

*D. Y. SAZONOV*

## **SELECTION OF EFFICIENT HYDRO ABRASIVE MATERIAL CUTTING MODES**

The carried out research allows to determine the efficient ranges for tool design parametric variations, the performances of the equipment and hydro abrasive material cutting modes providing high process production within the set limits.

Получено 25.04.2010

**ISBN 978-985-468-924-1. Механика. Научные исследования  
и учебно-методические разработки. Вып. 5. Гомель, 2011**

---

УДК 531.133

*В. К. ТАРАСОВ, Ю. П. СМЕРНОВ*

*Тульский государственный университет, Россия*

### **ШАРНИР РАВНЫХ УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ**

Рассмотрена кинематика шарикового шарнира равных угловых скоростей. Определены зависимости между перемещениями шариков и углом поворота валов при различных углах между осями валов.

Шарнир равных угловых скоростей (ШРУС) применяется в различных машинах и механизмах, но только сравнительно недавно стал широко применяться в автомобильной промышленности. Это связано с расширением производства переднеприводных и полноприводных автомобилей.

Переднее колесо автомобиля является управляемым. Оно поворачивается вокруг вертикальной оси и одновременно к колесу прикладывается вращающий момент. Проблема состоит в том, чтобы передаточное отношение не зависело от угла между осями валов и угловой скорости их относительно поворота. Эту проблему решает шарнир равных угловых скоростей. На рисунке 1 приведена конструкция привода переднего колеса автомобиля.

Привод колеса состоит из двух ШРУСов, соединенных между собой валом. Соединение вала с шарнирами – шлицевое. От продольного перемещения вал зафиксирован в шарнирах стопорными кольцами. Шлицевой хвостовик наружного шарнира соединен со ступицей колеса и закреплен гайкой подшипника. Шлицевой хвостовик внутреннего шарнира соединен с шестерней привода в коробке передач.

Шарнир состоит из корпуса 2, 13, обоймы 4 и шести шариков 5, которые размещены в канавках корпуса и обоймы. В наружном шарнире эти канавки выполнены по радиусу, что обеспечивает угол его поворота до 42°. В корпусе внутреннего шарнира канавки прямые, что позволяет деталям перемещаться в

продольном направлении, удлиняя или укорачивая привод, что необходимо для компенсации взаимных перемещений подвески и силового агрегата. На рисунке 2 отдельно показан наружный шарнир. Его фотография модель с шариками, поясняющая принцип работы, приведена на рисунках 3, 4.

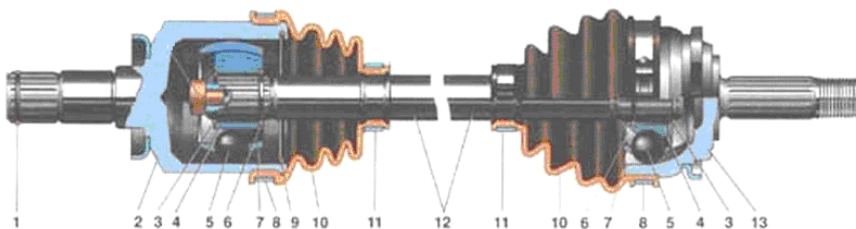
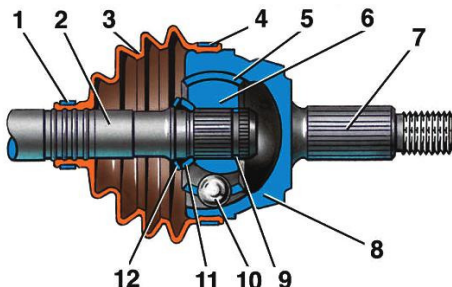


Рисунок 1 – Фрагмент трансмиссии со ШРУСами:

1 – стопорное кольцо корпуса внутреннего шарнира; 2 – корпус внутреннего шарнира; 3 – стопорное кольцо; 4 – обойма; 5 – шарик; 6 – упорное кольцо; 7 – сепаратор; 8 – наружный хомут; 9 – фиксатор внутреннего шарнира; 10 – защитный чехол; 11 – внутренний хомут; 12 – вал привода колеса; 13 – корпус наружного шарнира



1, 4 – хомут; 2 – шлицевой вал, соединяющий наружный шарнир с внутренним шарниром; 3 – чехол; 5 – сепаратор; 6 – обойма; 7 – вал ступицы; 8 – корпус; 9 – шлицевое соединение; 10 – шарик; 11, 12 – фиксаторы

Рисунок 2 – Наружный шарнир



Рисунок 3 – Фотография наружного шарнира

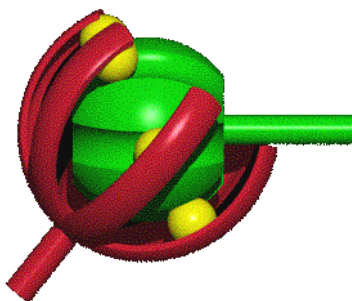


Рисунок 4 – Пространственная модель с шариками

Рассмотрим движение шарика. Пусть  $Oxyz$  – неподвижная система координат. Начало координат поместим в точке пересечения оси первого и второго вала. Шарик, который рассматриваем как материальную точку, движется по поверхности сферы (рисунок 5).

Движение шарика разлагаем на переносное и относительное. Переносным движением является его движение вместе с первым валом, вращающимся вокруг горизонтальной оси  $Oy$  с угловой скоростью  $\omega$ . Относительным движением является движение шарика относительно окружности, связанной с первым валом. Эта окружность проходит по центру паза, по которому движется шарик относительно первого вала. С кольцом свяжем систему координат  $Ox_1yz_1$ . Эта система получается после поворота системы  $Oxyz$  на угол  $\varphi$  вокруг оси  $Oy$  (см. рисунок 5). Такому повороту соответствует таблица 1 направляющих косинусов.

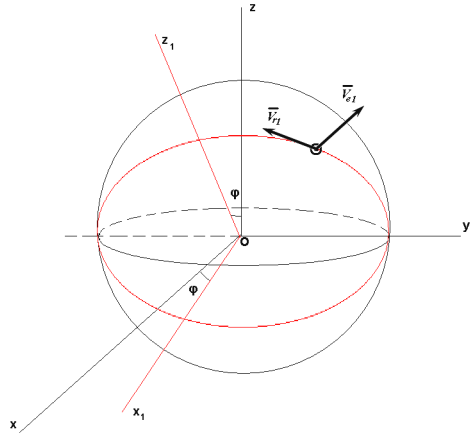


Рисунок 5 – Движение шарика вместе с первым валом и относительно него

Таблица 1 – Направляющие косинусы системы координат  $Ox_1yz_1$

	$x_1$	$y$	$z_1$
$x$	$\cos \varphi$	0	$-\sin \varphi$
$y$	0	1	0
$z$	$\sin \varphi$	0	$\cos \varphi$

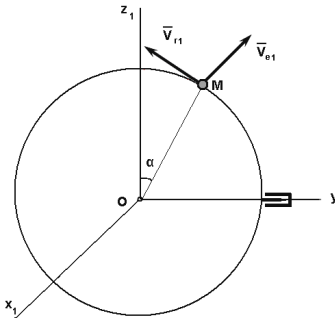


Рисунок 6 – Движение шарика по кольцу

На рисунке 6 изображено кольцо и движущийся по нему шарик.

Положение центра шарика относительно кольца определим углом  $\alpha$ . Переносная скорость в этом случае определится так

$$V_{e1} = \omega R \cos \alpha.$$

Относительная скорость пока рассматривается как неизвестное. Найдем проекции переносной и относительной скоростей на оси, связанные с кольцом.

$$V_{e1x_1} = -\omega R \cos \alpha, \quad V_{e1y} = 0, \quad V_{e1z_1} = 0;$$

$$V_{r1x_1} = 0, \quad V_{r1y} = -V_{r1} \cos \alpha, \quad V_{r1z_1} = V_{r1} \sin \alpha.$$

Проекции абсолютной скорости на те же оси

$$V_{x_1} = -\omega R \cos \alpha, \quad V_{y_1} = -V_{r_1} \cos \alpha, \quad V_{z_1} = V_{r_1} \sin \alpha.$$

Далее, используя таблицу 1 направляющих косинусов, найдем проекции абсолютной скорости центра шарика на оси неподвижной системы координат

$$\begin{aligned} V_x &= -\omega R \cos \alpha \cos \varphi - V_{r_1} \sin \alpha \sin \varphi; \\ V_y &= -V_{r_1} \cos \alpha; \\ V_z &= -\omega R \cos \alpha \sin \varphi + V_{r_1} \sin \alpha \cos \varphi. \end{aligned} \quad (1)$$

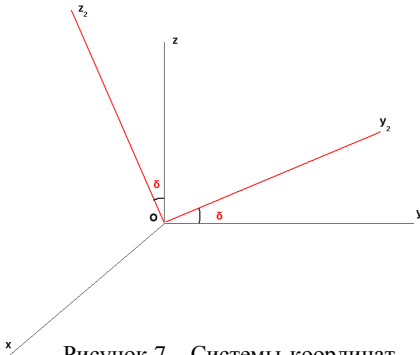


Рисунок 7 – Системы координат, связанные с первым и вторым валами

Теперь движение шарика представим по-другому. Переносное движение шарика представим как его движение вместе со вторым валом, образующим угол  $\delta$  с первым. Для этого ведем в рассмотрение вторую неподвижную систему координат  $Ox_2y_2z_2$  (рисунок 7). Она получается поворотом системы  $Oxyz$  на угол  $\delta$  относительно оси  $Ox$ . Переход от системы  $Ox_2y_2z_2$  к системе  $Oxyz$  определяется таблицей 2 направляющих косинусов.

Таблица 2 – Направляющие косинусы системы координат  $Ox_2y_2z_2$

	$x$	$y_2$	$z_2$
$x$	1	0	0
$y$	0	$\cos \delta$	$-\sin \delta$
$z$	0	$\sin \delta$	$\cos \delta$

Со вторым валом свяжем систему координат  $Ox_3y_2z_3$  и второе кольцо, по которому движется шарик в относительном движении (рисунок 8). Система координат  $Ox_3y_2z_3$  получается из системы  $Ox_2y_2z_2$  после ее поворота на угол  $\varphi$  вокруг оси  $Oy_2$ . Переносную скорость шарика обозначим  $V_{e2}$ , относительную –  $V_{r2}$ .

Тот факт, что угол поворота второго вала равен углу поворота первого вала, не является очевидным и требует пояснений. Рассмотрим движение четырех шариков, расположенных на рисунке 9.

Пусть первый и второй шарик находятся в крайних положениях. При этом относительные скорости центров шариков равны нулю. Следовательно, абсолютные скорости центров этих шариков равны соответствующим переносным скоростям. Конструкция шарнира такова, что расстояния между

центрами шариков и валами одинаковы. Скорости центров первого и второго шариков параллельны оси  $Ox$ . Центры третьего и четвертого лежат на оси  $Ox$  также на одинаковых расстояниях до осей валов.

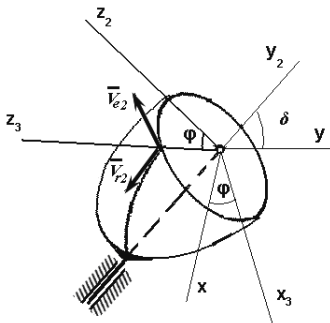


Рисунок 8 – Второй вал и система координат  $Ox_3y_3z_3$

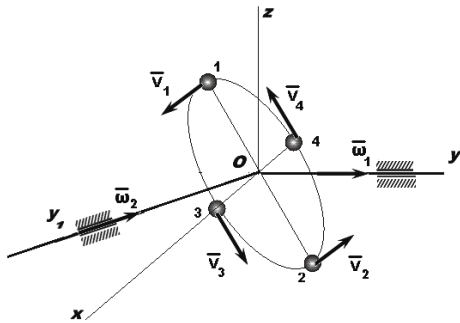


Рисунок 9 – Угловые скорости валов и скорости шариков

Построим для скорости центра третьего шарика многоугольник скоростей (рисунок 10) в соответствии с уравнением

$$\bar{V}_3 = \bar{V}_{e1} + \bar{V}_{r1} = \bar{V}_{e2} + \bar{V}_{r2}.$$

Переносные скорости равны между собой, так как равны расстояния от центра шарика до осей валов. Относительные скорости перпендикулярны соответствующим переносным скоростям. Все шарики связаны сепаратором и образуют одну обойму. Таким образом, векторы скоростей центров всех шариков расположены в одной бисекторной плоскости и абсолютные скорости центров всех шариков равны по абсолютной величине. Все это возможно только в том случае, если угловые скорости валов равны в любой момент времени и угол поворота первого вала равен углу поворота второго.

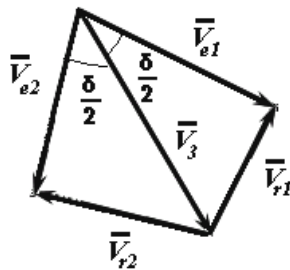


Рисунок 10 – Многоугольник скоростей для центра третьего шарика

Повороту системы координат  $Ox_2y_2z_2$  на угол  $\varphi$  соответствует таблица 3 направляющих косинусов.

Таблица 3 – Направляющие косинусы системы координат  $Ox_2y_2z_2$

	$x$	$y_2$	$z_2$
$x_3$	$\cos \varphi$	0	$-\sin \varphi$
$y_2$	0	1	0
$z_3$	$\sin \varphi$	0	$\cos \varphi$

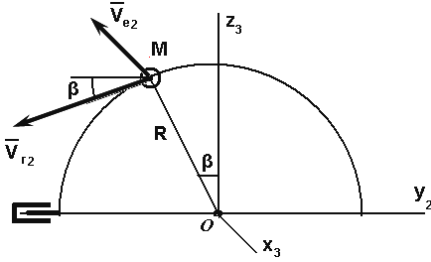


Рисунок 11 – Составляющие скорости центра шарика

$$V_{e_2x_3} = -\omega R \cos \beta, \quad V_{e_2y_2} = 0, \quad V_{e_2z_3} = 0;$$

$$V_{r_2x_3} = 0, \quad V_{r_2y_2} = -V_{r_2} \cos \beta, \quad V_{r_2z_3} = -V_{r_2} \sin \beta.$$

Используя таблицу 3 направляющих косинусов, найдем проекции абсолютной скорости центра шарика на оси системы  $Ox_2y_2z_2$ :

$$V_x = -\omega R \cos \beta \cos \varphi - V_{r_2} \sin \beta \sin \varphi;$$

$$V_{y_2} = -V_{r_2} \cos \beta;$$

$$V_{z_2} = \omega R \cos \beta \sin \varphi - V_{r_2} \sin \beta \cos \varphi.$$

Далее, применяя таблицу 2 направляющих косинусов, найдем проекции абсолютной скорости центра шарика на оси неподвижной системы  $Oxyz$ :

$$V_x = -\omega R \cos \beta \cos \varphi - V_{r_2} \sin \beta \sin \varphi;$$

$$V_y = -V_{r_2} \cos \beta \cos \delta - (\omega R \cos \beta \sin \varphi - V_{r_2} \sin \beta \cos \varphi) \sin \delta; \quad (2)$$

$$V_z = -V_{r_2} \cos \beta \sin \delta + (\omega R \cos \beta \sin \varphi - V_{r_2} \sin \beta \cos \varphi) \cos \delta.$$

Модуль абсолютной угловой скорости центра шарика является, как известно, инвариантом. В соответствии с формулами (1) модуль

$$V = \sqrt{\omega^2 R^2 \cos^2 \alpha + V_{r_1}^2}. \quad (3)$$

По формулам (2)

$$V = \sqrt{\omega^2 R^2 \cos^2 \beta + V_{r_2}^2}. \quad (4)$$

Из (3) и (4) находим

$$\omega^2 R^2 (\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta) + (V_{r_1} - V_{r_2}) = 0. \quad (5)$$

Приравниваем проекции скорости  $V$  на ось  $x$  в соответствии с (1) и (2)

$$\omega R \cos \alpha \cos \varphi + V_{r_1} \sin \alpha \sin \varphi = \omega R \cos \beta \cos \varphi + V_{r_1} \sin \beta \sin \varphi. \quad (6)$$

Из (5) и (6) находим

$$\beta = \alpha; \quad V_{r_1} = V_{r_2} = V_r. \quad (7)$$

Переносная и относительная скорости центра шарика показаны на рисунке 11. Выражение переносной скорости имеет вид

$$V_{e_2} = \omega R \cos \beta.$$

Относительную скорость считаем неизвестной.

Проекции скоростей на оси  $Ox_3y_2z_3$ :

С учетом (7) приравниваем проекции скорости  $V$  на ось  $y$ , найденные ранее по формулам (1) и (2). В результате получаем

$$\omega R \cos \alpha \sin \delta \sin \varphi = V_r (\sin \alpha \sin \delta \cos \varphi - \cos \alpha \cos \delta + \cos \alpha). \quad (8)$$

Далее свяжем относительную скорость с углом  $\alpha$ . Из рисунка 6 следует

$$V_{\kappa} = R \dot{\alpha}. \quad (9)$$

Пусть валы 1 и 2 вращаются с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Тогда

$$\varphi = \omega t. \quad (10)$$

Соотношения (8)–(10) приводят к дифференциальному уравнению относительно угла  $\alpha$ .

$$\dot{\alpha} = \frac{\omega \sin \delta \cos \omega t}{\sin \delta \cos \omega t \sin \alpha + (1 - \cos \delta) \cos \alpha}.$$

С помощью преобразования переменных получаем дифференциальное уравнения для угла  $\alpha$ .

$$\frac{d\alpha}{d\varphi} = \frac{\sin \delta \cos \varphi}{\sin \delta \cos \varphi \sin \alpha + (1 - \cos \delta) \cos \alpha}.$$

В результате решения уравнения на ЭВМ получены графики зависимости угла  $\alpha$  от  $\varphi$  при различных значениях угла  $\delta$  (рисунок 12). В реальных конструкциях этот угол меняется в интервале от 140 до 180 градусов. Как видно из графиков, амплитуда колебаний угла  $\alpha$  увеличивается с уменьшением угла между валами. По форме эти колебания близки к гармоническим. При значении угла 180 градусов угол равен нулю. Этот результат является очевидным, так как в этом случае второй вал является продолжением первого. Зависимость максимального значения  $\alpha$  от угла  $\delta$  представлена на рисунке 13.

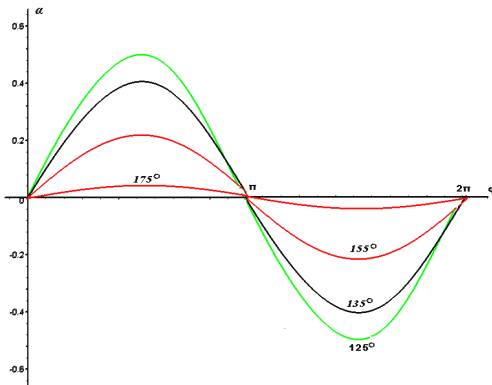


Рисунок 12 – Зависимость между углами  $\alpha$  и  $\varphi$

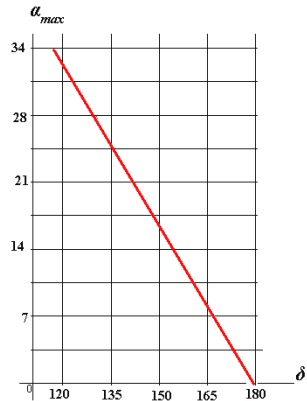


Рисунок 13 – Зависимость максимального значения угла  $\alpha$  от угла  $\delta$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Тарасов, В. К.** Курс теоретической механики для математиков / В. К. Тарасов. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2008. – 288 с.

При подготовке статьи использованы материалы интернет-сайта <http://wikipedia.org/wiki>.

*V. K. TARASOV, Yu. P. SMIRNOV*

### **CONSTANT VELOCITY BALL JOINT**

The kinematical analysis for constant velocity ball joint has been made. There have been defined the functional dependences of ball displacements and the rotation angle of shafts at different angles between the shaft axes.

Получено 09.09.2010

---

**ISBN 978-985-468-924-1. Механика. Научные исследования  
и учебно-методические разработки. Вып. 5. Гомель, 2011**

---

УДК 531.382

*К. Ю. ФРОЛОВ, Ю. А. ДАВИДЕНКО, А. Н. ЧЕРЕВКО*

*Полтавский национальный технический университет имени Ю. Кондратюка*

### **ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГЛУБИНЫ КАНАВКИ ПОД ШАРОВУЮ ШПОНКУ НА МОМЕНТ СОПРОТИВЛЕНИЯ СЕЧЕНИЯ ДЕБАЛАНСНОГО ВАЛА ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ**

Тема данной работы относится к исследованиям динамики дебалансных управляемых вибромашин. Непосредственно в данной статье приведены результаты аналитических исследований дебалансных валов – обязательной и очень важной детали управляемых дебалансных машин. В предлагаемой статье подробно рассмотрен алгоритм определения такого значимого и ранее не исследованного динамического параметра, как момент сопротивления сечения, а именно – функциональной зависимости момента сопротивления сечения дебалансного вала с вырезами под шаровые шпонки от радиуса вала, радиуса шаровой шпонки и глубины канавки под шаровую шпонку.

Одной из наиболее важных деталей управляемых дебалансных машин является дебалансный вал. При проектировании таких валов необходимо знать зависимость геометрических характеристик сечений, определяющих прочность вала, от размеров технологических вырезов. В предлагаемой работе, в частности, предлагается способ определения момента сопротивления сечения дебалансного вала.

Рассматриваемое сечение имеет вид, представленный на рисунке 1. К числу размеров, однозначно определяющих его конфигурацию, относятся