

ции [6, 7]. Как оказалось, движение по линии погони также позволяет придти к этому весьма примечательному свойству. Рассмотрение описанной задачи позволяет совершить любопытный экскурс в историю механики. Ее изучение может быть полезным при изучении курса теоретической механики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 **Яковлев, В. И.** Начала аналитической механики / В. И. Яковлев. – Москва-Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2002. – 352 с.
- 2 **Суслов, Г. К.** Теоретическая механика / Г. К. Суслов. – М.-Л.: Гостехиздат, 1946. – 655 с.
- 3 **Дубко, А. Н.** Линия погони / А.Н. Дубко // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки: междунар. сб. науч. тр. Вып. 1 / Белорус. гос. ун-т. трансп.; под ред. А.О. Шимановского. – Гомель : БелГУТ, 2007. – С. 72-74.
- 4 **Гнэдиг, П.** Двести интригующих физических задач / П. Гнэдиг, Д. Хонеек, И. Райли – М. : Техносфера, 2005. – 272 с.
- 5 **Ясинский, С. А.** Прикладная «золотая» математика и ее приложения в электро-связи / С. А. Ясинский. – М. : Горячая линия-Телеком, 2004. – 239 с.
- 6 **Газале, М.** Гномон. От фараонов до фракталов / М. Газале. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 272 с.
- 7 **Бать, М. К.** Теоретическая механика в примерах и задачах: в 3 т. / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон – 9-е изд. перераб. – М. : Наука, 1990. – Т.1: Статика и кинематика: учеб. пособие для втузов. – 672 с.

Получено 25.04.2007

**ISBN 978-985-468-405-5. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 2. Гомель, 2008**

УДК 531.383

Е. Г. ЛЕВЧУК, С. Г. СТЕПАНЕНКО

*Национальный технический университет Украины –
«Киевский политехнический институт», Киев*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ АНИМАЦИЯ В ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Обсуждается применение информационных технологий в преподавании теоретической механики. Рассмотрены примеры выполнения студентами расчетных работ в Киевском политехническом институте на типовых компьютерных программах в среде Maple. Это позволило визуализировать расчетные схемы в разделе «Статика» и математически анимировать механизмы в разделах «Кинематика» и «Динамика». Авторы предлагают сосредоточить внимание студентов на анализе полученных результатов

исследования движения физических объектов, сэкономить время на расчетах. Развитие глобальные компьютерных сетей и дистанционного образования открывает возможности для привлечения талантливых студентов к научной работе и индивидуальному творчеству.

Вступление. Изучение курса «Теоретическая механика» базируется на широком использовании физических представлений о Вселенной и математических методах дифференциальных и интегральных вычислений, теориях дифференциальных уравнений и векторной алгебры. Это связано с громоздкими математическими расчетами, которые сегодня в значительной мере перекладывают на плечи компьютера. Освободившееся время, выделенное на изучение дисциплины, позволит сосредоточить внимание на задачах и методах механики, применяемых в различных областях машиностроения, развитии логического и алгоритмического мышления, овладении основными исследовательскими приемами в решении прикладных задач, а также уделить больше внимания на развитие навыков самостоятельно ставить и решать разнообразные прикладные задачи методами теоретической механики.

Преподаватели должны помочь студентам овладеть тайнами мастерства: алгоритмами и схемами механизмов, методами и способами математического моделирования. С появлением универсальных математических пакетов *Maple*, *Mathcad*, *Mathematica*, *MatLAB* стало возможным изображать инженерные конструкции в динамике на мониторе компьютера, а также транслировать файлы в *HTML* – формат для общения через *Internet*.

В учебных программах украинских вузов предусмотрено выполнение студентами не более 3 расчетных работ по теоретической механике. Студенты механико-машиностроительного института, на котором работают авторы статьи, получили возможность под руководством преподавателей "*математически анимировать механические модели*".

При выполнении самостоятельной работы каждому студенту предлагается индивидуальное задание, выполнение которого состоит из двух частей:

- *аналитической (классической)*, в которой обучаемый должен получить формулы и выражения, а также произвести некоторые численные расчеты;
- *компьютерной*, в которой используются только аналитические выражения для визуализации схемы и получения численных результатов, производятся анализ и оптимальный подбор геометрических размеров и/или режимов работы.

На кафедре теоретической механики НТУУ "КПИ" разработан алгоритм решения задач механики и составлены типовые программы математической визуализации инженерных конструкций в среде MAPLE.

Поскольку традиционная аналитическая часть расчетных работ приведена во многих учебниках, как иллюстрацию приводим пример только компьютерной части трех работ: расчет *плоской фермы*, *кинематика многозвенного механизма*, *малые колебания* механической системы, которые выполняли

студенты в каждом из 3 семестров.

Статика. Расчет плоской фермы.

Условие. Ферма находится в равновесии под действием внешних сил: $P_1 = 58$ кН; $P_2 = 50$ кН; $P_3 = 85$ кН. Для заданной фермы:

- 1) при помощи аналитического и графического методов определить:
 - *реакции связей* (методами проекций и Вариньона);
 - *внутренние силы во всех стержнях фермы* (диаграмма Максвелла-Кремоны);
 - *внутренние силы в трех стержнях фермы* (метод Риттера);
- 2) при помощи компьютера:
 - *визуализировать математическую модель заданной схемы фермы; фермы, освобожденной от связей;*
 - *рассчитать реакции внешних связей и силы в стержнях;*
 - *спроектировать математическую модель фермы с заданными силами и рассчитанными реакциями связей;*

3) построить диаграмму нагрузок стержней фермы в среде Excel.

Замечание. Растянутые стержни изобразить – *красными*, сжатые – *зелеными*, ненагруженные – *фиолетовыми*.

Типовая программа для расчета фермы в отличие от существующих не требует от студента составления матриц коэффициентов неизвестных и столбца приложенных сил. Она позволяет построить и рассчитать ферму с произвольной конфигурацией и количеством узлов. Студент лишь задает координаты узлов и указывает, между какими узлами находятся стержни, а также проекции внешних сил и узлы, в которых эти силы приложены. После этого появляется возможность наблюдать схему фермы на дисплее компьютера и сравнивать с заданной. Далее расчетчик указывает узлы, к которым приложены связи, и направления реакций связей. Программа производит расчет реакций внешних связей и сил в стержнях автоматически, после того, как проверит ферму на статическую определенность.

Схемы спроектированных ферм показаны на рисунке 1, диаграмма внутренних сил в стержнях – на рисунке 2, а фрагмент программы для расчета фермы приведен на рисунке 3.

Кинематика. Кинематика многозвенного механизма. При изучении раздела теоретической механики «Кинематика» у студентов, прежде всего, возникают затруднения в правильном определении вида и характера движения отдельных звеньев механизмов. Это вызвано отсутствием опыта у студентов младших курсов обобщения наблюдений за работой технических устройств с обязательным анализом их работы, на аудиторных занятиях не всегда существует возможность продемонстрировать инженерные устройства в движении, а в программах теоретической механики отсутствуют лабораторные занятия.

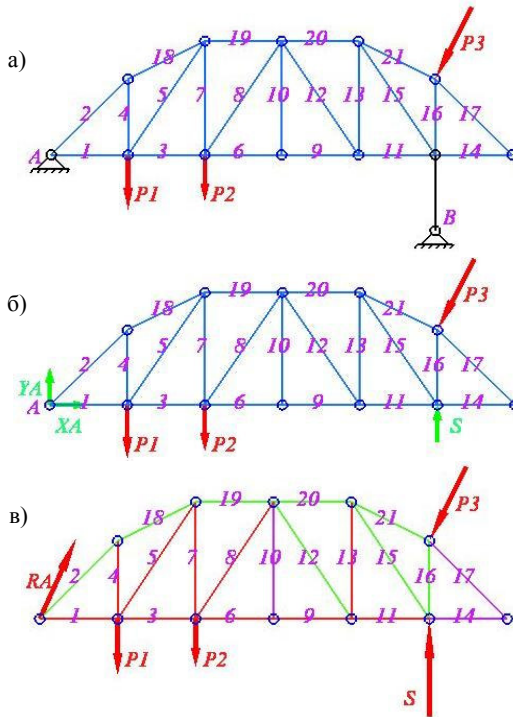


Рисунок 1



Рисунок 2

```

Maple 8 [C:\3\6лонский_2007.mws [Server 1]]
File Edit View Insert Format Operations Window Help
[Navigation icons]
1. Умова задачі: N - кількість вузлів, M - кількість стержнів ферми, F - навантаження (кН).
[> M:=12; M:=2*M-3; F1:=58; F2:=50; F3:=85;
[> Довжина стержня на рисунку: d - довжина стержня ферми, t - масштаб, sin(alpha), cos(alpha) - допоміжний кут, R - радіус шарнірів.
[> d:=80*m; m:=1; R:=5; sinalpha:=evalf(d/2/sqrt(d^2+(d/2)^2)); cosalpha:=evalf(d/sqrt(d^2+(d/2)^2));
[> Координати вузлів
[> x[1]:=-0; y[1]:=0; x[2]:=-d; y[2]:=0; x[3]:=-2*d; y[3]:=0; x[4]:=-3*d; y[4]:=0; x[5]:=-4*d; y[5]:=0; x[6]:=-5*d; y[6]:=0;
[> x[7]:=-6*d; y[7]:=0; x[8]:=-d; y[8]:=-d; x[9]:=-2*d; y[9]:=-1.5*d; x[10]:=-3*d; y[10]:=-1.5*d; x[11]:=-4*d; y[11]:=-1.5*d;
[> x[12]:=-5*d; y[12]:=-d;
[> x[13]:=-5*d; y[13]:=-d; x[14]:=-d; y[14]:=0; x[15]:=0; y[15]:=-d;
[> Початок і кінець стержнів ферми
[> P[1]:=1; P[2]:=1; P[3]:=2; P[4]:=2; P[5]:=2; P[6]:=3; P[7]:=3; P[8]:=3; P[9]:=4; P[10]:=4; P[11]:=5; P[12]:=5; P[13]:=5; P[14]:=6;
[> P[15]:=6; P[16]:=6; P[17]:=7; P[18]:=8; P[19]:=9; P[20]:=10; P[21]:=11; P[22]:=6; P[23]:=1; P[24]:=1;
[> K[1]:=2; K[2]:=8; K[3]:=3; K[4]:=8; K[5]:=9; K[6]:=4; K[7]:=9; K[8]:=10; K[9]:=5; K[10]:=10; K[11]:=6; K[12]:=10; K[13]:=11; K[14]:=7;
[> K[15]:=11; K[16]:=12; K[17]:=12; K[18]:=9; K[19]:=10; K[20]:=11; K[21]:=12; K[22]:=13; K[23]:=14; K[24]:=15;
2. Зображення ферми
[> with(plots):with(plottools);
[> Зображення стержнів
[> for i to M do Стержень[i]:=Стержни_ферми(i,R,6); od;
[> Підписи назви номерів стержнів ферми
[> Шриф:=FONT(TIMES,ITALIC,16); for i to M do W_Стержня[i]:=Номер_стержня(i,d,8); od;
[> Підписи потоків прикладання в'язей
[> T[A]:=PLOT(TEXT([x[B]+d/5, y[B]+d/5], 'B'), Шриф, COLOR(HUE, 0.8)); T[A]:=PLOT(TEXT([x[1]-d/5, y[1]], 'A'), Шриф, COLOR(HUE, 0.8));
[> Зображення векторів відомих навантажень на ферму
[> arg:=5,10,4,color=red;
[> F[1]:=arrow([x[2],y[2]],evalm([0,-F1]),arg); F[2]:=arrow([x[3],y[3]],evalm([0,-F2]),arg);
[> F3:=F3*sinalpha; F3y:=F3*cosalpha; F[3]:=arrow([x[12]+d/2, y[12]+d/2], 'P3'), Шриф, COLOR(HUE, 0);
[> Підписи навантажень на ферму
[> T[P1]:=PLOT(TEXT([x[2]+d/4, y[2]-d/2], 'P1'), Шриф, COLOR(HUE, 0));
[> T[P2]:=PLOT(TEXT([x[3]+d/4, y[3]-d/2], 'P2'), Шриф, COLOR(HUE, 0));
[> T[P3]:=PLOT(TEXT([x[12]+d/2, y[12]+d/2], 'P3'), Шриф, COLOR(HUE, 0));
[> Зображення ферми
[> PR:=seq(Стержень[i], i=1..M), seq(W_Стержня[i], i=1..M), T[A], seq(F[i][1], i=1..3), seq(T[i], i=[P1,P2,P3]);
3. Збільшення від в'язей:
[> Зображення векторів реакцій опор ферми
[> arg1:=5,10,0,4,color=green;
[> Вектори відомих реакцій опор
[> R1:=d/2; Rx:=d/2; Ry:=d/2; R1:=arrow([x[6],y[6]-R1], evalm([0,R1]),arg1);
[> R2:=arrow([x[1],y[1]],evalm([Rx,0]),arg1); R3:=arrow([x[1],y[1]],evalm([0,Ry]),arg1);
[> Підписи реакцій в'язей
[> T[S1]:=PLOT(TEXT([x[6]+d/4, y[6]-d/4], 'S1'), Шриф, COLOR(HUE, 0.4));
[> T[XA]:=PLOT(TEXT([x[1]+d/4, y[1]-d/4], 'XA'), Шриф, COLOR(HUE, 0.4));
[> T[YA]:=PLOT(TEXT([x[1]-d/4, y[1]+d/4], 'YA'), Шриф, COLOR(HUE, 0.4));
Time: 3.7s | Bytes: 6.13M | Available: 747M

```

Рисунок 3

Условие. Ведущее звено – кривошип O_1A вращается равномерно. Для заданной схемы многосвязного механизма:

- смоделировать математически с помощью компьютера движение механизма, при этом изобразить звенья, которые движутся *поступательно – зелеными, вращательно* вокруг неподвижной оси – *красными, плоскопараллельно – синими;*
- распечатать механизм для заданного преподавателем положения угла ведущего звена φ_{O_1A} ;

- изобразить угловые скорости всех звеньев и векторы скоростей всех точек механизма, указать положения мгновенных центров скоростей, построить план скоростей;
- изобразить угловые ускорения всех звеньев и векторы ускорений всех точек механизма, указать положения мгновенных центров ускорений, построить план ускорений.

Типовая программа для расчета многозвенного механизма в отличие от существующих позволяет *математически* (при помощи математических зависимостей) моделировать движение кинематической схемы механизма, а это значит, что студент имеет возможность проанализировать работоспособность механизма, границы изменения всех без исключения его кинематических характеристик, изменять или оптимизировать геометрические и кинематические параметры. Составленная программа позволяет построить и рассчитать механизм с *произвольным* количеством звеньев и произвольной конфигурацией. Студент лишь задает координаты точек как функции времени и указывает кинематические ограничения (связи), а координаты геометрически связанных звеньев, скорости и ускорения компьютер вычисляет автоматически. После имеется возможность наблюдать кинематическую схему механизма в движении на дисплее компьютера, а направления и значения скоростей и ускорений сравнить с рассчитанными аналитически в одном из положений.

Кинематическая схема многозвенного математически спроектированного механизма приведена на рисунке 4, а. На рисунках 4, б, в, г на той же схеме дополнительно указаны векторы скоростей и ускорений точек. Фрагмент программы для математической анимации приведен на рисунке 5.

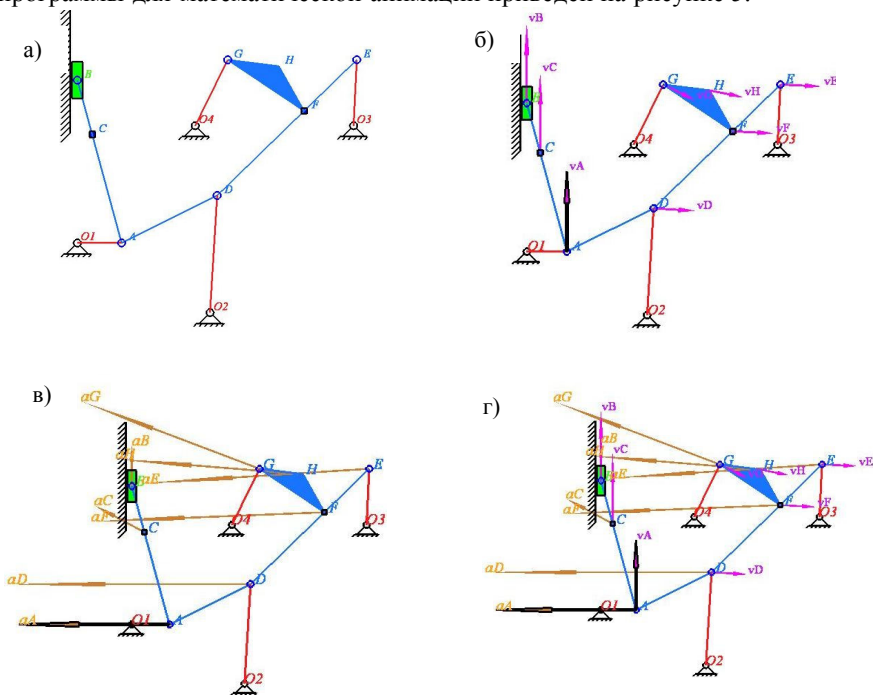


Рисунок 4

```

Maple 8 [К:4(прислуд) 2006 ва zraz.mws [Sheet 1]]
File Edit View Insert Format Operations Window Help
[Icons]
> restart;
> read "kinematics.m";
Шрифты для підпису шарнірів, швидкостей та прискорень на рисунку
> Шрифт_т:=FONT(TIMES,ITALIC,16);
Шрифт_у:=FONT(TIMES,ROMAN,14);
Шрифт_а:=FONT(TIMES,ITALIC,16);
Геометричні параметри механізму
> a:=32;b:=4;c:=39;d:=19;e:=32;
O1A:=12; O2D:=32; O3E:=18; O4G:=20; AB:=46; AD:=29; DE:=53; EF:=20; FG:=26; GH:=14; FH:=14;
Масштаб для зображення швидкостей і прискорень
mv:=1; ma:=1;
Кутова швидкість ланки O1A на період її обертання
> omegaO1A:=2; T:=2*pi/omegaO1A;
Координати опорних опор
> x[0]:=0;y[0]:=0; x[01]:=0;y[01]:=0; x[02]:=a+b;y[02]:=d;
x[03]:=a+b+c;y[03]:=e; x[04]:=a;y[04]:=e;
Абсциса напрямної поєзуну B
> x[B]:=0;
Кількість кадрів анімації
> K:=24;with(plots):with(plottools);
Створюємо анімацію механізму
for i from 0 to K do
> t:=i/K;
Початкове кутове положення ланки O1A
f:=0;
Закон руху ланки O1A
phi:=f*ry180+f*omegaO1A;
Координати рухомих шарнірів
> x[A]:= O1A*cos(phi); y[A]:= O1A*sin(phi);
Координати(O2,A,D,O2D,AD);
Координати(O3,E,-DE,-O3E);
Координати(O4,E,F,DE,EF,EF);
Координати(O4,F,G,-O4G,-FG);
Координати(G,F,H,-GH,-FH);
Ордината поєзуну B
y[B]:=y[A]+sqrt(AB^2-x[A]^2);
Координата точки C
Координати(A,B,C,2'AB3,AB3);
Визначення кутові швидкості ланок та вектори швидкостей точок
Параметри векторів швидкостей точок
Time: 4.0s Bytes: 6.55M Available: 670M

```

Рисунок 5

Аналитическая механика. Малые колебания механической системы.

При изучении разделов теоретической механики «Динамика» и «Основы аналитической механики» студенты, уже умеющие анализировать и преобразовывать системы сил и составлять кинематические зависимости схем различных механизмов, должны научиться составлять математические модели движения не только отдельных точек и тел, но и механических систем. В конечном случае это приводит к составлению системы дифференциальных уравнений движения механической системы и их интегрированию. На практике совмещают методы динамики и аналитической механики для исследования системы материальных тел. Значимую роль в одном из многочисленных применений в технике выступают теории малых колебаний и устойчивости движения.

Условие. Для заданной механической системы:

- 1) при помощи аналитического метода определить:
 - частоту, период и амплитуду свободных колебаний;
 - амплитуду вынужденных колебаний;

– уравнение малых колебаний груза, приняв за начало отсчета его положение покоя (при статических деформациях пружин);

2) при помощи компьютера:

– построить графики закона движения, изменения скорости и ускорения груза;

– произвести математическую анимацию механической системы.

Типовая программа для интегрирования при заданных начальных условиях дифференциального уравнения малых колебаний механической системы и ее математической анимации в отличие от существующих позволяет не только строить графики законов движения и изменений скоростей и ускорений, а также математически моделировать малые колебания системы. Таким образом, появляется возможность наблюдать движение механизма в зависимости от начальных условий, изменять или оптимизировать геометрические и динамические параметры. По составленным студентом выражениям кинетической и потенциальной энергии, функции Рэля и возмущающей силы компьютерная программа составляет уравнение Лагранжа II рода. После ввода исходных данных и начальных условий производится интегрирование, построение графиков.

Составленная программа позволяет строить и рассчитывать механизмы с произвольным количеством звеньев и произвольной конфигурацией. После этого студент имеет возможность наблюдать малые колебания механизма на дисплее компьютера, а полученные результаты сравнивать с рассчитанными аналитически.

Графики кинематических характеристик движения груза приведены на рисунке 6, малые колебания математически спроектированного механизма – на рисунке 7, а фрагмент программы для математической анимации – на рисунке 8.

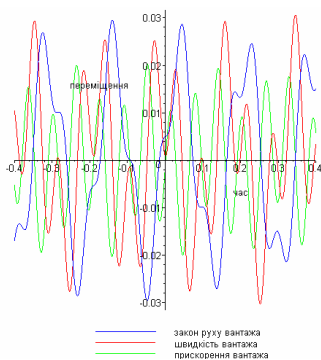


Рисунок 6

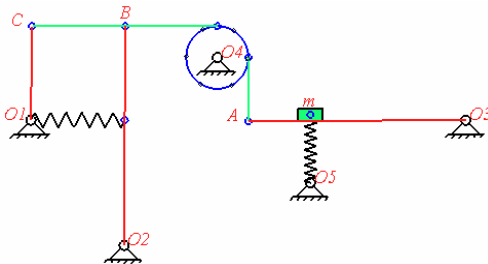


Рисунок 7


```

Maple 8 [D-15(Яскіно).mws - [Server 1]]
Файл Правка Вид Інформа Формат Таблиця Слісок Поміжок
restart:read "mali_koliv.m";
1. Диференціальні рівняння руху механічної системи
Моменти інерції стержнів
> I1:=m1*g^2/3: I2:=m2*(c+d)^2/3: I3:=m3*(a+b)^2/3: I4:=m4*R^2/2:
Кінематичні залежності: швидкості та переміщення
vA:=v*(a+b)/b: vB:=vA: vC:=vA: omega1:=vC/c: omega2:=vB/(c+d): omega3:=v/b:
omega4:=vA/R: sA:=s*(a+b)/b: sB:=sA: sC:=sA:
phi1:=sC/c: phi2:=sB/(c+d): phi3:=s/b: phi4:=sA/R:
Кінетична енергія кожного тіла та механічної системи
Tm:=m0*v^2/2: T1:=I1*omega1^2/2: T2:=I2*omega2^2/2: T3:=I3*omega3^2/2:T4:=I4*omega4^2/2:
T:=Tm+T1+T2+T3+T4:
Робота сил пружності та ваги
Apr:=-k1*(s+Delta1)^2-Delta1^2/2-k2*((d*phi2+Delta2)^2-Delta2^2)/2:
Amg:=m0*g*s+m1*g*c*(1-cos(phi1))/2+m2*g*(c+d)*(1-cos(phi2))/2+m3*g*phi3*(a+b)/2:
Apot:=Apr+Amg: Apot:=collect(expand(Apot),s):
macro(subs:=eval@subs): St:=subs(s=0,diff(Apot,s)): Az:=rhs(isolate(Apot,St*s)):
Узагальнена консервативна сила
Q:=-diff(Az,s): Q:=mtaylor(Q,s=0,2):
Узагальнена збурювальна сила (рівняння Лагранжа II роду)
F:=diff(subs(v:=diff(s(t),t),diff(T,v)),t)-subs(s=s(t),diff(T,s))-subs(s=s(t),Q):
Характеристичне частотне рівняння
Haract:=simplify(subs(s(t)=exp(I*sqrt(lambda)*t),F)/exp(I*sqrt(lambda)*t)):
Власна частота системи
omega0:=sqrt(solve(Haract,lambda)):
Диференціальне рівняння руху механічної системи (рівняння Лагранжа II роду)
eq:=F-P0*sin(p*t):
Умова задачі:
маси тіл m0:=1: m1:=2: m2:=2.5: m3:=3: m4:=2: g:=9.81:
розміри a:=0.4: b:=1: c:=0.6: d:=0.8:
коефіцієнти жорсткості пружин k1:=5000: k2:=8000:
амплітуда і частота збурювальної сили P0:=500: p:=100:
початкові умови руху s0:=0.005: v0:=0.05:
2. Власна частота, закони руху тіл, швидкість і прискорення вантажа m:
omega0:=evalf(omega0): s:=rhs(evalf(dsolve((eq,s(0)=s0,D(s)(0)=v0),(s(t))))):
vm:=diff(s,t): am:=diff(vm,t): sA:=s*(a+b)/b: sB:=sA: sC:=sA:
phi1:=sC/c: phi2:=sB/(c+d): phi3:=s/b: phi4:=sA/R:
Графік руху вантажа m with(plots): plot([s,vm*0.02,am*0.0002],t=-0.4..0.4,
color=[blue,red,green],legend=["закон руху вантажа","швидкість вантажа","прискорення
вантажам"],labels=["час","переміщення"],numpoints=500):
omega0:=35.79483968
s:=0.02178011836 sin(35.79483967 t)+0.005000000000 cos(35.79483967 t)-0.007296158448 sin(100. t)
vm:=0.7796158447 cos(35.79483967 t)-0.1789741984 sin(35.79483967 t)-0.7296158448 cos(100. t)
am:=-27.90622417 sin(35.79483967 t)-6.406352737 cos(35.79483967 t)+72.96158448 sin(100. t)
3. Моделювання руху механічної системи
Розміри (м) для зображення системи
R:=0.20:r:=R/10: l1:=0.40: l2:=0.60: l3:=0.40: l4:=0.60: h:=R/5:
Координати точок, що не залежать від часу
x[01]:=0:y[01]:=0: x[02]:=l2:y[02]:=-d: x[03]:=l2+l4+r+a+b:y[03]:=c-R-l3:
x[04]:=l2+l4:y[04]:=c-R:
x[05]:=x[03]-b:y[05]:=y[03]-l1:
x[A4]:=x[04]+R:y[A4]:=y[04]: x[B4]:=x[04]: y[B4]:=y[04]+R:
y[B]:=y[B4]: y[B2]:=y[01]:y[C]:=y[B4]:
x[M]:=x[03]-b:x[M2]:=x[M]:
with(plots):with(plottools):
Кількість кадрів K
> T:=5: K:=36:t0:=0:
Створюємо кадри руху
for i from 0 to K do
t:=t0+i*T/K:
Координати рухомих точок

```

Рисунок 8

Выводы. Внедрение компьютерных технологий в курс теоретической механики способствует подготовке инженерных и научных кадров, предоставляет возможность пользователям не только Украины, но и других стран приблизиться к современному уровню развития фундаментальных дисциплин технического направления. Цель информационных технологий как составляющей обеспечения эффективности системы образования – выполнение следующих функций:

- научить студентов применять современные методы исследования механических процессов;
- научить студентов выполнять громоздкие математические расчеты при помощи компьютера с одновременным контролем полученных результатов аналитическими и графическими методами;
- сосредоточить внимание студентов на анализе полученных результатов исследования движения физических объектов, экономить время на расчетах;
- привлечь талантливых студентов младших курсов к научной работе и индивидуальному творчеству.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 **Березова, О. А.** Теоретична механіка / О. А. Березова, Г. Ю. Друшляк, Р. В. Солодовніков. – Київ : ІЗМН, 1998. – 408 с.
- 2 Теоретична механіка: навчальний посібник / В. І. Векерик [и др.] ; – Івано-Франківськ : Факел, 2006. – 459 с.
- 3 **Левчук, К. Г.** Розрахунок великих будівельних конструкцій в середовищі Maple / К. Г. Левчук, С. Степаненко. – Київ : Видавництво НТУУ “КПІ”, 2007. – 53 с.
- 4 **Левчук, К. Г.** Математичне моделювання руху багатоланкового механізму / К. Г. Левчук, С. Степаненко. – Київ : НТУУ “КПІ”, 2004. – 36 с.
- 5 **Павловський, М. А.** Теоретична механіка: підручник / М. А. Павловський. – Київ : Техніка, 2002. – 512 с.
- 6 **Путята, Т. В.** Методика розв’язування задач з теоретичної механіки / Т. В. Путята, Б. Н. Фрадлін. – Київ : Рад. шк., 1955. – 368 с.
- 7 **Яскілка М. Б.** Збірник завдань для розрахунково-графічних робіт з теоретичної механіки / М. Б. Яскілка. – Київ : Вища шк.: Веселка, 1999. – 351 с.

Получено 03.05.2007