УДК 539.3

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ НА ПЕРЕМЕННОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН

Э. И. СТАРОВОЙТОВ
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Исследовано циклическое деформирование несимметричных по толщине упругопластических трехслойных пластин с жестким заполнителем в температурном поле. Кинематические допущения основаны на гипотезе «ломаной» нормали. Деформации малые. На внешний слой пластины действует распределенная силовая нагрузка $p(r)$, $q(r)$ и тепловой поток плотностью q_t. Через $w(r)$, $u(r)$ обозначены прогиб и радиальное перемещение срединной плоскости заполнителя, $\psi(r)$ – дополнительный угол поворота нормали в заполнителе. На торце предполагаем наличие жестких диафрагм. В этом случае перемещения в слоях выражаются через три искомые функции $u(r)$, $\psi(r)$ и $w(r)$, компоненты тензора деформаций следуют из соотношений Коши. Температурное поле в стержне считаем известным.

В случае трехслойной упругопластической пластины, используются физические уравнения состояния теории малых упругопластических деформаций Ильюшина:

$$s_{ij}'^{(k)} = 2G_k(T_k)\, f'^{(k)}(\varepsilon_u^{(k)}, T_k)\, э_{ij}'^{(k)},$$

$$\sigma'^{(k)} = 3K_k(T_k)(\varepsilon'^{(k)} - \alpha_k T_k) \quad (k = 1, 2; \quad i, j = x, y, z).$$

Соответствующая система разрешающих дифференциальных уравнений равновесия будет существенно нелинейной. Для ее решения применим приближенный метод упругих решений. Согласно этому методу она будет иметь итерационный вид:

$$L_2(a_1 u'^{(n)} + a_2 \psi'^{(n)} - a_3 w'^{(n)}_{,r}) = -p' + p_\omega'^{(n-1)},$$
$$L_2(a_2 u'^{(n)} + a_4 \psi'^{(n)} - a_5 w'^{(n)}_{,r}) - 2cG_3 \psi'^{(n)} = h_\omega'^{(n-1)},$$
$$L_3(a_3 u'^{(n)} + a_5 \psi'^{(n)} - a_6 w'^{(n)}_{,r}) = -q' + q_\omega'^{(n-1)}.$$

Здесь n – номер приближения; величины $p_\omega'^{(n-1)}$, $h_\omega'^{(n-1)}$, $q_\omega'^{(n-1)}$ – «дополнительные» внешние нагрузки, учитывающие физическую нелинейность материалов слоев, на первом шаге полагаются равными нулю, а в дальнейшем вычисляются по результатам предыдущего приближения. Решение системы будет

$$\psi'^{(n)} = C_2^{(n)} I_1(\beta r) + \psi_r'^{(n)},$$

$$u'^{(n)} = \frac{a_3}{a_1 a_6 - a_3^2}\left[L_3^{-1}(q' - q_\omega'^{(n-1)}) - \frac{a_6}{a_3} L_2^{-1}(p' - p_\omega'^{(n-1)}) + \left(a_5 - \frac{a_2 a_6}{a_3} \right)\psi'^{(n)} + C_7^{(n)} r \right],$$

$$w'^{(n)} = \frac{1}{b_3}\left[b_2 \left(\frac{C_2^{(n)}}{\beta} I_0(\beta r) + \int \psi_r'^{(n)} dr \right) - \right.$$

$$\left. - \int \left(\frac{a_3}{a_1} L_2^{-1}(p' - p_\omega'^{(n-1)}) - L_3^{-1}(q' - q_\omega'^{(n-1)}) \right) dr + \frac{C_5^{(n)} r^2}{4} + C_4^{(n)} \right]. \quad (5)$$

Здесь $\psi_r'^{(n)}$ – частное решение.

Пусть, начиная со времени $t = t_1$, воздействие температурного поля прекращается, а внешние силы изменяются так, что во всех точках пластически деформируемых областей тела происходит разгрузка и последующее знакопеременное нагружение силами $p''(r)$, $q''(r)$. Температура пластины $T_1(z)$ остается постоянной и равной ее значению перед разгрузкой. Предел пластичности в точках пластины зависит от координаты z и становится равным $\sigma_y''(T_1(z))$. Обозначим соответствующие напряжения, деформации и перемещения через σ_{ij}'', ε_{ij}'', u_i''. Для них физические уравнения состояния запишем следующим образом

$$s_{ij}'' = 2G\text{э}_{ij}''\cdot f''\left(\varepsilon_u'', \varepsilon_1', T_1, a_k''\right), \quad \sigma'' = 3K\varepsilon''.$$

Здесь $f''\left(\varepsilon_u'', \varepsilon_1', T_1, a_k''\right)$ – функция пластичности при повторном знакопеременном нагружении.

Сложность краевой задачи для величин с двумя штрихами заключается в зависимости искомого решения от точки разгрузки (ε_1', σ_1'). Рассмотрим одну возможность уйти от этих трудностей. Для величин перед началом разгрузки сохраним обозначения σ_{ij}', ε_{ij}', u_i'. Следуя Москвитину, введем следующие разности для момента времени $t > t_1$:

$$s_{ij}^* = s_{ij}' - s_{ij}'', \quad \text{э}_{ij}^* = \text{э}_{ij}' - \text{э}_{ij}''.$$

Для величин со звездочками примем уравнения состояния

$$s_{ij}^* = 2G\text{э}_{ij}^*\cdot f^*(\varepsilon_u^*, \varepsilon_1', I_1, a_k^*), \quad \sigma^* = 3K\varepsilon^*,$$

где $f^*(\varepsilon_u^*, \varepsilon_1', T_1, a_k^*)$ – новая универсальная функция, описывающая нелинейность диаграммы деформирования в осях $\sigma^* \sim \varepsilon^*$.

Уравнения равновесия, граничные условия и соотношения Коши для величин $\sigma^*, \varepsilon^*, u^*$ будут подобны, приведенным при нагружении из естественного состояния. Если теперь предположить, что функцию f^* в любой точке кривой деформирования можно приблизить функцией f', т. е. описать таким же аналитическим выражением только с другими параметрами a_k^*, то мы уйдем от зависимости f^* от ε_1':

$$f^* = f'\left(\varepsilon_u^*, T_1, a_k^*\right).$$

Сравнивая соотношения для пластины при нагружении из естественного состояния и соотношения для величин со звездочками отмечаем, что они совпадают с точностью до обозначений. Поэтому, решение краевой задачи для величин со звездочками можно получить из приведенного решения путем некоторых замен. Например, если известно перемещение $u_i' = u_i'(x, \varepsilon_u', \varepsilon_y', T, a_k'),$ то соответствующее перемещение будет $u_i^* = u_i'(x, \varepsilon_u^*, \varepsilon_y^*, T_1, a_k^*),$ а искомое перемещение при повторном знакопеременном нагружении определяется из разностного соотношения: $u_i'' = u_i' - u_i^*$. Полученный результат можно распространить на случай любого n-го циклического нагружения (теорема о циклических нагружениях неоднородных упругопластических тел в температурном поле).

Численные результаты получены для трехслойной пластины – фторопласт-4 – Д16Т. В момент разгрузки (t_1 = 30 мин) и последующего нагружения знакопеременной нагрузкой (p = 0, q = 20 МПа) температура во внешнем несущем слое достигала 510 К, во втором – температура оставалась постоянной – 293 К.

Работа выполнена при финансовой поддержке БР ФФИ (проект № Т20Р-047).