систем / Г. В. Дружинин. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Энергия, 1977. – 536 с.
- Кельтон, В. Имитационное моделирование. Классика CS / В. Кельтон, А. Лоу. – 3-е изд. – СПб. : Питер; Киев : Издательская группа ВНУ, 2004. – 847 с.
- Машиностроение. Энциклопедия. Ред. совет: К. В. Фролов (пред.) [и др.]. Надежность машин. Т. IV-3 / В. В. Клюев [и др.] ; под общ. ред. В. В. Клюева. – М. : Машиностроение, 2003. – 592 с.
- Надежность и эффективность в технике : справ. в 10 т. Т. 5: Проектный анализ надежности / под ред. В. И. Патрушева и А. И. Рембезы. – М. : Машиностроение, 1988. – 316 с.
- Проников, А. С. Параметрическая надежность машин / А. С. Проников. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. – 560 с.
- Харин, Ю. С. Математические и компьютерные основы статистического анализа данных и моделирования : учеб. пособие / Ю. С. Харин, В. И. Малюгин, М. С. Абрамович. – Мн. : БГУ, 2008. – 455 с.
- Shevchenko, D. N. Program Technological Complex of a Research of Safety of Electronic Systems / D. N. Shevchenko // Computer Data Analysis and Modeling: Robustness and Computer Intensive Methods: Proc. 6-th International Conference. – Minsk : BSU, 2001. – Vol. 2. – P. 208–213.