

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Тарасов, В. К.** Курс теоретической механики для математиков / В. К. Тарасов. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2008. – 288 с.

При подготовке статьи использованы материалы интернет-сайта <http://wikipedia.org/wiki>.

V. K. TARASOV, Yu. P. SMIRNOV

CONSTANT VELOCITY BALL JOINT

The kinematical analysis for constant velocity ball joint has been made. There have been defined the functional dependences of ball displacements and the rotation angle of shafts at different angles between the shaft axes.

Получено 09.09.2010

**ISBN 978-985-468-924-1. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 5. Гомель, 2011**

УДК 531.382

К. Ю. ФРОЛОВ, Ю. А. ДАВИДЕНКО, А. Н. ЧЕРЕВКО

Полтавский национальный технический университет имени Ю. Кондратюка

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГЛУБИНЫ КАНАВКИ ПОД ШАРОВУЮ ШПОНКУ НА МОМЕНТ СОПРОТИВЛЕНИЯ СЕЧЕНИЯ ДЕБАЛАНСНОГО ВАЛА ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ

Тема данной работы относится к исследованиям динамики дебалансных управляемых вибромашин. Непосредственно в данной статье приведены результаты аналитических исследований дебалансных валов – обязательной и очень важной детали управляемых дебалансных машин. В предлагаемой статье подробно рассмотрен алгоритм определения такого значимого и ранее не исследовавшегося динамического параметра, как момент сопротивления сечения, а именно – функциональной зависимости момента сопротивления сечения дебалансного вала с вырезами под шаровые шпонки от радиуса вала, радиуса шаровой шпонки и глубины канавки под шаровую шпонку.

Одной из наиболее важных деталей управляемых дебалансных машин является дебалансный вал. При проектировании таких валов необходимо знать зависимость геометрических характеристик сечений, определяющих прочность вала, от размеров технологических вырезов. В предлагаемой работе, в частности, предлагается способ определения момента сопротивления сечения дебалансного вала.

Рассматриваемое сечение имеет вид, представленный на рисунке 1. К числу размеров, однозначно определяющих его конфигурацию, относятся

радиус дебалансного вала R , радиус шаровой шпонки r и глубина канавки под шаровую шпонку h_k .

Момент сопротивления сечения в соответствии с [1, с. 210]

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}, \quad (1)$$

где I_x – осевой момент инерции сечения, мм^4 ; y_{\max} – длина перпендикуляра, опущенного из крайней точки сечения на соответствующую ось (в рассматриваемом случае – на ось x), мм .

Для рассматриваемого сечения в [2] установлено, что

$$y_{\max} = \frac{R^2 + a^2 - r^2}{2a}, \quad (2)$$

где a – длина отрезка, соединяющего центры масс сечений дебалансного вала и шаровой шпонки, мм ,

$$a = R + r - h_k. \quad (3)$$

В [2] для дебалансного вала с вырезами под шаровые шпонки было получено выражение момента инерции сечения относительно оси x :

$$I_x = 4 \left[\frac{R^4}{24} \left(\frac{1}{4} \sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha + 3\alpha + \frac{3\pi}{2} \right) + \frac{r}{3} \left(\frac{a^3 k R}{r} - \frac{3a^2 r}{2} \left(-\frac{1}{2} \sin 2\beta - \beta \right) + \frac{3ar^2}{4} \left(-\frac{1}{3} \sin 3\beta + \frac{3kR}{r} \right) - \frac{r^3}{8} \left(-\frac{1}{4} \sin 4\beta - 2 \sin 2\beta - 3\beta \right) \right) \right], \quad (4)$$

где $\alpha = \arcsin(-k)$; $\beta = \arcsin\left(-\frac{kR}{r}\right)$; (5)

$$k = \sqrt{\frac{R^2 - y^2}{R^2}}; \quad (6)$$

y – координата пересечения дуг дебалансного вала и шаровой шпонки, мм . В рассматриваемом случае она численно равна отрезку y_{\max} , который с учетом подстановки (3) в (2) приобретает вид

$$y_{\max} = \frac{R^2 + (R + r - h_k)^2 - r^2}{2(R + r - h_k)} = \frac{R^2 + \frac{h_k^2}{2} + Rr - rh_k - h_k R}{R + r - h_k}. \quad (7)$$

В формуле (6) фигурирует квадрат координаты y . В связи с тем, что в справочниках (например, в [3]) нет готовой формулы для возведения числи-

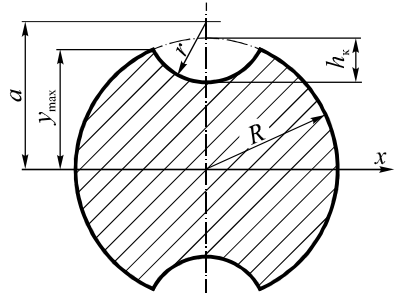


Рисунок 1 – Сечение дебалансного вала с вырезами под шаровые шпонки

теля формулы (7) в квадрат, использован подход, заключающийся в том, что выражение в скобках группируется и штучно заменяется промежуточными величинами для использования стандартных формул. Пусть

$$R^2 + Rr - h_k R \equiv a \quad \text{и} \quad \frac{h_k^2}{2} - rh_k \equiv b.$$

$$\text{Тогда} \quad y^2 = \frac{(a+b)^2}{(R+r-h_k)^2} = \frac{\left[(R^2 + Rr - h_k R) + \left(\frac{h_k^2}{2} - rh_k \right) \right]^2}{(R+r-h_k)^2}.$$

В результате преобразований находим

$$y^2 = \left[R^4 + R^2 r^2 + 2h_k^2 R^2 + 2R^3 r - 4R^2 rh_k - 2R^3 h_k + 3h_k^2 Rr - h_k^3 R - \right. \\ \left. - 2Rr^2 h_k - h_k^3 r + r^2 h_k^2 + h_k^4 / 4 \right] / (R+r-h_k)^2. \quad (8)$$

Для получения выражения коэффициента k подставляем (8) в (6):

$$k = \frac{\sqrt{R^2 - y^2}}{R^2} = \frac{\sqrt{-R^2 h_k^2 + 2R^2 rh_k - 3h_k^2 Rr + h_k^3 R + 2Rr^2 h_k + h_k^3 r - r^2 h_k^2 - h_k^4 / 4}}{R(R+r-h_k)}. \quad (9)$$

Подстановка (4) и (9) в (1) приводит к окончательному выражению вида:

$$W_x = \left[\frac{R^4}{6} \left(\frac{1}{4} \sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha + 3\alpha + \frac{3\pi}{2} \right) + \frac{4r}{3} \left(\frac{a^3 k R}{r} - \frac{r^3}{8} \left(-\frac{1}{4} \sin 4\beta - 2 \sin 2\beta - 3\beta \right) \right) + \right. \\ \left. + \frac{3ar^2}{4} \left(-\frac{1}{3} \sin 3\beta + \frac{3kR}{r} \right) - \frac{3a^2 r}{2} \left(-\frac{1}{2} \sin 2\beta - \beta \right) \right] / \left(\frac{2R^2 + h_k^2 + 2Rr - 2rh_k - 2h_k R}{2(R+r-h_k)} \right),$$

которое с учетом (9) и (5) позволяет найти значение момента сопротивления сечения, имея только три заданных размера.

Полученная функция характеризует влияние глубины канавки под шаровую шпонку на момент сопротивления сечения относительно оси x , причем R и r – величины, произвольные для конкретного дебалансного вала. Достоверность выведенных формул была проверена путем сравнения ранее полученных данных с результатами вычислений с помощью MathCAD 14 на основе развернутой записи выражения коэффициента k согласно (9). Полученная точность оказалась удовлетворительной для инженерных расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Писаренко, Г. С. Опір матеріалів: підручник / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський; за ред. Г. С. Писаренка. – К.: Вища шк., 1993. – 655 с.
- 2 Фролов, К. Ю. Визначення моменту інерції перерізу дебалансного вала керованого вібробуджувача // Зб. наук. праць (галузеве машинобудування, будівництво). Вип. 3 (25). – Полтава: ПолтНТУ, 2009. – Т. 1. – С. 239–244.
- 3 Двайт, Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Г. Б. Двайт. – М., 1948. – 255 с.

K. Y. FROLOV, Y. A. DAVIDENKO, A. N. CHEREVKO

BALL DOWEL: THE INFLUENCE OF THE GROOVE DEPTH AT THE SECTION MODULUS OF THE UNBALANCED SHAFT

The theme of this work is the study of the dynamics of the unbalanced vibratory-driven machines. In this particular paper the results of the analytical studies of the unbalanced shafts – essential and very important part of the unbalanced driven machines – are given. This article specifies the algorithm for determining such a significant and previously uninvestigated dynamic parameter as a modulus of section, notably the functional dependence of the modulus of section of the unbalanced shaft with grooves for ball dowels on the shaft radius, ball dowel radius and depth of the ball dowel groove.

Получено 20.09.2010

ISBN 978-985-468-924-1. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 5. Гомель, 2011

УДК 534.12

М. ХАЛЕЦКИ

Варшавский университет естественных наук – SGGW, кафедра
гражданского строительства, Польша

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ НЕОДНОРОДНЫХ ПЛИТ

В работе рассмотрены собственные колебания неоднородной плиты – определены их частоты и формы. Плита периодически неоднородная. В работе использована методика TAT (англ. *tolerance averaging technique*) и уравнения Эйлера-Лагранжа.

1 Описание системы. Рассматриваем плиту размером $L_1 \times L_2$, имеющую толщину g (рисунок 1):

$$(x_1, x_2, x_3) \in \Pi = (0, L_1) \times (0, L_2) \times (-g/2, g/2).$$

Плита разделена на $n_1 \times n_2$ областей размерами $l_1 \times l_2$. У каждой такой области свойства одинаковы, одна из них обозначена на рисунке 1. Если определим множество

$$\Pi_0 = (l_1/2, L_1 - l_1/2) \times (l_2/2, L_2 - l_2/2),$$

то для каждого $(x_1, x_2) \in \Pi_0$, можем математически описать эту область следующим образом:

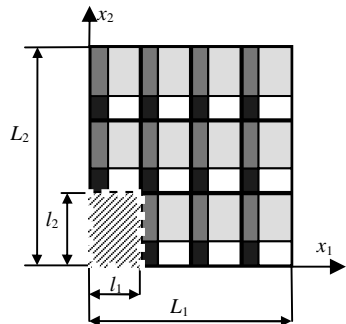


Рисунок 1 – Периодически неоднородная плита