

МАТЕРИАЛЫ МЕЖДУНАРОДНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ – 2008

ISBN 978-985-468-565-6. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 3. Гомель, 2009

УДК 378.141.2/.5:531

А. О. ШИМАНОВСКИЙ, А. В. КОВАЛЕНКО

Белорусский государственный университет транспорта, Гомель

ИТОГИ МЕЖДУНАРОДНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ 2008 года

Приведена информация о Международной олимпиаде по теоретической механике 2008 года, состоявшейся 21–24 апреля в Белорусском государственном университете транспорта: список участников, условия и решения задач, результаты олимпиады. Сделан анализ решений задач теоретического и командного конкурсов олимпиады.

Международная олимпиада по теоретической механике состоялась в БелГУТе уже четвертый раз. За прошедшее время, начиная с 2005 года, в ней приняли участие студенты из Беларуси, России, Украины и Приднестровья [1–3]. В 2008 году свои силы в соревновании опробовали 109 участников из 25 вузов Беларуси и России. Впервые на нашу олимпиаду приехали представители Белорусской государственной сельскохозяйственной академии (г. Горки), Вятского государственного университета (г. Киров) и Уральского государственного университета (г. Екатеринбург).

Как и в предыдущие годы, проводимая нами олимпиада включала два конкурса: теоретический (лично-командный) и «Брейн-ринг» (командный). На теоретическом конкурсе участникам олимпиады предлагались восемь задач (две по статике, две по кинематике и четыре по динамике), на решение которых отводилось 4 часа. В 2008 году все задачи оценивались в отличие от 2006 и 2007 гг. одинаковым числом баллов. Проверка работ осуществлялась жюри, в состав которого были включены преподаватели вузов – участников олим-

пиады. Победитель в командном зачете определялся по сумме трех лучших результатов представителей вуза. В конкурсе «Брейн-ринг» командам, состоящим из трех студентов, на 60 минут предлагались для решения тридцать минизадч – по десять соответственно по статике, кинематике и динамике. Команда-победитель определялась по сумме правильных ответов (решения не проверялись), причем при равном количестве правильных ответов предпочтение отдавалось студентам, которые раньше сдали свою работу. Студентам, не согласным с оценкой их решений задач теоретического конкурса, была предоставлена возможность апелляции.

При рассмотрении работ выяснилось, что наибольшее число участников пытались решать все восемь задач. Далее число попыток решения в зависимости от количества участников убывает. Этот результат несколько неожиданен, так как на предыдущих олимпиадах большинство участников пытались решать 5–6 задач.

Анализ решений задач олимпиады показал, что за решение первых семи задач олимпиады взялось приблизительно одинаковое число участников (рисунок 1). Лишь задачу Д-4, в которой рассматривались колебания системы с двумя степенями свободы, пытались решать менее половины студентов. В то же время эффективность решения задач различалась весьма существенно, что видно из той же диаграммы по количеству человек, попавших в определённый диапазон по числу набранных баллов.

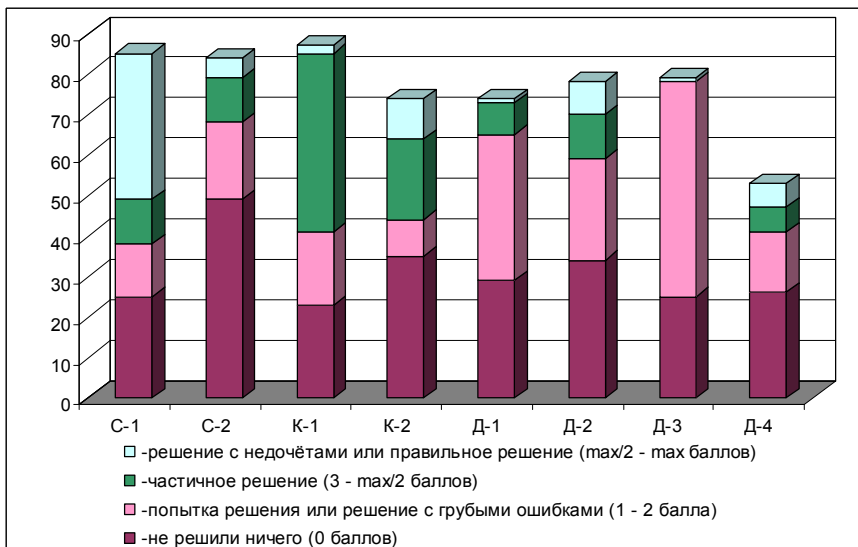


Рисунок 1 – Распределение числа набранных баллов по задачам

Лучше всего была решена задача С-1, по которой половину и более от максимально возможного числа баллов набрали около трети участников. В то же время задачу Д-3 полностью не решил никто. Многие конкурсанты не заметили того, что цилиндры гладкие, и поэтому не учли, что они двигаются поступательно. Оставшиеся не смогли правильно установить параметры движения в момент отрыва верхнего шара от нижнего.

Отметим, что баллы, набранные лидерами по всем задачам, оказались существенно большими результатов, показанных остальными участниками. Наиболее сложными для лидеров оказались задачи Д-1 и Д-3. Для остальных участников неподъемной стала задача Д-4, что связано, по нашему мнению, с тем, что в большинстве вузов из-за недостатка времени практически не уделяется внимания задачам о колебаниях систем с несколькими степенями свободы.

В конкурсе «Брейн-Ринг» значительную часть представленных задач составляют типовые. Именно они были решены большинством участников. В то же время задачи, содержащие нестандартные элементы (их номера 2, 3, 7, 8, 26, 30), не решил почти никто.

В рамках олимпиады состоялся научно-методический семинар преподавателей вузов, на котором преподаватели обменялись опытом организации учебно-методической и научной работы на кафедрах теоретической механики вузов разных государств.

Организаторы олимпиады надеются, что накопившийся опыт проведения соревнований студентов по теоретической механике будет положен в основу организации очередных международных олимпиад по теоретической механике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Механика. Теория, задачи, учебно-методические разработки : сб. науч. тр.– Гомель : БелГУТ, 2006. – 144 с.

2 Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки: междунар. сб. науч. тр. Вып. 1 / М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2007. – 107 с.

3 Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки: междунар. сб. науч. тр. Вып. 2 / М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2008. – 148 с.

A. O. SHIMANOVSKY, A. V. KOVALENKO

INTERNATIONAL ENGINEERING MECHANICS CONTEST 2008 RESULTS

There is the information about International Engineering Mechanics Contest 2008, 21-24 April, Belarusian State University of Transport: list of participants, problem situations and solutions, Contest results, the Theory and Team Contests task/problem solutions analyses.

Получено 21.09.2008

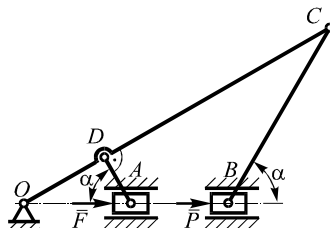
1 УСЛОВИЯ ЗАДАЧ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОНКУРСА

Задача С1–2008 (10 баллов)

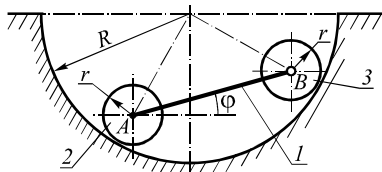
Механизм инверсора расположен в горизонтальной плоскости. Ползуны A и B могут перемещаться вдоль оси, проходящей через точку O .

Доказать, что в изображенном на рисунке положении ($AD \perp OC$, и углы, которые стержни AD и BC составляют с осью OB , одинаковы) механизм будет находиться в равновесии при

соблюдении условия $\frac{P}{F} = \frac{OA}{OB}$.



Задача С2–2008 (8 баллов)

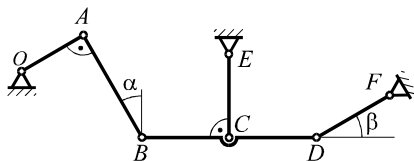


Однородный стержень 1 жестко соединен с диском 2 и скреплен шарниром B с диском 3. Радиусы дисков одинаковы и равны r , а их массы пренебрежимо малы. Диски опираются на шероховатую поверхность, имеющую форму полукруга с радиусом $R = 5r$. Коэффициент трения сцепления между дисками и опорной поверхностью f . Коэффициент трения качения между диском 3 и той же поверхностью δ . Длина стержня $AB = 4r\sqrt{2}$.

Найти наибольшее значение угла φ между стержнем 1 и горизонталью, при котором стержень будет находиться в равновесии.

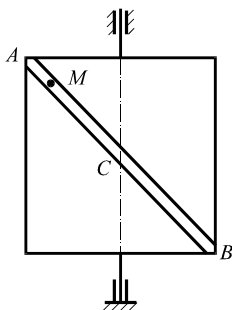
Задача К1–2008 (10 баллов)

В плоском механизме кривошип OA вращается с постоянной угловой скоростью ω . $OA = BC = CD = CE = DF = l$, $AB = l\sqrt{3}$. В некоторый момент времени этот механизм занимает положение, при котором $OA \perp AB$, $BD \perp EC$, $\alpha = \beta = 30^\circ$.



Определить для этого положения значения скорости и ускорения точки B .

Задача К2–2008 (10 баллов)



Квадратная пластина вращается равноускоренно вокруг вертикальной оси, причем ее начальная угловая скорость отлична от нуля. Точка M перемещается по диагонали AB пластины так, что вектор ее абсолютного ускорения в течение всего времени движения лежит в плоскости пластины. В начальный момент времени точка M находится в положении A .

Доказать, что в рассматриваемом случае точка M никогда не опустится ниже средней точки C диагонали пластины.

Задача Д1–2008 (7 баллов)

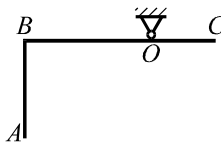
Максимальная дальность полета камня, выпущенного из неподвижной катапульты, равна s .

Найдите максимально возможную дальность полета камня, выпущенного из этой же катапульты, но установленной на платформе, масса которой вместе с катапультой в n раз больше массы камня. Платформа находится на горизонтальной плоскости. В начальный момент она неподвижна. Трением пренебречь.

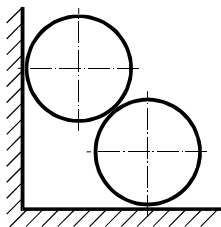
Задача Д2–2008 (7 баллов)

Однородный Г-образный стержень постоянного поперечного сечения с длинами элементов l и $2l$ расположен в вертикальной плоскости так, что его большая сторона горизонтальна.

Определить такое место прикрепления шарнира O к элементу BC стержня (расстояние OB), при котором в данном положении угловое ускорение стержня максимально.



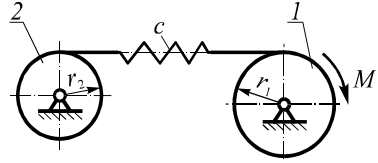
Задача Д3–2008 (8 баллов)



Два одинаковых однородных гладких цилиндра радиуса R прислонены к вертикальной стенке. Из-за того, что нижний цилиндр чуть-чуть сместился вправо по горизонтальной плоскости, верхний стал опускаться по вертикали, и система пришла в движение. Найдите конечную скорость нижнего цилиндра.

Задача Д4–2008 (10 баллов)

Барабан 1 массы m_1 и радиуса r_1 приводится во вращение постоянным вращающим моментом M . От этого барабана через деформируемый трос движение передается к блоку 2 массой m_2 и радиусом r_2 . В этом случае трос можно промоделировать пружиной, сила натяжения которой прямо пропорциональна деформации прямолинейного участка троса, коэффициент пропорциональности равен c .



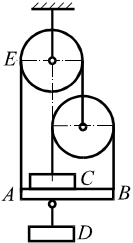
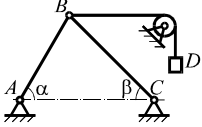
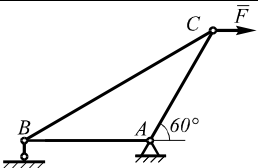
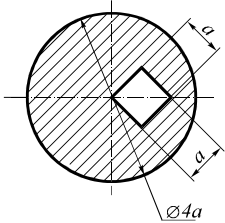
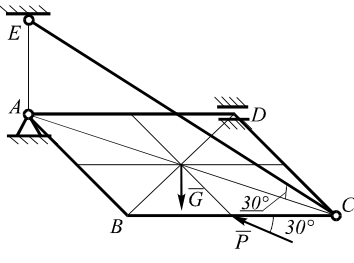
Определить закон изменения угловой скорости барабана 1, полагая, что в начальный момент времени система находилась в покое.

Тела 1 и 2 считать сплошными однородными цилиндрами. Деформациями криволинейных участков троса и трением пренебречь.

2 УСЛОВИЯ ЗАДАЧ КОНКУРСА «БРЕЙН-РИНГ»

СТАТИКА

	<p>1. К твердому телу приложены пары сил с моментами $M_1 = 5 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и $M_2 = 7 \text{ Н} \cdot \text{м}$, расположенные в пересекающихся плоскостях I и II. Момент результирующей пары равен $8 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Определите угол α между плоскостями.</p>
	<p>2. Насколько переместится конец перекинутой через подвижный блок нити (точка A), если к нему приложить силу F? Коэффициент жесткости пружины c.</p>
	<p>3. Цилиндр 2 весом Q и радиусом r соединен шарнирным невесомым стержнем O_1O_2 длиной $2r$ с опорой O_1; к оси O_1 прикреплен на нити груз 3. Механическая система находится в равновесии; при этом вертикальная прямая O_1A делит угол β пополам. Определить вес P груза.</p>

	<p>4. Два груза C и D весом P каждый с помощью невесомых блоков одинакового радиуса, веревок и балки AB приведены в состояние равновесия, причем балка AB занимает горизонтальное положение. Определить усилие в ветви AE веревки, если все ветви вертикальны, а ось блока с неподвижным центром и точка подвеса груза D лежат на одной вертикали.</p>
	<p>5. К невесомым стержням AB и BC прикреплена нить с грузом на свободном конце. Его вес $G = 20$ Н. Углы $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 45^\circ$. Определить силы, которыми стержни AB и BC действуют на узел B.</p>
	<p>6. К невесомой пластине ABC, имеющей вид равнобедренного треугольника и закрепленной в точках A и B, приложена сила $F = 30$ кН. Определить реакцию шарнира A.</p>
<p>7. В вертикальный цилиндрический сосуд с жидким маслом опустили шарик массой m, который стал погружаться с постоянной скоростью. Насколько увеличилась сила давления на дно сосуда в ходе погружения шарика, если его плотность в n раз больше плотности масла?</p>	
<p>8. Шар радиусом R плавает в жидкости, практически полностью погружившись в нее. Найдите силу давления жидкости на нижнюю половину поверхности шара. Плотность жидкости ρ.</p>	
	<p>9. Найти, насколько сместился центр тяжести фигуры после того, как из нее вырезали отверстие в форме квадрата.</p>
	<p>10. К расположенной в горизонтальной плоскости однородной пластине весом G в вертикальной плоскости приложена сила P. Найти реакцию невесомого стержня CE, если $BC = 4$ м и $AB = 3$ м.</p>

КИНЕМАТИКА

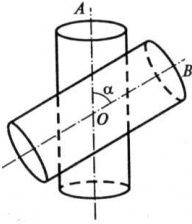
11. Диск начинает вращаться из состояния покоя с угловым ускорением $\epsilon(t) = \sin(\pi t)$. Определить время до первой остановки диска.

12. Летчик, у которого не раскрылся парашют, упал в глубокую воронку, доверху заполненную рыхлым снегом, и остался жив. Какой минимальной глубины была воронка, если установившаяся скорость вертикально падающего в летном комбинезоне человека 60 м/с ? Максимальное ускорение, которое может в течение нескольких секунд выдержать тренированный организм, -150 м/с^2 .

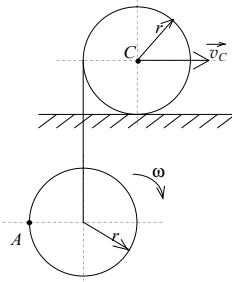
13. Считая движение снаряда в канале ствола равноускоренным, определить во сколько раз изменится скорости снаряда при выходе из канала, если ствол укоротить в n раз.

14. Точка движется в соответствии с уравнениями: $x = 2e^{-2t} - 1$; $y = 3e^{-t} + 4$. Определить угол, который вектор скорости точки составляет с положительным направлением оси x при $t = 0$.

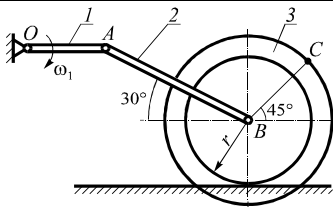
15. Сферический баллон надувают так, что его радиус изменяется со временем t по закону $R = v_0 t$, где v_0 – постоянная. Найдите зависимость скорости «разбегания» двух точек на поверхности сферы от расстояния между ними.



16. К горизонтально расположенному шероховатому цилиндру радиусом R_1 , вращающемуся с постоянной частотой n_1 , прижимают сверху шероховатый цилиндр радиусом R_2 . Ось второго цилиндра также горизонтальна, угол AOB равен α . Определите установившуюся частоту вращения верхнего цилиндра. Оси обоих цилиндров жестко закреплены. Поверхности цилиндров не деформируются.



17. Центр C колеса радиусом $r = 0,6 \text{ м}$ движется с постоянной скоростью $v_C = 5 \text{ м/с}$. На колесо намотан канат, к которому крепится диск радиусом r , вращающийся с постоянной угловой скоростью $\omega = 5 \text{ рад/с}$. Определить скорость точки A . Считать, что канат в процессе движения остается вертикальным.

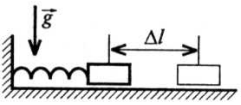


18. Найти расстояние между мгновенными центрами скоростей звеньев 2 и 3, если $OA = 12 \text{ см}$; $AB = 20 \text{ см}$; $BC = 6 \text{ см}$; $r = 4 \text{ см}$. Качение тела 3 по поверхности происходит без проскальзывания.

	<p>19. Для изображенного на рисунке положения механизма определить скорость точки С, если $\omega_1 = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $O_1A = O_2E = 15 \text{ см}$; $BC = 8 \text{ см}$; $BD = 20 \text{ см}$.</p>
	<p>20. Определить угловое ускорение звена 2 механизма, если $\epsilon_1 = 3 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$.</p>

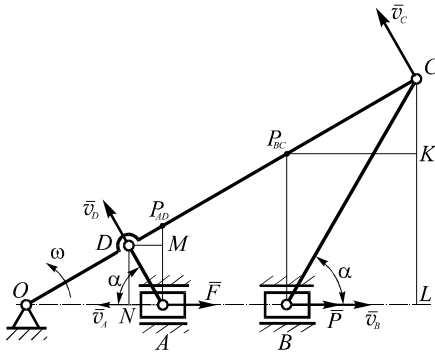
ДИНАМИКА

<p>21. Диск вращается с угловой скоростью ω в горизонтальной плоскости. На поверхности диска располагается брусок, который можно рассматривать как материальную точку. Коэффициент трения сцепления между диском и бруском – f. На каком расстоянии от оси диска надо расположить брусок, чтобы он слетел с диска?</p>
<p>22. Мостовой кран движется равноускоренно и достигает скорости 2 м/с через 1,5 с после начала движения. Определить угол α отклонения троса, несущего груз, от вертикали, считая его постоянным. Весом троса пренебречь.</p>
<p>23. Пилот массой $m = 70 \text{ кг}$ выполняет на самолете фигуру высшего пилотажа “мертвая петля”. Определить давление пилота на сидение самолета в наивысшей точке траектории, если движение осуществляется со скоростью $v = 360 \text{ км/ч}$ и радиус кривизны траектории $R = 250 \text{ м}$.</p>
<p>24. Жесткий диск, закрепленный горизонтально на вертикальной оси, совершает крутильные гармонические колебания некоторой амплитуды вокруг этой оси. Какова амплитуда этих колебаний, если известно, что полные ускорения произвольной точки диска при максимальном отклонении и при прохождении положения равновесия равны по модулю?</p>
<p>25. Под порывом ветра с кровли дома высотой $H = 10 \text{ м}$ сорвался кусок черепицы и получил горизонтальную скорость $v_0 = 0,5 \text{ м/с}$. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить на каком расстоянии от дома приземлится этот кусок черепицы.</p>

	<p>26. На гладкой горизонтальной плоскости закреплен кубик с ребром $a = 1,0$ см, к которому на нерастяжимой нити длиной $l = 50$ см привязан шарик. Шарикую сообщают скорость $v = 10$ см/с, направленную перпендикулярно нити. Через какое время шарик ударится о кубик?</p>
	<p>27. Изображенный на рисунке механизм расположен в вертикальной плоскости. Массы тел m_1 и m_2. Определить, при каком значении момента M будут отсутствовать силы в зубчатом зацеплении. Считать, что тело 2 – сплошной однородный цилиндр радиусом R. Трением пренебречь.</p>
	<p>28. Тонкая гибкая цепочка ABC массой m и длиной l соединена с невесомой нитью AB_1C. Нить переброшена через неподвижный блок O_1, цепочка – через неподвижный блок O_2. Блоки невесомы, трения нет. Систему вывели из положения равновесия, приподняв один из концов цепочки. Найдите период колебаний цепочки.</p>
	<p>29. На горизонтальной поверхности расположен брусок массой $m = 0,10$ кг, прикрепленный к вертикальной стенке с помощью пружины с коэффициентом жесткости $c = 1,0$ Н/м. Коэффициент трения бруска о поверхность $f = 0,50$. Пружину растянули на величину $\Delta l = 8,3$ см и отпустили. Найти, сколько раз брусок пройдет через точку, соответствующую недеформированному состоянию пружины.</p>
	<p>30. Длинная невесомая нерастяжимая нить переброшена через два маленьких невесомых блока, оси которых жестко закреплены. К концам нити привязаны одинаковые грузы. К середине нити прикрепили еще один такой же груз и без толчка отпустили. Определите скорость этого груза в тот момент, когда нить в точке подвеса изогнулась под прямым углом. Сопротивлением воздуха и трением можно пренебречь.</p>

3 РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОНКУРСА

Задача С-1–2008



В соответствии с принципом возможных мощностей при равновесии $P \cdot v_B - F \cdot v_A = 0$.

Используя мгновенный центр скоростей P_{AD} , получаем:

$$v_D = \omega \cdot OD; \frac{v_D}{v_A} = \frac{DP_{AD}}{AP_{AD}};$$

$$v_A = \frac{\omega \cdot OD \cdot P_{AD}A}{DP_{AD}}.$$

Аналогично на основе применения мгновенного центра скоростей P_{BC} находим

$$v_C = \omega \cdot OC; \frac{v_B}{v_C} = \frac{BP_{BC}}{CP_{BC}}; v_B = \frac{\omega \cdot OC \cdot BP_{BC}}{CP_{BC}}.$$

Тогда
$$\frac{P}{F} = \frac{v_A}{v_B} = \frac{\omega \cdot OD \cdot P_{AD}A \cdot CP_{BC}}{DP_{AD} \cdot \omega \cdot OC \cdot BP_{BC}} = \frac{OD \cdot P_{AD}A \cdot CP_{BC}}{DP_{AD} \cdot OC \cdot BP_{BC}}.$$

Из подобия треугольников $OP_{AD}A$ и $OP_{BC}B$ получаем $\frac{P_{AD}A}{BP_{BC}} = \frac{OA}{OB}$,

отсюда
$$\frac{P}{F} = \frac{v_A}{v_B} = \frac{OA}{OB} \cdot \frac{OD}{OC} \cdot \frac{CP_{BC}}{DP_{AD}}.$$

Далее из геометрии конструкции в результате преобразований находим:

$$\frac{CP_{BC}}{DP_{AD}} = \frac{P_{BC}K}{DM} = \frac{BL}{AN} = \frac{BL \cdot \operatorname{tg} \alpha}{AN \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \frac{CL}{DN} = \frac{OC}{OD},$$

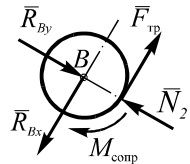
таким образом
$$\frac{OD}{OC} \cdot \frac{CP_{BC}}{DP_{AD}} = \frac{OD}{OC} \cdot \frac{OC}{OD} = 1,$$

отсюда
$$\frac{P}{F} = \frac{OA}{OB},$$
 что и требовалось доказать.

Задача С2-2008

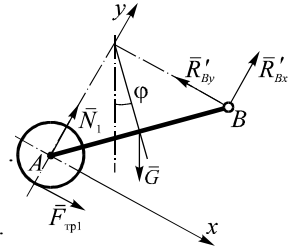
При равновесии диска 3 соблюдаются следующие условия:

$$R_{By} = N_2; \quad R_{Bx} = F_{\text{тр}2}; \quad M_{\text{сопр}} = F_{\text{тр}2} \cdot r.$$



Рассматривая равновесие твердого тела, включающего диск 2 и стержень 1, находим:

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0; & N_1 + R_{Bx} - G \cos(45^\circ - \varphi) = 0; \\ \sum F_{iy} = 0; & F_{\text{тр}1} - R_{By} + G \cos(45^\circ + \varphi) = 0; \\ \sum M_{iB} = 0; & -N_1(R-r) + G \cos \varphi \cdot 4r \frac{\sqrt{2}}{2} + F_{\text{тр}1} \cdot 5r = 0. \end{cases}$$



В состоянии предельного равновесия $F_{\text{тр}1} = fN_1$,

тогда $G \cos \varphi \cdot 2r\sqrt{2} = N_1 \cdot 4r - fN_1 \cdot 5r$;

следовательно, $N_1 = \frac{G \cdot 2\sqrt{2} \cos \varphi}{4 - 5f}$, $F_{\text{тр}1} = \frac{fG \cdot 2\sqrt{2} \cos \varphi}{4 - 5f}$.

Подстановка полученных выражений в уравнения проекций дает:

$$\begin{aligned} R_{Bx} &= G \cos(45^\circ - \varphi) - N_1 = G \cos 45^\circ \cos \varphi + G \sin 45^\circ \sin \varphi - N_1 = \\ &= \frac{G\sqrt{2}}{2} \cos \varphi + G \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi - \frac{G2\sqrt{2} \cos \varphi}{4 - 5f} = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi - \frac{5f\sqrt{2}}{2(4 - 5f)} \cos \varphi \right] G; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{By} &= F_{\text{тр}1} + G \cos(45^\circ + \varphi) = F_{\text{тр}1} + G \cos 45^\circ \cos \varphi - G \sin 45^\circ \sin \varphi = \\ &= \frac{fG \cdot 2\sqrt{2} \cos \varphi}{4 - 5f} + G \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \varphi - G \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi = \frac{4\sqrt{2} - f\sqrt{2}}{2(4 - 5f)} G \cos \varphi - G \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi. \end{aligned}$$

Теперь возможны два случая.

Случай 1. $f \geq \frac{\delta}{r}$, $F_{\text{тр}2} \leq fN_2$ (предельное равновесие обусловлено качением колеса 3). При нем $M_{\text{сопр}} = M_{\text{сопр} \max} = \delta N_2 = F_{\text{тр}2} r$.

Подставляя выражения сил и моментов в уравнения для диска 3, находим:

$$\delta \cdot R_{By} = R_{Bx} \cdot r;$$

$$\delta \cdot \left[\frac{(4-f)\sqrt{2}}{2(4-5f)} \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi \right] = \left[\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi - \frac{5f\sqrt{2}}{2(4-5f)} \cos \varphi \right] \cdot r;$$

$$\text{tg} \varphi = \frac{(4-f)\delta + 5fr}{(4-5f) \cdot (r + \delta)}.$$

Случай 2. $f \leq \frac{\delta}{r}$, $M_{\text{сопр}} \leq \delta N_2$ (предельное равновесие обусловлено скольжением колеса 3 по поверхности):

$$F_{\text{тр}2} = fN_2 \Rightarrow R_{Bx} = fR_{By}.$$

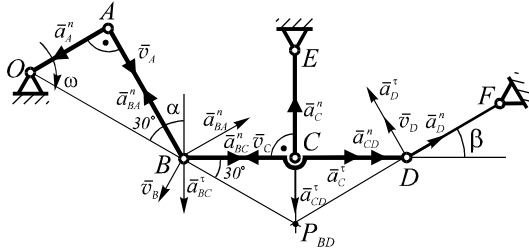
Подставляя выражения проекций реакции R_B , находим

$$\text{tg}\varphi = \frac{4f}{4-5f}.$$

Ответ: при $f \geq \frac{\delta}{r}$ $\varphi = \arctg \frac{(4-f)\delta + 5fr}{(4-5f) \cdot (r+\delta)}$, при $f \leq \frac{\delta}{r}$ $\varphi = \arctg \frac{4f}{4-5f}$.
--

Задача К1-2008

1 *Определение скоростей.*



Исходя из схемы механизма, определяем положение мгновенного центра скоростей звена BD (точки P_{BD}) и AB (он совпадает с точкой O). Теперь, ориентируясь на положения неподвижных точек, получаем:

$$v_A = \omega \cdot OA = \omega l; \quad \omega_{AB} = \frac{v_A}{P_{AB}A} = \frac{v_A}{l} = \omega; \quad \boxed{v_B = \omega_{AB} \cdot P_{AB}B = \omega \cdot 2l};$$

$$\omega_{BD} = \frac{v_B}{P_{BD}B} = \frac{\omega \cdot 2l}{l/\cos 30^\circ} = \frac{\omega \cdot 2l\sqrt{3}}{2l} = \omega\sqrt{3};$$

$$v_C = \omega_{BD} \cdot P_{BD}C = \omega\sqrt{3} \cdot \frac{l}{\sqrt{3}} = \omega l; \quad v_D = \omega_{BD} \cdot P_{BD}D = 2\omega l;$$

$$\omega_{CE} = \frac{v_C}{CE} = \omega; \quad \omega_{DF} = \frac{v_D}{DF} = 2\omega.$$

2 *Нахождение ускорений.*

Опираясь на схему механизма, можем записать выражения:

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^n; \quad a_A^n = \omega^2 l;$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^\tau + \bar{a}_{BA}^n; \quad a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AB = \omega^2 l\sqrt{3}; \quad (1)$$

$$\bar{a}_C = \bar{a}_C^\tau + \bar{a}_C^n; \quad a_C^n = \omega_{CE}^2 \cdot CE = \omega^2 l;$$

$$\bar{a}_D = \bar{a}_D^\tau + \bar{a}_D^n; \quad a_D^n = \omega_{CF}^2 \cdot DF = (2\omega)^2 \cdot l = 4\omega^2 l;$$

$$\bar{a}_C = \bar{a}_D + \bar{a}_{CD}^n + \bar{a}_{CD}^\tau; a_{CD}^n = \omega_{BD}^2 \cdot CD = 3\omega^2 l; \quad (2)$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^\tau + \bar{a}_{BC}^n; a_{BC}^n = \omega_{BD}^2 \cdot BC = 3\omega^2 l; a_{BC}^\tau = a_{CD}^\tau = \varepsilon_{BD} l. \quad (3)$$

Проецируем (1), (2) и (3) на оси координат

$$a_{Bx} = -a_A^n \cos 30^\circ + a_{BA}^\tau \cos 30^\circ - a_{BA}^n \cos 60^\circ; \quad (4)$$

$$a_{By} = -a_A^n \sin 30^\circ + a_{BA}^\tau \sin 30^\circ + a_{BA}^n \cos 30^\circ; \quad (5)$$

$$a_C^\tau = a_D^n \cos 30^\circ - a_D^\tau \sin 30^\circ + a_{CD}^n; \quad (6)$$

$$a_C^n = a_D^n \sin 30^\circ + a_D^\tau \cos 30^\circ - a_{CD}^\tau; \quad (7)$$

$$a_{Bx} = a_C^\tau + a_{BC}^n; \quad (8)$$

$$a_{By} = a_C^n - a_{BC}^\tau. \quad (9)$$

Подставим выражения a_C^τ из (6) и a_{BC}^τ из (9) в (7) и (8), тогда

$$a_C^n = a_D^n \cdot \frac{1}{2} + a_D^\tau \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - (a_C^n - a_{By}); \quad (10)$$

$$a_{Bx} = a_D^n \frac{\sqrt{3}}{2} - a_D^\tau \cdot \frac{1}{2} + a_{CD}^n + a_{BC}^n. \quad (11)$$

Приравняем выражения a_{Bx} , полученные из (4) и (11), a_{By} из (5) и (10):

$$\begin{cases} -a_A^n \frac{\sqrt{3}}{2} + a_{BA}^\tau \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - a_{BA}^n \cdot \frac{1}{2} = a_D^n \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - a_D^\tau \cdot \frac{1}{2} + a_{CD}^n + a_{BC}^n; \\ -a_A^n \cdot \frac{1}{2} + a_{BA}^\tau \cdot \frac{1}{2} + a_{BA}^n \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a_C^n - a_D^n \cdot \frac{1}{2} - a_D^\tau \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + a_C^n, \end{cases}$$

или

$$-\omega^2 l \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + a_{BA}^\tau \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \omega^2 l \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\omega^2 l \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - a_D^\tau \cdot \frac{1}{2} + 3\omega^2 l + 3\omega^2 l; \quad (12)$$

$$-\omega^2 l \cdot \frac{1}{2} + a_{BA}^\tau \cdot \frac{1}{2} + \omega^2 l \cdot \frac{3}{2} = \omega^2 l - 4\omega^2 l \cdot \frac{1}{2} - a_D^\tau \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \omega^2 l, \quad (13)$$

Тогда из (12)

$$a_D^\tau = 4\omega^2 l \sqrt{3} + 12\omega^2 l + \omega^2 l \sqrt{3} + \omega^2 l \sqrt{3} - a_{BA}^\tau \sqrt{3} = (6\sqrt{3} + 12)\omega^2 l - a_{BA}^\tau \sqrt{3}.$$

Подставляя в (13), получим

$$-\omega^2 l + a_{BA}^\tau + 3\omega^2 l = 2\omega^2 l - 4\omega^2 l - \sqrt{3}[(6\sqrt{3} + 12)\omega^2 l - a_{BA}^\tau \sqrt{3}] + 2\omega^2 l.$$

Отсюда

$$a_{BA}^\tau = -4\omega^2 l - 18\omega^2 l - 12\sqrt{3}\omega^2 l + 3a_{BA}^\tau + 2\omega^2 l; \text{ или } a_{BA}^\tau = (10 + 6\sqrt{3})\omega^2 l.$$

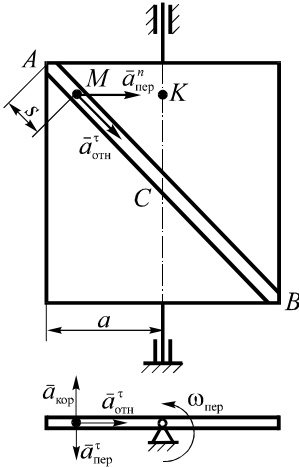
Подставим полученное выражение в (4) и (5):

$$a_{Bx} = -\omega^2 l \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + (10 + 6\sqrt{3})\omega^2 l \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \omega^2 l \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = (8 + 6\sqrt{3})\omega^2 l;$$

$$a_{By} = -\omega^2 l \cdot \frac{1}{2} + (10 + 6\sqrt{3})\omega^2 l \cdot \frac{1}{2} + \omega^2 l \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = (12 + 6\sqrt{3})\omega^2 l;$$

$$a_B = \sqrt{a_{Bx}^2 + a_{By}^2} = \omega^2 l \cdot \sqrt{(8 + 6\sqrt{3})^2 + (12 + 6\sqrt{3})^2} = \omega^2 l \cdot \sqrt{424 + 240\sqrt{3}};$$

Задача К2-2008



Если вектор \vec{a}_{abc} лежит в плоскости пластины, то выполняется условие $a_{пер}^{\tau} = a_{кор}$.

Поскольку $a_{пер}^{\tau} = \varepsilon \cdot MK = \varepsilon \cdot (a - \cos 45^\circ)$ и $a_{кор} = 2\omega_{пер} \dot{s} \sin 45^\circ = 2(\omega_0 + \varepsilon t) \dot{s} \sin 45^\circ$, то

$$\varepsilon(a - s \cos 45^\circ) = 2(\omega_0 + \varepsilon t) \cdot \dot{s} \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\text{или } \varepsilon \left(a - s \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = (\omega_0 + \varepsilon t) \frac{ds}{dt} \cdot \sqrt{2},$$

$$\frac{ds}{\left(a - s \frac{\sqrt{2}}{2} \right)} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}} \frac{dt}{\omega_0 + \varepsilon t}.$$

Решение полученного дифференциального уравнения дает:

$$\int_{s_0=0}^s \frac{ds}{a - s \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}} \int_0^t \frac{dt}{\omega_0 + \varepsilon t}, \quad -\sqrt{2} \ln \left(a - s \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \Big|_0^s = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2} \varepsilon} \ln(\omega_0 + \varepsilon t) \Big|_0^t,$$

$$-\sqrt{2} \ln \frac{a - s\sqrt{2}/2}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{\omega_0 + \varepsilon t}{\omega_0}, \quad \ln \left(1 - \frac{s \sqrt{2}}{a} \right) = -\frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{\varepsilon t}{\omega_0} \right);$$

$$1 - \frac{s \sqrt{2}}{a} = \frac{\omega_0^2}{(\omega_0 + \varepsilon t)^2}, \quad s = a\sqrt{2} \cdot \left(1 - \frac{\omega_0^2}{(\omega_0 + \varepsilon t)^2} \right).$$

Выражение в скобках при t , изменяющемся от 0 до бесконечности, изменяется от 0 до 1, поэтому всегда $s < a\sqrt{2} = AC$, что и требовалось доказать.

Задача Д1-2008

Для камня, выпущенного из неподвижной катапульты:

$$x = v_0 \cos \alpha t; \quad y = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}.$$

В момент приземления $y = 0 \Rightarrow t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$;

$$x = v_0 \cos \alpha \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha;$$

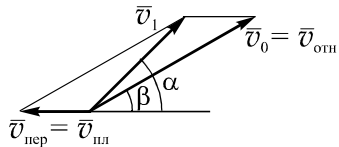
$$s = x_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \text{ (так как } \sin 2\alpha = 1); \quad v_0^2 = gs.$$

В случае вылета камня с неподвижной катапульты его абсолютная скорость v_1 должна быть равна сумме переносной (соответствующей движению платформы) и относительной (равной v_0) скоростей.

Из приведенной схемы следует:

$$v_{\text{отн}} \sin \beta = v_1 \sin \alpha; \quad (1)$$

$$v_{\text{отн}} \cos \beta - v_{\text{пер}} = v_1 \cos \alpha. \quad (2)$$



По теореме о движении центра масс системы

$$mv_1 \cos \alpha = m \cdot n \cdot v_{\text{пл}} = m \cdot n \cdot v_{\text{пер}}; \quad v_{\text{пер}} = \frac{mv_1 \cos \alpha}{mn},$$

тогда из (1) и (2) получаем:

$$v_0 \sin \beta = v_1 \sin \alpha;$$

$$v_0 \cos \beta = \frac{v_1 \cos \alpha}{n} + v_1 \cos \alpha = v_1 \cos \alpha \frac{n+1}{n}.$$

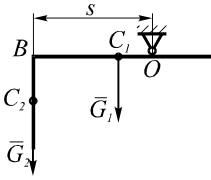
Дальность полета снаряда, выпущенного с подвижной катапульты

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{v_1^2}{g} \sin 2\alpha = \frac{2}{g} v_1 \sin \alpha v_1 \cos \alpha = \\ &= \frac{2}{g} v_0 \sin \beta v_0 \cos \beta \frac{n}{n+1} = \frac{v_0^2}{g} \frac{n}{n+1} \sin 2\beta. \end{aligned}$$

Это выражение максимально при $\sin 2\beta = 1$. Подставляя найденное выше значение квадрата начальной скорости, окончательно получаем:

$$s_1 = \frac{n}{n+1} s.$$

Задача Д2-2008



Дифференциальное уравнение вращательного движения стержня имеет вид:

$$J_0 \varepsilon = \sum M_{iO};$$

$$J_0 \varepsilon = G_1(s - \ell) + G_2 \cdot s = 3mgs - 2mg\ell.$$

Момент инерции относительно оси вращения

$$J_0 = J_{C_1} + m_1(s - \ell)^2 + J_{C_2} + m_2 OC_2^2 =$$

$$= \frac{m_1 \cdot (2l)^2}{12} + m_1(s - \ell)^2 + \frac{m_2 l^2}{12} + m_2 \left(s^2 + \left(\frac{l}{2} \right)^2 \right) = ml^2 + ms^2 + 2m(s - l)^2.$$

$$\text{Отсюда } \varepsilon = \frac{mg(3s - 2l)}{m(l^2 + s^2 + 2(s - l)^2)}.$$

Для нахождения экстремума углового ускорения продифференцируем по \$s\$:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial s} = g \cdot \frac{3(l^2 + s^2 + 2s^2 - 4sl + 2l^2) - (3s - 2l) \cdot (2s + 4(s - l))}{(l^2 + s^2 + 2(s - l)^2)^2} =$$

$$= g \frac{l^2 + 12sl - 9s^2}{l^2 + s^2 + 2(s - l)^2} = 0.$$

Отсюда

$$l^2 + 12sl - 9s^2 = 0; \quad s = \frac{12l \pm \sqrt{12^2 l^2 + 9 \cdot 4l^2}}{18}$$

Знак «минус» дает отрицательное значение, поэтому

$$s = \frac{12l + \sqrt{180l^2}}{18} = \frac{2 + \sqrt{5}}{3} l.$$

Сравним значение \$\varepsilon\$ для полученного расстояния \$s\$ и для случая, при котором шарнир находится на конце стержня:

$$\varepsilon(s) = g \frac{3 \cdot \frac{2 + \sqrt{5}}{3} l - 2l}{l^2 + \frac{4 + 4\sqrt{5} + 5}{9} l^2 + 2 \frac{5 - 2\sqrt{5} + 1}{9} l^2} = \frac{\sqrt{5} \cdot 9}{30l} = \frac{3\sqrt{5}}{10} \frac{g}{l} = 0,671 \frac{g}{l};$$

$$\varepsilon(0) = \frac{g \cdot (-2l)}{l^2 + 2l^2} = -\frac{2}{3} \frac{g}{l} \approx -0,667 \frac{g}{l}.$$

Первое значение по модулю больше, поэтому $s = \frac{2 + \sqrt{5}}{3} l$

Задача Д3-2008

Введем в рассмотрение угол φ . Поскольку цилиндры гладкие, то они будут двигаться поступательно. Пока они касаются друг друга, выполняются соотношения:

$$y = 2R \cos \varphi, \quad x = 2R \sin \varphi,$$

отсюда

$$v_{C_1} = \dot{y} = -2R \sin \varphi \cdot \dot{\varphi},$$

$$v_{C_2} = \dot{x} = 2R \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} \Rightarrow \dot{\varphi} = \frac{v_{C_2}}{2R \cos \varphi}; \quad v_{C_1} = v_{C_2} \operatorname{tg} \varphi.$$

По теореме об изменении кинетической энергии материальной системы

$$\frac{mv_{C_1}^2}{2} + \frac{mv_{C_2}^2}{2} = mg(2R - y),$$

отсюда

$$\frac{mv_{C_2}^2}{2} \operatorname{tg}^2 \varphi + \frac{mv_{C_2}^2}{2} = mg(2R - 2R \cos \varphi),$$

$$\frac{mv_{C_2}^2}{2} (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) = mg \cdot 2R(1 - \cos \varphi),$$

$$v_C^2 = 4gR(\cos^2 \varphi - \cos^3 \varphi).$$

Определим значение угла φ , при котором произойдет отрыв одного шара от другого. Значение скорости точки C не может уменьшаться, так как шар 2 не может притягиваться шаром 1. Поэтому найдем, при каком значении угла φ максимально v_C^2 :

$$\frac{\partial v_C^2}{\partial \varphi} = 4gR(2 \cos \varphi(-\sin \varphi) - 3 \cos^2 \varphi(-\sin \varphi)) = 0,$$

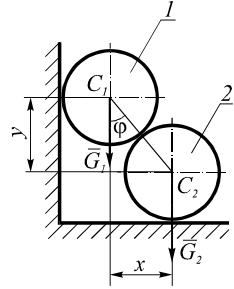
следовательно, $\cos \varphi = \frac{2}{3}$.

После рассоединения шаров скорость нижнего шара не изменяется. Отсюда получаем

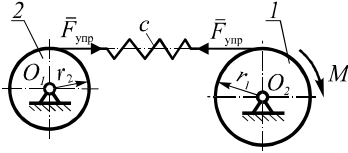
$$v_C^2 = 4gR \left(\frac{4}{9} - \frac{8}{27} \right) = \frac{16}{27} gR.$$

Тогда окончательно имеем

$$v_C = \frac{4}{3\sqrt{3}} gR.$$



Задача Д4-2008



Динамические уравнения движения тел 1 и 2 имеют вид:

$$J_{O_1} \varepsilon_1 = M - F_{\text{упр}} r_1,$$

$$J_{O_2} \varepsilon_2 = F_{\text{упр}} r_2.$$

По условию $F_{\text{упр}} = c\Delta l$, причем $\Delta l = \varphi_1 r_1 - \varphi_2 r_2$.

Отсюда приходим к системе дифференциальных уравнений:

$$J_{O_1} \ddot{\varphi}_1 = M - c(\varphi_1 r_1 - \varphi_2 r_2); \quad (1)$$

$$J_{O_2} \ddot{\varphi}_2 = c(\varphi_1 r_1 - \varphi_2 r_2). \quad (2)$$

Продифференцируем уравнение (1) два раза по времени:

$$J_{O_1} \ddot{\varepsilon}_1 = -c(\varepsilon_1 r_1 - \varepsilon_2 r_2),$$

отсюда
$$\varepsilon_2 = (J_{O_1} \ddot{\varepsilon}_1 + c\varepsilon_1 r_1) / cr_2. \quad (3)$$

Подставим в (2) выражения (1) и (3):

$$J_{O_2} \cdot \frac{J_{O_1} \ddot{\varepsilon}_1 + c\varepsilon_1 r_1}{cr_2} = M - J_{O_1} \ddot{\varphi}_1;$$

или

$$J_{O_1} J_{O_2} \ddot{\varepsilon}_1 + J_{O_2} c\varepsilon_1 r_1 = M cr_2 - J_{O_1} \varepsilon_1 r_2;$$

$$\frac{m_1 r_1^2}{2} \frac{m_2 r_2^2}{2} \ddot{\varepsilon}_1 + \left(\frac{m_2 r_2^2}{2} r_1 + \frac{m_1 r_1^2}{2} r_2 \right) c\varepsilon_1 = M cr_2. \quad (4)$$

Характеристическое уравнение соответствующего однородного дифференциального уравнения имеет вид:

$$\frac{m_1 m_2 r_1^2 r_2^2}{4} \lambda^2 + \frac{r_1 r_2}{2} (m_2 r_2 + m_1 r_1) c = 0,$$

отсюда
$$\lambda = \pm \sqrt{\frac{cr_1 r_2 (m_1 r_1 + m_2 r_2) \cdot 4}{2 m_1 m_2 r_1^2 r_2^2}} = \pm \sqrt{\frac{2c(m_1 r_1 + m_2 r_2)}{m_1 m_2 r_1 r_2}}.$$

Следовательно, общее решение однородного уравнения

$$\bar{\varepsilon} = C_1 \sin\left(\sqrt{\frac{2c}{m_1 r_1} + \frac{2c}{m_2 r_2}} t\right) + C_2 \cos\left(\sqrt{\frac{2c}{m_1 r_1} + \frac{2c}{m_2 r_2}} t\right).$$

Частное решение неоднородного уравнения

$$\varepsilon^* = \frac{2 \cdot M c r_2}{r_1 r_2 \cdot c(m_1 r_1 + m_2 r_2)} = \frac{2M}{r_1 (m_1 r_1 + m_2 r_2)}.$$

Поэтому общее решение дифференциального уравнения (4):

$$\varepsilon_1 = C_1 \sin \sqrt{\frac{2c}{m_1 r_1} + \frac{2c}{m_2 r_2}} t + C_2 \cos \sqrt{\frac{2c}{m_1 r_1} + \frac{2c}{m_2 r_2}} t + \frac{2M}{r_1 (m_1 r_1 + m_2 r_2)}.$$

Соответственно $\dot{\varepsilon}_1 = C_1 k \cos kt - C_2 k \sin kt$, где $k = \sqrt{\frac{2c}{m_1 r_1} + \frac{2c}{m_2 r_2}}$,

Поскольку при $t = 0$ $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ и $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = 0$, то $\varepsilon_{10} = \frac{M}{J_{O_1}}$; $\dot{\varepsilon}_{10} = 0$.

Поэтому $\varepsilon_1(0) = C_2 + \frac{2M}{r_1 (m_1 r_1 + m_2 r_2)} = \frac{2M}{m_1 r_1^2}$, $\dot{\varepsilon}_1(0) = C_1 k = 0$.

Отсюда: $C_2 = \frac{2M}{r_1} \left(\frac{1}{m_1 r_1} - \frac{1}{m_1 r_1 + m_2 r_2} \right) = \frac{2M \cdot m_2 r_2}{r_1^2 m_1 (m_1 r_1 + m_2 r_2)}$, $C_1 = 0$.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{2M \cdot m_2 r_2}{m_1 r_1^2 (m_1 r_1 + m_2 r_2)} \cos kt + \frac{2M}{r_1 (m_1 r_1 + m_2 r_2)} = \\ &= \frac{2M}{r_1 (m_1 r_1 + m_2 r_2)} \cdot \left(1 + \frac{m_2 r_2}{m_1 r_1} \right) \cos kt. \end{aligned}$$

Тогда $\omega_1 = \frac{2M}{r_1 (m_1 r_1 + m_2 r_2)} \cdot \left(t + \frac{m_2 r_2}{k m_1 r_1} \sin kt \right)$, где $k = \sqrt{\frac{2c}{m_1 r_1} + \frac{2c}{m_2 r_2}}$.

4 ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ КОНКУРСА «БРЕЙН-РИНГ»

1. $\alpha = \arccos(-\frac{1}{7})$. 2. $h = \frac{5F}{c}$. 3. $P = \frac{Q \cdot 2 \sin 15^\circ}{1 - 2 \sin 15^\circ}$. 4. $T_{AF} = \frac{4}{3} P$.
5. $R_A = 14,6$ Н, $R_C = 17,9$ Н. 6. $\vec{R} = -F\vec{i} + F \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{j}$, $R = F \frac{\sqrt{7}}{2} = 39,7$ Н.
7. $\frac{n-1}{n} mg$. 8. $\frac{5}{3} \pi \rho g R^3$. 9. $\Delta x = a \frac{\cos 45^\circ}{4\pi - 1} = 0,06a$. 10. $S = G - P$. 11. 2 с. 12. 12 м.
13. Уменьшением в \sqrt{n} раз. 14. $180^\circ - \arctg(3/4) = 143^\circ$. 15. $v_l = \frac{v_0}{R} \Delta l$.
16. $n_2 = n_1 \frac{R_1}{R_2} \cos \alpha$. 17. $\sqrt{89} = 9,43$. 18. 14 см. 19. 30 см/с. 20. 6 рад/с². 21. $\frac{fg}{\omega^2}$.
22. $\arctg 0,133$. 23. 2100 Н. 24. 1 рад. 25. 0,7 м. 26. $\frac{\pi l_0}{4v_0} \left(\frac{l_0}{a} + 1 \right) = 200$ с.
27. $M = \frac{1}{2} m_2 R g$. 28. $2\pi \sqrt{\frac{l}{2g}}$. 29. 0. 30. $\sqrt{\frac{2(3 - 2\sqrt{2})gl}{5}}$.

5 РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОНКУРСА (ЛИЧНЫЙ ЗАЧЕТ)

Фамилия, имя, отчество	Вуз	Баллы по задачам								Всего баллов	Место
		С-1	С-2	К-1	К-2	Д-1	Д-2	Д-3	Д-4		
Тарасова Елена Сергеевна	Курск	9	7	2	5	1	3	-	10	37	1
Шардин Михаил Алексеевич	Пермь	10	0	9	2	3	3	2	7	36	2
Копытов Никита Павлович	УГТУ-УПИ	10	5	0	4	3	4	2	8	36	2
Чижевский Виталий Владимирович	ВОЕНМЕХ	5	6	4	-	7	7	1	2	32	3
Кишея Владимир Геннадьевич	БГТУ	10	4	3	7	0	7	-	-	31	4
Бекчурин Владислав Витальевич	УГТУ-УПИ	7	3	3	8	1	4	1	3	30	5
Драган Федор Владимирович	УГНТУ	10	0	3	0	1	6	6	3	29	6
Семин Михаил Александрович	Пермь	10	2	5	3	3	2	0	3	28	7
Ибрагимов Анвар Рашитович	Казань	8	6	5	4	1	-	1	2	27	8
Петрачков Сергей Александрович	БелГУТ	9	2	5	1	0	7	2	1	27	8
Желдак Виталий Анатольевич	БелГУТ	10	0	4	0	1	7	1	4	27	8
Мухаметзянов Марат Рафисович	УГТУ-УПИ	10	4	4	5	1	2	0	0	26	9
Шаяхметов Айрат Ильфатович	УГНТУ	9	7	3	-	4	-	2	-	25	10
Коротеев Артур Олегович	БРУ	9	2	3	5	1	4	1	0	25	10
Григаркевич Сергей Михайлович	БарГУ	10	0	4	4	-	0	1	6	25	10
Коржук Дмитрий Андреевич	ЮУрГУ	3	6	3	9	2	1	-	-	24	11
Толстых Максим Сергеевич	ТГТУ	10	0	4	1	1	1	2	3	22	12
Валияхметов Фанис Фанусович	Казань	7	2	3	-	0	1	2	7	22	12
Медведев Тимофей Анатольевич	БрГТУ	9	0	3	4	2	3	-	-	21	13
Суслова Анна Андреевна	ЮУрГУ	8	2	2	4	1	2	1	0	20	14
Мелехин Андрей Валерьевич	Пермь	6	-	6	0	2	2	-	3	19	15
Ярошевич Максим Викторович	УрГУ	0	0	4	8	0	6	1	-	19	15
Зорин Андрей Алексеевич	ЮУрГУ	7	2	3	4	0	1	1	0	18	16
Амирханов Ильнур Ришатович	УГНТУ	-	5	3	6	3	1	-	-	18	16
Бычков Александр Евгеньевич	УГТУ-УПИ	1	0	1	3	2	2	2	7	18	16
Ашарчук Антон Васильевич	ВОЕНМЕХ	10	0	3	3	2	-	-	-	18	16

Постоялко Анатолий Петрович	БелГУТ	10	0	3	0	1	2	1	1	18	16
Довгилевич Евгений Евгеньевич	БарГУ	8	2	3	3	-	-	2	-	18	16
Чак Сергей Александрович	БНТУ	5	2	3	6	0	-	1	-	17	17
Акаченко Андрей Анатольевич	Полоцк	10	-	5	-	-	-	1	-	16	18
Вабищевич Сергей Сергеевич	Полоцк	-	-	5	6	-	3	1	1	16	18
Лядова Ксения Александровна	Пермь	9	0	0	7	-	-	-	-	16	18
Крохин Николай Алексеевич	ЮУрГУ	5	0	4	4	-	2	1	-	16	18
Петренко Юлия Олеговна	ЮУрГУ	10	0	3	-	0	1	1	0	15	19
Валуиских Артем Германович	КИИ	1	-	-	6	0	7	1	-	15	19
Леонов Павел Сергеевич	ВГУ	10	3	2	-	-	-	-	-	15	19
Игнатов Роман Васильевич	ВГУ	10	0	3	-	-	-	1	1	15	19
Прищепова Ирина Васильевна	БелГУТ	10	0	3	-	-	1	1	-	15	19
Хаткевич Юрий Евгеньевич	Полоцк	-	4	3	5	0	0	2	-	14	20
Лысанович Диана Викторовна	КИИ	-	3	2	4	1	3	1	-	14	20
Димитриади Николай Павлович	БРУ	-	3	3	-	3	3	1	-	13	21
Кучейко Сергей Михайлович	КИИ	9	0	2	-	1	1	-	0	13	21
Березявко Сергей Васильевич	БрГУ	0	0	3	5	-	2	1	2	13	21
Старцев Виталий Викторович	ЮУрГУ	7	3	3	0	-	-	-	-	13	21
Цупрев Павел Викторович	БГСХА	10	-	3	0	-	-	-	0	13	21
Нгуен Дык Ань	Казань	-	4	-	4	1	3	0	1	13	21
Иванов Михаил Николаевич	БНТУ	10	0	0	0	1	0	1	0	12	22
Бурачевский Александр Николаевич	БГТУ	10	-	0	-	-	1	0	1	12	22
Берденников Николай Сергеевич	ВОЕНМЕХ	-	-	3	-	2	7	0	-	12	22
Соловьев Дмитрий Андреевич	ГрГУ	8	-	-	-	1	2	0	-	11	23
Денисик Вадим Владимирович	ГрГУ	-	0	4	6	1	0	-	0	11	23
Репин Павел Викторович	УГТУ-УПИ	5	0	1	1	-	1	1	0	9	24
Крот Александр Александрович	БНТУ	2	0	3	-	1	2	0	-	8	25
Арцименя Виктория Викторовна	БарГУ	5	1	-	0	-	-	2	0	8	25
Потехин Антон Сергеевич	УГТУ-УПИ	1	0	2	0	3	0	0	2	8	25
Вегера Александр Владимирович	МГПУ	0	1	1	1	3	0	1	1	8	25

Окончание таблицы

Фамилия, имя, отчество	Вуз	Баллы по задачам								Всего баллов	Место
		С-1	С-2	К-1	К-2	Д-1	Д-2	Д-3	Д-4		
Петрова Ирина Викторовна	УГТУ-УПИ	1	0	2	1	0	3	1	0	8	25
Гутников Юрий Михайлович	МГВАК	6	-	-	-	2	-	-	-	8	25
Шуринов Никита Юрьевич	МГУП	-	0	3	4	1	-	-	0	8	25
Зеленик Артем Викторович	ВАРБ	3	-	1	-	2	0	1	1	8	25
Сигай Евгений Александрович	БелГУТ	-	-	4	-	1	2	1	0	8	25
Невмержицкий Василий Николаевич	ГГТУ	5	2	0	0	0	0	0	0	7	26
Сальников Дмитрий Александрович	Курск	3	0	1	1	-	0	2	0	7	26
Ксёнда Иван Владимирович	БрГТУ	-	2	3	-	1	0	-	-	6	27
Шалухо Максим Игоревич	БГТУ	-	0	3	3	-	-	-	-	6	27
Дрогичинский Сергей Александрович	БНТУ	-	0	1	0	1	1	1	2	6	27
Рудько Егор Григорьевич	МГПУ	2	2	0	0	1	0	1	0	6	27
Радовский Александр Сергеевич	БГСХА	0	0	3	0	-	1	0	1	5	28
Кучин Алексей Сергеевич	ГГТУ	4	0	0	0	0	0	1	0	5	28
Кудласевич Сергей Валерьевич	ГГТУ	5	0	0	0	0	-	0	-	5	28
Халамов Сергей Алексеевич	ГГТУ	2	0	0	0	0	0	2	-	4	29
Семеняко Виталий Юрьевич	БРУ	-	-	-	-	2	2	-	-	4	29
Климов Григорий Владимирович	Курск	1	-	1	-	-	0	2	-	4	29
Петренко Михаил Леонидович	БРУ	-	0	3	0	1	0	-	-	4	29
Колядко Жанна Владимировна	МГПУ	0	1	0	0	1	1	1	0	4	29
Апет Андрей Васильевич	БГТУ	-	0	3	-	-	0	-	-	3	30
Яночкина Яна Викторовна	ГГТУ	1	1	1	0	0	0	0	-	3	30
Корделюк Виктор Генедьевич	БрГТУ	1	0	0	0	-	-	1	0	2	31
Андрушкевич Павел Иванович	БГСХА	-	0	0	-	0	-	2	-	2	31
Бобрович Дмитрий Александрович	ВАРБ	0	-	0	0	0	0	2	0	2	31
Данченко Валерий Викторович	МГВАК	-	0	-	0	-	0	2	0	2	31
Бурба Антон Игоревич	ГГТУ	1	1	0	0	-	-	-	-	2	31

Плескач Артем Васильевич	ВАРБ	-	0	-	0	1	0	1	-	2	31
Котов Сергей Николаевич	Курск	1	1	0	-	0	0	0	-	2	31
Манжос Максим Алексеевич	БелГУТ	0	1	-	-	0	0	1	0	2	31
Плюснин Александр Геннадьевич	МГПУ	0	0	1	1	-	-	-	-	2	31
Курпин Андрей Александрович	МГПУ	-	0	0	-	-	-	1	-	1	32
Карачун Дмитрий Викторович	БНТУ	0	-	0	1	0	0	-	-	1	32
Греков Дмитрий Викторович	БГСХА	0	-	0	0	0	0	1	0	1	32
Кардаш Алексей Анатольевич	ГГТУ	0	0	1	-	0	0	0	-	1	32
Юнчиц Валерий Михайлович	КИИ	0	0	-	0	1	0	0	-	1	32
Гурин Андрей Валерьевич	ВАРБ	0	-	-	0	0	-	1	-	1	32
Чубаков Алексей Григорьевич	БГСХА	1	0	0	0	0	0	0	-	1	32
Сидоренко Андрей Александрович	БарГУ	-	1	0	0	0	0	0	0	1	32
Валуев Елексей Владимирович	БРУ	0	0	0	0	-	0	0	1	1	32
Казыкалевич Василий Викторович	МГПУ	0	0	1	0	-	-	-	-	1	32
Тамазян Армен Суменович	МГВАК	0	-	-	0	1	-	0	-	1	32
Нехорошкин Юрий Леонидович	ВГУ	0	0	-	-	-	-	0	0,5	0,5	33
Шарандин Дмитрий Леонидович	БГСХА	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0,5	33
Езерская Мария Андреевна	ГГТУ	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0,5	33
Хохлов Арсений Петрович	БНТУ	0	-	-	0	-	-	-	-	0	33
Салеки Бабак	МГВАК	0	-	-	-	-	-	0	-	0	33
Кухаренко Константин Викторович	МГВАК	0	-	-	-	-	-	-	-	0	33
Деятников Николай Евгеньевич	МГВАК	0	-	-	-	0	-	-	0	0	33
Рожко Юлия Юрьевна	ГрГУ	-	0	-	-	-	0	-	-	0	33
Пушкин Григорий Викторович	МГВАК	-	-	-	-	-	-	0	-	0	33
Бачко Евгения Александровна	ГрГУ	0	0	-	-	-	-	-	-	0	33
Щербунов Дмитрий Юрьевич	МГВАК	0	-	-	-	0	0	-	-	0	33
Маковик Валерий Валерьевич	МГВАК	-	-	-	-	-	0	0	-	0	33

**6 РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОНКУРСА
(КОМАНДНЫЙ ЗАЧЕТ)**

Команда	Сумма баллов	Место
УГТУ-УПИ	92	1
ПГУ (Пермь)	83	2
БелГУТ	72	3
УГНТУ	72	3
ЮУрГУ	62	4
ВОЕНМЕХ	62	4
КазГТУ	62	4
БарГУ	51	5
БГТУ	49	6
КурГТУ	48	7
ПГУ (Полоцк)	46	8
БРУ	42	9
КИИ МЧС	42	9
БрГТУ	40	10
БНТУ	37	11
ВГУ	31	12
ТГТУ	22	13
ГрГУ	22	13
БГСХА	20	14
УрГУ	19	15
МГПУ	18	16
ГГТУ	17	17
ВАРБ	12	18
МГВАК	11	19
МГУП	8	20

7 РУКОВОДИТЕЛИ КОМАНД – УЧАСТНИЦ ОЛИМПИАДЫ

Бобер Ольга Александровна – Белорусская государственная сельскохозяйственная академия, г. Горки (БГСХА)

Веремейчик Андрей Иванович – Брестский государственный технический университет (БрГТУ).

Дремчук Владимир Алексеевич – Барановичский государственный университет (БарГУ).

Зотов Алексей Николаевич – Уфимский государственный нефтяной технический университет (УГНТУ).

Илихменев Андрей Львович – Балтийский государственный технический университет (ВОЕНМЕХ).

Камлюк Андрей Николаевич – Белорусский государственный технологический университет (БГТУ).

Коренский Валерий Федорович – Полоцкий государственный университет (Полоцк)

Кракова Ирина Евгеньевна – Белорусский государственный университет транспорта (БелГУТ).

Кроть Дмитрий Григорьевич – Гомельский государственный технический университет (ГГТУ).

Леванович Николай Андреевич – Белорусско-Российский университет (БРУ).

Лулехина Ирина Владимировна – Курский государственный технический университет (КурГТУ).

Муштари Айрат Ильдарович – Казанский государственный технологический университет КазГТУ.

Навныко Валерий Николаевич – Мозырский государственный педагогический университет им. И.П. Шамякина (МГПУ).

Орешко Элеонора Александровна – Командно-инженерный институт МЧС (КИИ МЧС).

Остапенко Елена Николаевна – Пермский государственный университет (ПГУ).

Попов Андрей Иванович – Тамбовский государственный технический университет (ТГТУ), г. Тамбов

Рощева Татьяна Анатольевна – Уральский государственный технический университет-УПИ (УГТУ-УПИ).

Скляр Ольга Николаевна – Белорусский национальный технический университет (БНТУ).

Стома Александр Сергеевич – Военная академия РБ (ВАРБ).

Тимофеев Борис Львович – Вятский государственный университет (ВГУ)

Ховатов Павел Анатольевич – Гродненский государственный университет имени Янки Купалы (ГрГУ);

Шинкевич Александр Николаевич – Минский государственный высший авиационный колледж (МГВАК).

Щевелёва Мария Петровна – Южно-Уральский государственный университет (ЮУрГУ).

В олимпиаде также самостоятельно принимали участие студенты вузов:

Могилевский государственный университет продовольствия (МГУП),

Уральский государственный университет г. Екатеринбург (УрГУ)

8 РЕЗУЛЬТАТЫ КОНКУРСА «БРЕЙН-РИНГ»

Порядок сдачи работ	Команда	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Баллы	Место	
23	Пермь	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	21	1	
24	УГНТУ	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	21	1	
26	ВОЕНМЕХ	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	19	2	
14	Сборная вузов 1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	-	0	-	1	1	0	-	18	3	
17	БГТУ	1	0	0	1	1	1	0	-	0	1	0	1	1	1	-	0	1	1	1	1	1	1	1	0	-	1	0	1	-	-	-	16	4
30	ЮУрГУ-1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	16	4
21	БелГУТ-1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	-	-	-	1	0	15	5	
28	БРУ	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	-	1	-	0	1	-	0	15	5	
33	УГТУ-УПИ-1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	-	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	-	0	15	5	
4	БНТУ-1	1	-	0	1	1	0	0	0	-	-	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	-	1	0	1	0	0	0	13	6	
11	БелГУТ-2	0	0	0	1	-	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	-	1	-	1	0	0	-	13	6	
31	Полоцк	-	-	-	-	-	1	1	0	0	-	0	1	1	1	-	-	1	1	1	1	1	1	1	-	1	-	-	-	0	-	13	6	
25	БарГУ	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	-	1	0	1	-	0	0	12	7	
8	БрГТУ	0	0	-	-	0	1	-	0	0	1	0	1	1	0	-	-	0	1	1	1	1	1	1	-	1	-	-	-	-	0	11	8	
16	УГТУ-УПИ-2	0	-	-	0	1	1	0	0	0	-	0	1	1	1	1	-	0	1	0	-	1	1	1	-	1	0	0	0	-	-	11	8	
6	МГВАК-1	1	0	0	1	1	1	-	0	1	0	0	0	1	0	0	-	0	-	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	-	-	-	10	9
27	ГрГУ	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	-	1	1	1	1	1	1	0	-	1	0	0	0	0	0	10	9	

2	Курск	0	0	1	0	0	0	-	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	-	-	-	0	1	-	-	-	-	-	-	9	10	
10	БНТУ-2	0	0	-	-	0	-	0	0	1	-	1	1	1	0	0	-	1	0	0	-	1	1	1	-	1	1	-	-	-	-	-	-	9	10
13	Сборная ВУЗов 2	1	-	-	0	0	1	0	-	0	1	1	-	1	0	-	-	1	1	1	1	-	0	-	-	-	-	0	0	0	0	9	10		
20	КГТУ-КХТИ	-	0	-	0	0	0	0	-	0	-	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	9	10	
22	ЮУрГУ-2	1	0	0	1	1	0	-	0	0	0	0	-	0	0	-	-	0	0	1	1	1	1	1	1	-	0	0	-	-	-	-	8	11	
5	ВАРБ	-	0	-	1	-	0	-	-	0	-	0	1	1	0	-	-	0	-	1	0	-	1	0	-	1	0	-	-	0	-	6	12		
12	БГСХА-1	0	0	0	-	0	1	-	1	-	1	0	0	-	-	-	-	-	1	1	0	1	-	0	-	-	-	-	-	-	-	-	6	12	
15	МГПУ-1	0	0	0	1	-	1	-	-	0	1	0	0	1	1	-	-	-	-	0	-	-	1	0	-	0	-	-	-	-	-	-	6	12	
19	МГПУ-2	-	0	0	-	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	-	-	0	0	-	0	1	1	0	-	1	-	0	-	0	0	6	12		
1	КИИ	0	0	-	0	-	0	-	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	-	0	1	0	1	-	0	-	-	-	5	13		
7	Киров	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	-	-	-	-	-	0	-	1	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	5	13		
18	ГГТУ-1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	14	
9	ГГТУ-2	0	0	0	0	1	0	0	-	-	-	0	0	0	1	-	-	0	0	0	0	-	1	-	0	0	0	-	0	0	0	3	15		
29	Сборная ВУЗов 3	0	0	0	-	1	0	0	0	0	-	0	0	0	1	-	-	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	15	
3	МГВАК-2	1	-	-	-	0	0	-	0	0	-	-	0	0	-	-	-	-	0	-	-	-	1	-	-	0	-	-	-	0	-	2	16		
32	БГСХА-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-	-	0	0	-	-	1	1	0	-	0	0	-	0	0	-	-	-	0	2	16		
34	МГВАК-3	-	0	0	-	0	0	-	-	-	-	-	-	1	0	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	17	
<i>Примечание – При равенстве баллов более высокое место присуждалось команде, раньше сдавшей работу.</i>																																			

9 СОСТАВЫ КОМАНД КОНКУРСА «БРЕЙН-РИНГ» (ПО ПОРЯДКУ СДАЧИ РАБОТ)

- 1 КИИ МЧС – Кучейко С. М., Валуйских А. Г., Лысанович Д. В.
- 2 КурГТУ – Сальников Д. А., Климов Г. В., Котов С. Н.
- 3 МГВАК-2 – Кухаренко К. В., Девятников Н. Е. Щербунов Д. Ю.
- 4 БНТУ-1 – Дрогичинский С. А., Чак С. А., Крот А. А.
- 5 ВАРБ – Плескач А. В., Бобрович Д. А., Зеленик А. В.
- 6 МГВАК-1 – Гутников Ю. М., Данченко В. В., Тамазян А. С.
- 7 ВятГУ – Игнагов Р. В., Нехорошкин Ю. Л., Леонов П. С.
- 8 БрГТУ – Медведев Т. А., Ксенда И. В., Березякко С. В.
- 9 ГГТУ-2 – Яночкина Я. В., Бурба А. И., Кучин А. С.
- 10 БНТУ-2 – Иванов М. Н., Хохлов А. П., Карагун Д. В.
- 11 БелГУТ-2 – Сигаё Е. А., Манжос М. А., Постоялко А. П.
- 12 БГСХА-1 – Чубанов А. Г., Цупрев П. В., Андрушкевич П. И.
- 13 Сборная вузов 2 – Апет А. В., Шуринов Н. Ю., Корделюк В. Г.
- 14 Сборная вузов 1 – Ярошевич М. В., Бычков А. Е., Толстых М. С.
- 15 МГПУ-1 – Курнин А. А., Плюснин А. Г., Казыкалевич В. В.
- 16 УГТУ-УПИ-2 – Петрова И. В., Потехин А. С., Репин В. А.
- 17 БГТУ – Бурачевский А. Н., Кишея В. Г. Шалухо М. И.
- 18 ГГТУ-1 – Кудласевич С. В., Невмержицкий В. Н., Халамов С. А.
- 19 МГПУ-2 – Колядко Ж. В., Рудько Е. Г., Вегера А. В.
- 20 КГТУ-КХТИ – Ибрагимов А. Р., Валияхметов Ф. Ф., Нгуен Дык Ань
- 21 БелГУТ-1 – Петрачков С. А., Желдак В. А., Прищепова И. В.
- 22 ЮУрГУ-2 – Петренко Ю. О., Крохин Н. А., Старцев В. В.
- 23 Пермь – Семин М. А., Шардин М. А., Мелехин А. В.
- 24 УГНТУ – Шаяхметов А. И., Амирханов И. Р., Драган Ф. В.
- 25 БарГУ – Довгилович Е. Е., Григаркевич С. М., Арцименя В. В.
- 26 ВОЕНМЕХ – Чижевский В. В., Ашарчук А. В., Берденников Н. С.
- 27 ГрГУ – Бачко Е. А., Денисик В. В., Соловьев Д. А.
- 28 БРУ – Коротеев А. О., Семеняко В. Ю., Димитриади Н. П.
- 29 Сборная вузов 3 – Лядова К. А., Сидоренко А. А., Гуринов А. В.
- 30 ЮУрГУ-1 – Коржук Д. А., Зорин А. А., Сусллова А. А.
- 31 ПГУ – Акаченко А. А., Вабищевич С. С.
- 32 БГСХА – Греков Д. В., Радовский А. С., Шарандин Д. Л.
- 33 УГТУ-УПИ-1 – Мухометзянов М. Р., Бекчурин В. В., Копытов Н. П.
- 34 МГВАК-3 – Пушкин Г. В., Маковик В. В., Салеки Бабаков