

*E.A.MITJUSHOV, T.A.ROSHCHEVA*

## **ONE PROBLEM OF THE DYNAMICS OF A CONSTRAINED PARTICLE**

In the paper the possibility of constructing a boundary constraint surface good for sliding motion of the material particle with given "comfort" or "discomfort" characteristics is being analysed.

Получено 02.07.2009

---

**ISBN 978-985-468-707-0. Механика. Научные исследования  
и учебно-методические разработки. Вып. 4. Гомель, 2010**

---

УДК 678.742

*А. К. НОВИКОВ*

*Институт механики металлополимерных систем им. В. А. Белого  
Национальной академии наук Беларуси, Гомель*

## **ОБРАЗОВАНИЕ ВЫСОКОПРОЧНОЙ СТРУКТУРЫ ПЛАСТМАССОВЫХ ОТЛИВОК**

Приведены теоретическая оценка и экспериментальные результаты исследования процессов ориентации и отверждения пластмассовых отливок, полученных методом прочного литья.

**Введение.** Теплообмен играет важную роль в выборе технологического режима формирования изделий из термопластов. Так, снижение температуры стенки оформляющей полости позволяет повысить производительность процесса литья под давлением при сохранении физико-механических свойств и качества наружной поверхности [1].

В ряде работ (например, [2, 3]) выполнено математическое описание и осуществлено моделирование литья под давлением по традиционной технологии, т. е. с заполнением оформляющей полости литьевой формы. Однако нами показано [4], что регулировать структурообразование и улучшать свойства материала позволяет литье под давлением с течением расплава через оформляющую полость.

Нестационарность процесса литья оказывает существенное влияние на ориентационные явления, происходящие при формировании отливки. Литье под давлением с течением расплава через оформляющую полость повышает прочность изделий за счет активации процесса образования ориентированных структур.

**Расчет процесса отверждения полимерных материалов.** Для расчета параметров процесса отверждения в этой технологии задачу теплопроводности целесообразно сформулировать для обеих частей материала – твердой зоны и расплава.

Уравнение теплопроводности для твердой зоны имеет вид:

$$c\rho \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T_1}{\partial x} \right), \quad (1)$$

где  $c$ ,  $\rho$ ,  $\lambda$  – удельная теплоемкость, плотность, коэффициент теплопроводности полимерного материала соответственно [5];  $T_1$  – температура материала;  $t$  – время;  $x$  – ось координат, перпендикулярная направлению течения.

В качестве реологического уравнения используем степенной закон [2]:

$$\tau = -K \left( \frac{dV}{dx} \right)^m.$$

где  $\tau$  – напряжение сдвига;  $V$  – скорость течения.

Процесс теплопроводности при течении неньютоновской жидкости внутри плоского канала с учетом диссипации энергии описывается уравнением [6]

$$\frac{2m+1}{m+1} \left( 1 - \xi^{\frac{m+1}{m}} \right) \frac{\partial T_2}{\partial X} = \frac{\partial^2 T_2}{\partial \xi^2} + \frac{h^2}{\lambda} K \left( \frac{dV}{d\xi} \right)^{m+1}, \quad (2)$$

где  $X = 1/Re$ ,  $z/h$  – приведенная длина;  $h$  – половина толщины канала;  $z$  – продольная координата;  $Re$  – число Пекле;  $\xi = x/h$ .

Система краевых и начальных условий имеет следующий вид:

$$-\lambda_1 (\partial T_1 / \partial x)_{x=\omega} = \rho L (\partial \omega / \partial t) - \lambda_2 (\partial T_2 / \partial \xi)_{\xi=1}, \quad (3)$$

где  $\omega$  – толщина затвердевшей зоны;  $L$  – относительная энтальпия фазового перехода и

$$\begin{aligned} T_1(\omega, t) &= T_2(\xi = 1, t) = T_{кр}; \\ T_1(x = 0, t) &= T_{ст}; \quad T_1(x, 0) = \varphi_1(x); \\ T_2(\xi, X = 0) &= T_0; \quad T_2(\xi = 1, X) = \varphi(x), \end{aligned}$$

где  $T_{кр}$ ,  $T_{ст}$ ,  $T_0$  – температура кристаллизации, стенки оформляющей полости литевой формы, расплава на входе в канал соответственно.

После применения интегрального преобразования Лапласа по координате  $X$  [6] уравнение (2) приводится к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 T_2}{\partial \xi^2} - \frac{2m+1}{m+1} \left( 1 - \xi^{\frac{m+1}{m}} \right) [s\bar{T}(\xi, s) - T_0] + \frac{h^2}{\lambda s} K \left( \frac{dV}{d\xi} \right)^{m+1} &= 0, \\ \bar{T}(\xi = 1, s) &= \bar{\varphi}(s). \end{aligned} \quad (4)$$

Решение задачи (4) по методу Бубнова – Галеркина [6] отыскивалось в виде ряда

$$\bar{T}_n(\xi, s) = \bar{\varphi}(s) + \sum_{k=1}^n \bar{\alpha}_k(s) \psi_k(\xi),$$

где координатные функции  $\psi_k(\xi)$  линейно независимые и удовлетворяют граничному условию

$$\psi_k(\xi = 1) = 0.$$

Определив коэффициенты изображения  $\bar{\alpha}_k(s)$  и переходя в область оригиналов, получаем решение задачи (2) в виде

$$T(\xi, X) = \varphi(X) + \sum_{k=1}^n \bar{\alpha}_k(X) \psi_k(\xi).$$

Для численного решения задачи (1) используем метод конечных разностей [7]. Зная распределение температуры в твердой и жидкой зонах, из уравнения (3) вычисляем скорость изменения и прирост толщины отвержденного материала.

Результаты расчета времени отверждения для пластин из полиэтилена низкого давления (ПЭНД) при различной толщине отливки и температуре расплава в широком диапазоне скоростей охлаждения и скоростей течения расплава, а также изменения скорости отверждения отливки приведены на рисунках 1–3.

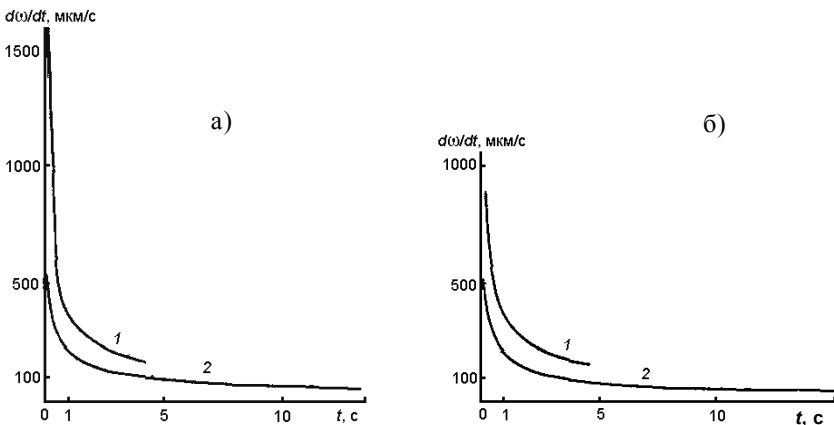


Рисунок 1 – Зависимость скорости отверждения от времени (материал – ПЭНД, толщина отливки 3 мм): а, б – температура расплава 413, 443 К соответственно; 1, 2 – температура стенки 233, 293 К соответственно;  $V_0 = 5 \cdot 10^{-2}$  м/с,  $z = 4 \cdot 10^{-2}$  м

Скорость затвердевания уменьшается по мере отверждения отливки и увеличивается при снижении температуры стенки и температуры расплава (см. рисунок 1). По мере снижения температуры стенки скорость уменьшения времени отверждения снижается при данной температуре расплава. При данной температуре стенки скорость снижения времени отверждения уменьшается при снижении температуры расплава (см. рисунок 2), Увеличение толщины отливки, естественно, вызывает рост времени отверждения, причем эта зависи-

мость является нелинейной (см. рисунок 3). При увеличении скорости течения расплава время отверждения возрастает вследствие увеличения диссипативного тепловыделения. Этот рост становится в определенной области значительным и материал не отвердевает. Однако при малой скорости течения влияние тепловыделения незначительно (см. рисунок 3) и результаты проведенных расчетов соответствуют экспериментальным данным [1].

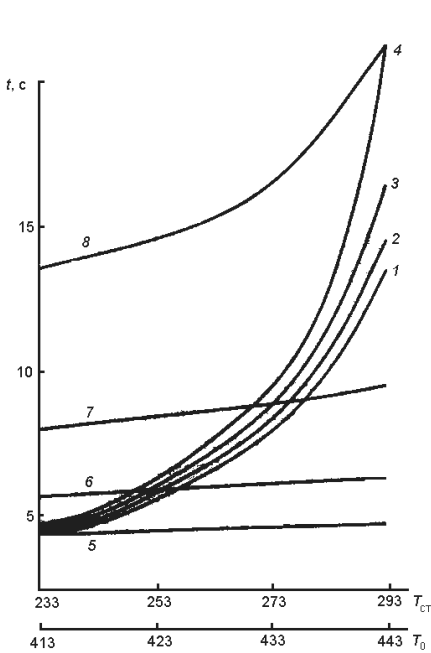


Рисунок 2 – Зависимость времени отверждения отливки от температуры расплава и температуры стенки оформляющей полости литейной формы (материал – ПЭНД, толщина отливки – 3 мм): 1 – 4 – температура расплава 413, 423, 433, 443 К соответственно; 5 – 8 – температура стенки 233, 253, 273, 293 К соответственно;  $V_0 = 5 \cdot 10^{-2}$  м/с,  $z = 4 \cdot 10^{-2}$  м

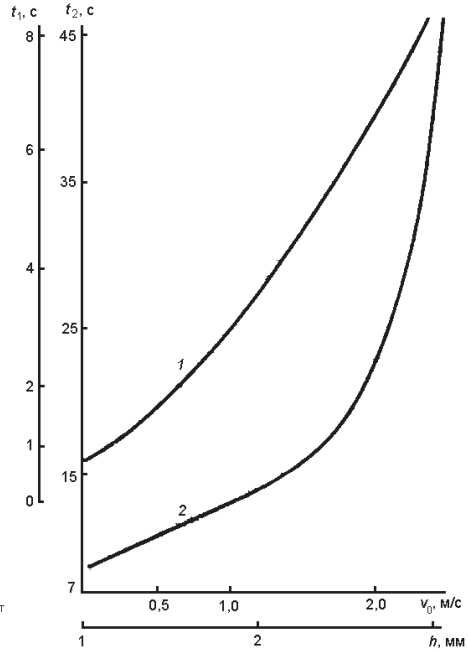


Рисунок 3 – Зависимость времени отверждения отливки от толщины (1) и средней скорости течения расплава (2). Материал – ПЭНД, температура расплава – 423 К; температура стенки – 273 К, скорость течения для зависимости (1) –  $5 \cdot 10^{-2}$  м/с; толщина отливки для зависимости (2) – 3 мм,  $z = 4 \cdot 10^{-2}$  м

**Расчет процессов ориентации структурных элементов полимеров.** Изменение степени ориентации структуры полимера может быть описано уравнением, учитывающим воздействие напряжений и релаксационные процессы [8]. Поскольку ориентация структурных элементов полимерного материала связана с изменением подвижности молекулярных цепей [9], то в соответст-

вующее уравнение необходимо ввести функцию, учитывающую взаимосвязь времени релаксации и степени ориентации  $\psi(\beta_p)$ :

$$\frac{d\beta_p}{dt} = a\varphi(\beta_p)\tau_w - \frac{\beta_p}{\tau_{p0}/\psi(\beta_p)}, \quad (5)$$

где  $t$  – время;  $\varphi(\beta_p)$  – функция, учитывающая изменение ориентирующего действия напряжений в зависимости от степени ориентации;  $a$ ,  $\tau_{p0}$  – постоянные величины.  $\tau_w$  – средние за время ориентации касательные напряжения в граничном с неподвижным материалом слое расплава;

Растяжение макромолекулы приводит к повышению ее жесткости и времени релаксации [9], поэтому можно принять  $\varphi(\beta_p) = 1 - \beta_p^2$ , а также  $\psi(\beta_p) = -\beta_p^2$ . Тогда уравнение (5) примет следующий вид:

$$\frac{d\beta_p}{dt} = a(1 - \beta_p^2)\tau_w - \frac{\beta_p}{\tau_{p0}/\psi(\beta_p^2)}. \quad (6)$$

Решением уравнения (6) является выражение

$$t_1 = \ln \left\{ \frac{[(1 + \beta_p)/(1 + \beta_0)]^e}{[(1 - \beta_p)/(1 - \beta_0)]^d [(a\tau_w\tau_{p0} - \beta_p)/(a\tau_w\tau_{p0} + \beta_0)]^c} \right\}, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \beta_0 &= \beta_p \text{ при } t = 0; \quad d = \tau_{p0} / 2(a\tau_w\tau_{p0} - 1); \\ e &= \tau_{p0} / 2(a\tau_w\tau_{p0} + 1); \quad c = \tau_{p0}(1 - a^2\tau_w^2\tau_{p0}^2). \end{aligned}$$

Значение времени пребывания макромолекулы при ориентационном процессе в расплаве в граничном с неподвижным материалом слое может быть оценено выражением

$$t_2 \sim \int_0^b \frac{db}{d\omega/dt}, \quad (8)$$

где  $b$  – эффективный размер макромолекулы в направлении затвердевания;  $d\omega/dt$  – скорость затвердевания. На рисунке 4 приведено распределение скорости затвердевания по толщине отливки, рассчитанное по вышеприведенной методике [10], при постоянной скорости сдвига в граничном слое. Из представленных данных видно, что скорость затвердевания убывает по мере отверждения. Для оценки величины  $b$  примем, что макромолекулы в расплаве имеют конформацию, близкую к невозмущенной в  $\Theta$ -условиях [11–13].

Степень ориентации макромолекулы в неподвижном слое может быть определена из выражения (9) [8, 14]:

$$\beta = \beta_p \exp \left[ - \int_0^{t_3} \frac{dt}{\tau_0 \exp[U(T)/RT]} \right], \quad (9)$$

где  $\beta_p$ ,  $\beta$  – степень ориентации макромолекулы в расплаве и твердом состоянии соответственно;  $t_3$  – время охлаждения в твердом состоянии;  $U(T)$  – энергия активации процесса релаксации, зависящая от температуры;  $T$  – температура.

Время пребывания материала в определенном температурном диапазоне изменяется по объему отливки. Так, распределение времени пребывания материала в неподвижном слое в температурном диапазоне  $T_{пл} = 368$  К, определенное по методике [10], приведено на рисунке 4, из которого видно, что время пребывания увеличивается по мере удаления от поверхности отливки.

Результаты численного расчета уравнений (7) и (9) с учетом температурной зависимости энергии активации [15] приведены на рисунке 5. При увеличении параметра  $a\tau_w\tau_{p0}$  степень ориентации возрастает (см. рисунок 5, а). При заданном значении  $a\tau_w\tau_{p0}$  с повышением  $\tau_0$  растет значение степени ориентации, а координата максимума степени ориентации смещается в направлении от поверхности к центру отливки (см. рисунки 5, б). Экспериментально определенные значения степени ориентации кристаллической фазы и количества высокотемпературной фазы также являются экстремальными и имеют максимум в приповерхностном слое [4].

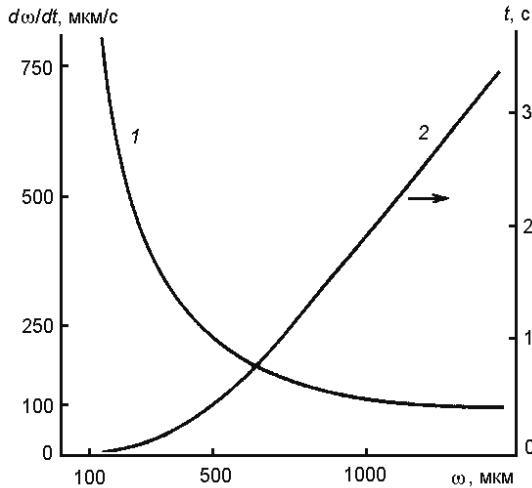


Рисунок 4 – Распределение по толщине отливки скорости затвердения (1) и времени пребывания материала (2) в температурном диапазоне  $T_{пл} = 368$  К в неподвижном слое; материал – полиэтилен низкого давления, толщина отливки – 3 мм, начальная скорость течения  $V_0 = 0,05$  м/с, градиент скорости – постоянный, температура расплава  $T_0 = 423$  К

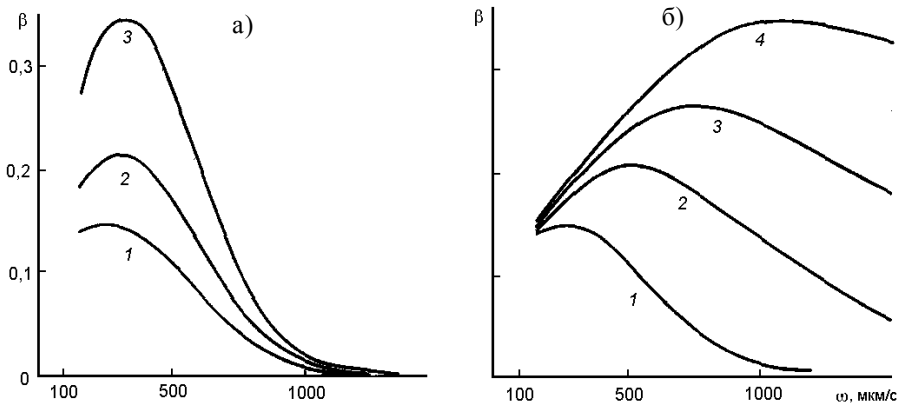


Рисунок 5 – Распределение по толщине отливки степени ориентации макромолекул:  
 а –  $a\tau_w\tau_{p0} = 130, 270, 540$  для кривых 1–3 соответственно;  $\tau_{p0} = 0,1$  с;  $\tau_0 = 0,1$  с;  
 б –  $a\tau_w\tau_{p0} = 130$ ;  $\tau_{p0} = 0,1$  с;  $\tau_0 = 0,1; 0,3; 0,65; 1,5$  с для кривых 1–4 соответственно

**Заключение.** Выполненный расчет процесса отверждения полимерных материалов при литье под давлением с течением расплава через оформляющую полость литьевой формы в зависимости от масштабного фактора и технологических режимов позволяет прогнозировать производительность процесса в соответствии с его параметрами, а также с учетом особенностей конструкции и характеристиками материала изделия.

При литье под давлением с течением расплава через оформляющую полость для изделий характерны экстремальные зависимости степени ориентации кристаллической фазы, количества высокотемпературной фазы по толщине изделия, а также разрушающего напряжения при растяжении от транспортируемой через оформляющую полость массы и толщины изделия. Полученные результаты объясняются конкурирующими процессами образования ориентированных структур, релаксации и фиксирования при формировании.

Выполненный расчет степени ориентации макромолекул по толщине в изделии, полученном литьем под давлением с течением расплава через оформляющую полость с учетом влияния степени ориентации макромолекулы на процесс релаксации, необходим для прогнозирования структуры и свойств упрочненных литьевых изделий.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Тхай, В. С. Интенсификация процесса литья под давлением термопластов / В. С. Тхай, В. В. Абрамов, А. В. Веселов, Н. И. Рысин // Пластические массы. – 1978. – № 3. – С. 16–17.

2 **Калинчев, Э. Л.** Свойства и переработка термопластов / Э. Л. Калинчев, М. Б. Савковцева. – Л.: Химия, 1983. – 288 с.

3 **Торнер, Р. В.** Математическое моделирование процессов экструзии и литья под давлением – современный инструмент инженера-конструктора / Р. В. Торнер, В. А. Берестнев // Пластические массы. – 1996. – № 1. – С. 26–30.

4 **Новиков А. К.** Прочность пластмассовых отливок, полученных методом прочного литья / А. К. Новиков // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки: междунар. сб. науч. тр. / под ред. А. О. Шимановского; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус гос. ун-т трансп. – Гомель: БелГУТ, 2009. – Вып. 3 – С. 78–85.

5 **Теплофизические и реологические характеристики полимеров:** справочник / под ред. Ю. С. Липатова. – Киев: Наукова думка, 1977. – 244 с.

6 **Цой, П. В.** Методы расчета отдельных задач тепломассопереноса / П. В. Цой. – М.: Наука, 1971. – 522 с.

7 **Самарский, А. А.** Методы решения сеточных уравнений / А. А. Самарский, Е. С. Николаев. – М.: Наука, 1978. – 592 с.

8 **Ориентационные процессы при литье полимеров и их влияние на механические свойства** / М. В. Буй, Е [и др.] // Высокомолекулярные соединения. – 1991. – Т. (А)33. – № 6. – С. 1205–1210.

9 **Бартенев, Г. М.** Физика полимеров / Г. М. Бартенев, С. Я. Френкель; под ред. А. М. Ельяшевич. – Л.: Химия, 1990. – 432 с.

10 **Плескачевский, Ю. М.** Расчет процесса отверждения полимерных материалов при литье под давлением с течением расплава через оформляющую полость / Ю. М. Плескачевский, А. К. Новиков // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 1999. – № 1. – С. 5–7.

11 **Берштейн, В. А.** Дифференциальная сканирующая калориметрия в физикохимии полимеров / В. А. Берштейн, В. М. Егоров. – М.: Химия, 1990. – 256 с.

12 **Структурные исследования макромолекул спектроскопическими методами.** – М., 1980.

13 Справочник по физической химии полимеров. – Киев: Наукова думка, 1984. – Т. 1.

14 **Бартенев, Г. М.** Курс физики полимеров / Г. М. Бартенев, Ю. В. Зеленев. – Л.: Химия, 1976. – 288 с.

15 **Берштейн, В. А.** Дифференциальная сканирующая калориметрия в физикохимии полимеров / В. А. Берштейн, В. М. Егоров. – М.: Химия, 1990. – 256 с.

*A. K. NOVIKOV*

#### **FORMATION OF HIGH-STRENGTH STRUCTURES OF PLASTIC CASTS**

A theoretical evaluation and the experimental results for the investigation of the orientation process and curing of plastic casts obtained by strong casting have been given.

Получено 10.01.2010