Для тонкостенных стержней открытого профиля необходимо исследовать устойчивость в более сложной постановке с учетом изгибно-крутильных форм потери устойчивости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Киселев, В. А.** Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений / В. А. Киселев. – М.: Стройиздат, 1980. – 616 с.

2 **Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений /** А. Ф. Смирнов [и др.]. – М. :Стройиздат, 1984. – 416 с.

3 **Кадисов, Г. М.** Динамика и устойчивость сооружений / Г. М. Кадисов. – М.: Изд-во АСВ, 2007. – 272 с.

4 **Александров, А. В.** Строительная механика. Тонкостенные пространственные системы / А. В. Александров, Б. Я. Лащеников, Н. Н. Шапошников. – М.: Стройиздат, 1983. – 488 с.

5 **Масленников, А. М.** Основы динамики и устойчивости сооружений / А. М. Масленников. – М.: АСВ, 2000. – 201 с.

6 **Дарков, А. В.** Строительная механика / А. В. Дарков, Н. Н. Шапошников. – М.: Санкт-Петербург, Москва-Краснодар, Лань, 2004. – 656 с.

7 **Достанова, С. Х.** Динамика и устойчивость сооружений / С. Х. Достанова. – Алматы, 2008. – 130 с.

8. **Стальные конструкции. Нормы проектирования:** СНИП РК 5.04-23-2002. – Астана: Kazgor, 2003. – 118 с.

S. KH. DOSTANOVA, A. B. NURTAZIN

THE INFLUENCE OF HARDNESS OF CONNECTIONS ON THE LOSS OF STABILITY FOR PLANE FRAMES

There is considered the loss of stability for compressed elements of a plane frame. The impact of different types of connections in the nodes of the frame and the length of compressed elements on the values of critical parameters are examined.

Получено 15.03.2012

ISSN 2227-1104. Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки. Вып. 6. Гомель, 2012

УДК 539.3

Г. И. ДУБРОВИНА

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, Россия

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА МЕХАНИКИ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ

Рассмотрены прямые и обратные задачи механики разрушения. Уравнения краевой задачи механики хрупкого разрушения приведены в постановке, предложенной

С. Д. Волковым. Система уравнений краевой задачи нелинейна в физическом смысле. Прямая задача корректна, если в полученном решении выполняется условие равновесия между напряжениями от действия внешней нагрузки и сопротивлением среды по предложенным критериям устойчивости при переходе сопротивления через максимум. Если условие равновесия нарушено, то имеет смысл обратная задача об определении и создании условий нагружения среды, при которых её равновесное состояние сохранится.

При исследовании задач механики разрушения [1–4] С. Д. Волков рассматривал три основных стадии разрушения. Первые две – субмикроскопическая и микроструктурная (образование необратимых при низких температурах трещин, соизмеримых с величиной структурных неоднородностей) устойчивы в макроскопическом смысле, то есть малому приращению параметра внешней нагрузки при пропорциональном нагружении соответствует малое изменение размеров субмикроскопических и микроструктурных повреждений. Третья стадия – макроскопическая, соответствует формированию и росту магистральных макротрещин. Эта стадия разрушения неустойчива.

В настоящее время в механике разрушения стали использовать диаграммы напряжений, введенные С. Д. Волковым. При определения зависимости напряжений от деформаций С. Д. Волков различал жесткий и мягкий способы нагружения образца. При жестком к нижнему захвату испытательной машины прикладывается сила $Q = vt, v = \text{const} > 0$. Мягкому соответствует перемещение нижнего захвата $u = at, a = \text{const} > 0$. При жестком способе нагружения процесс накопления повреждений теряет устойчивость при $p = S^B$ на восходящей ветви диаграммы $p(e)$, где p, e, S^B соответственно тензоры напряжений, деформаций, пределов прочности. При мягком способе нагружения устойчивость процесса накопления повреждений существенно зависит от жесткости нагружающего устройства. В этом случае разрушение образца происходит на “спадающей” ветви диаграммы напряжений от деформаций. Перспективными в отношении выбора материала с повышенной устойчивостью сопротивления разрушению являются *полностью равновесные* диаграммы напряжений от деформаций. Они отличаются от стандартных (частично равновесных) диаграмм наличием спадающей до нуля ветви на стадии формирования макротрещины. В реальных конструкциях начальные макротрещины не допустимы ни на стадии изготовления, ни в условиях нормальной эксплуатации.

Для постановки краевой задачи механики разрушения вводится функция сопротивления

$$S = f(e),\ S(e^B) = S(0)\ ,$$

где e^B тензор предельных деформаций полностью равновесного разрушения. При решении краевой задачи методом последовательных приближений проводится проверка условия равновесия на основе сравнения напряжений от внешней нагрузки и сопротивления среды в данной точке по предложенным критериям устойчивости.

Рассмотрим постановку краевой задачи механики хрупкого разрушения на основе подхода, предложенного С. Д. Волковым.

В механике разрушения изначально сплошная среда под действием внешних сил может потерять свойство сплошности. Окружающая точку среда нематериальна и не наделена какими-либо свойствами. Сопротивление деформациям малой окрестности любой точки равно нулю. Потеря сплошности равносильна образованию полости. Поэтому существует тензор предельного сопротивления S^B. Классическое предельное равновесное сопротивление среды – тензор пределов прочности S^B, которому соответствует радиус- вектор предельной поверхности прочности в пространстве напряжений.

Для стандартных расчетов конструкций, определения несущей способности достаточно иметь решение краевой задачи линейной теории упругости, предельную поверхность прочности в пространстве напряжений и стандартный критерий разрушения при хрупком разрушении. В расчетах на живучесть принципиальное значение имеет возможность равновесного разрушения среды после перехода ее сопротивления через максимум S^B. Если такая возможность обеспечена условиями нагружения малой окрестности точки тела, то тело сохраняет первоначальное свойство сплошности, следовательно, определенную несущую способность даже после локального нарушения сплошности. Если непрерывность среды не сохраняется, то разрушение является неравновесным, оно приводит к потере несущей способности конструкции. Возможность сохранения сопротивления (сплошности среды) связана с понятием устойчивости предельного равновесного сопротивления среды при пропорциональном активном деформировании.

Предельное равновесное сопротивление среды устойчиво при $p = S^*$, (в частном случае $p = S$) при деформации $e = e^B$, если $|e'| \geq e^*$ и $p(e') = S^*$. Оно будет неустойчивым, если напряжение в этой точке превышает предельное.

Устойчивость и неустойчивость предельного равновесного сопротивления среды зависит не только от физических свойств малой окрестности данной точки и ее напряженного состояния, но также от свойств наложенных связей. Для постановки краевой задачи хрупкого разрушения имеют практическое значение два свойства связей:

1 Если достигнуто состояние $p = S^B$, то существует зона формирования разрушения. Малая окрестность данной точки *M*, содержащая эту точку, с малыми, но конечными характерными размерами находится в предельном состоянии . Эти размеры зоны разрушения зависят от физических свойств

среды. Они определяются путем механических испытаний того материала, который моделирует среда.

2 Жесткость (податливость) связей, наложенных на границу зоны разрушения и передающих нагрузку в зону формирования трещины. В этом случае при $p = S^B$ предельное равновесное сопротивление среды зависит от жесткости системы нагружения, передающей нагрузку в зону формирования макротрещины.

Поэтому уравнения классической теории упругости должны быть дополнены вспомогательной гипотезой о равновесии

$$p = S\,. \tag{1}$$

Проверка этой гипотезы проходит по приведенным выше критериям устойчивости.

Тензорную функцию сопротивления $S = S(e)$ на интервале $0 \le e \le e^B$ активного пропорционального деформирования запишем в виде:

$$S = C \circ\circ e I_1 + \left[S^B = D \circ\circ (e = e^B)\right] I_2 + S^{\mathrm{O}} I_3\,,$$

где I_1, I_2, I_3 – инварианты тензора напряжений.

Для активной пропорциональной деформации основные уравнения механики хрупкого разрушения имеют вид:

$$\begin{gathered} \nabla \circ p = 0, \quad e = \operatorname{def} U, \\ p = C \circ\circ e I_1 + \left[S^B = D \circ\circ (e - e^{\text{д}})\right] I_2 + S^{\mathrm{O}} I_3, \end{gathered} \tag{2}$$

где p – тензор напряжений; U – вектор перемещений; C, D – тензоры модулей упругости и хрупкости; S^{O} – тензор остаточного сопротивления среды, причем, при $0 \le e \le e^{\text{д}}$ $I_1 = 1, I_2 = 0, I_3 = 0$; при $e^{\text{д}} \le e \le e^{\text{р}}$ $I_1 = 0$, $I_2 = 1$, $I_3 = 0$; при $e > e^{\text{р}}$ идет процесс разрушения.

По заданным геометрическим параметрам тела, физическим свойствам среды и граничным условиям требуется найти тензоры $p(x)$, $e(x)$ и вектор $U(x)$ в любой точке тела. При этом необходимо проверять вспомогательную гипотезу о равновесии (1). Если в результате проверки этой гипотезы получается, что она недостоверна, то обсуждаемая краевая задача поставлена некорректно. В этом случае она не относится к классу задач о равновесии деформируемых тел. Она является динамической, принадлежащей к другому классу задач.

Если задача корректна, то ее решение можно использовать для определения несущей способности конструкции на стадии нагружения, если сопротивление среды перешло через максимум. Такая постановка краевой задачи является прямой.

Решение прямой задачи теории хрупкого разрушения заканчивается проверкой вспомогательной гипотезы о равновесии на достоверность по критерию устойчивости. Если эта гипотеза недостоверна, то имеет смысл обратная задача об определении и создании условий нагружения среды, при которых ее равновесное состояние сохранится.

Рассмотрим прямую регулярную задачу: полый цилиндр с внутренним радиусом a и внешним b, находящийся под действием внутреннего давления Q, внешняя граница свободна. Из решения задачи в первом приближении (задача Ляме) находим напряжение на внутренней границе и предельную нагрузку Q, при которой напряжение достигает предела прочности

$$p_{r=a} = S^B .$$

Затем проводим проверку предельного равновесного сопротивления среды на устойчивость при давлении $Q \geq Q^B$.

Используя при решении краевой задачи механики разрушения метод последовательных приближений [5], находим предельный радиус наружной границы области разрушения и предельное напряжение на границе цилиндра.

Полученное решение краевой задачи существует, если оно удовлетворяет следующим ограничениям: предельное напряжение должно быть положительным и радиус наружной границы образования микротрещины должен находиться в пределах $a \leq r^B \leq b$.

Обратная задача заключается в том, чтобы путем изменения геометрических свойств среды и граничных условий (вместе или по отдельности) получить корректную задачу. Обратная задача нужна для прогнозирования живучести конструкций.

Рассмотрим методику анализа равновесия тяжелого полупространства, ослабленного вертикальной полостью. Сначала для полупространства без полости определим напряжения, деформации и перемещения, которые будем называть начальными. Полость порождает дополнительные напряжения, деформации и перемещения. На границе полости с радиусом $r = a$, свободной от внешней нагрузки, радиальное суммарное напряжение равно нулю. Дополнительные напряжения найдем из краевой задачи теории упругости. Будем предполагать, что горизонтальные слои среды до появления полости остаются горизонтальными после образования полости. Поэтому поле дополнительных деформаций остается плоским для слоя малой толщины ΔH. Тогда к кольцевому слою с внутренним радиусом a и внешним b можно применить задачу Ляме. При этом граничное условие для радиального напряжения зависит от высоты слоя, $H = \text{const}$ для каждого слоя.

Суммарные напряжения увеличиваются для каждого слоя с увеличенем параметра H, аналогичного параметру нагружения. В достаточно глубокой полости найдется такая глубина $H = H^B$, где сопротивление среды будет предельным $p = S^B$. При этом разрушение среды может быть неравновесным за счет уменьшения предельного сопротивления. Неравновесное разрушение элемента среды – источник известного из механики горных пород явления “горного удара”. Оно протекает по схеме цепной реакции, так как сохраняются условия неустойчивости. Решение прямой задачи теории хрупкого разрушения заканчивается проверкой на достоверность по критериям устойчивости вспомогательной гипотезы о равновесии. Если эта гипотеза недостоверна, то имеет практический смысл обратная задача – определение и создание условий нагружения среды, при которых её равновесное сопротивление будет устойчиво.

В задаче о равновесии тяжелого полупространства, ослабленного вертикальной полостью, обратная задача эквивалентна поискам “защиты от горного удара”. Общий метод решения обратной задачи состоит в следующем. Поскольку в исходном состоянии (до появления полости) среда была сплошная и её равновесное сопротивление деформациям устойчиво, то для решения обратной задачи достаточно вернуть состояние среды после образования полости (возмущённое) в исходное состояние или близкое к нему. Удалить полость в практических задачах невозможно. Нужен искусственный возврат среды в исходное состояние без ликвидации полости. Под близким к исходному понимается такое состояние среды, при котором суммарные напряжения на внутренней границе полости не превышают предельных.

Чтобы искусственно вернуть среду в близкое к исходному состоянию, достаточно приложить к границе полости ($r = a$) такое давление q, при котором радиальное напряжение на границе

$$p_{r/r=a} = -q .$$

При этом в точках границы должно выполняться условие

$$|p| < \left|S^B\right|. \tag{3}$$

Выполнение условия (3) необходимо для защиты среды от неравновесного разрушения (горного удара).

Выбор значения давления q аналогичен выбору подходящего запаса прочности в расчетах конструкций.

Для осуществления такого давления достаточно поместить в полость с предварительным натягом упругий полый цилиндр (бандаж). Давление бандажа на границу полости должно быть переменным и иметь определенную расчетную величину. Однако бандаж представляет собой только принципиальную схему защиты от неравновесного разрушения. Технические решения могут быть разнообразными.

Расчеты конкретных механических систем на основе предложенной методики реализуются с применением численных методов механики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Волков, С. Д.** К механике разрушения. Сообщение 1 / С. Д. Волков, Г. И. Дубровина // Проблемы прочности. – 1980. – № 8. – С. 11–15.

2 **Волков, С. Д.** К механике разрушения. Сообщение 2 / С. Д. Волков, Г. И. Дубровина // Проблемы прочности. – 1980. – № 9. – С. 41–45.

3.**Волков, С. Д.** О неустойчивости деформаций в задачах механики разрушения / С. Д. Волков, Г. И. Дубровина // Проблемы прочности. – 1977. – № 5. – С. 8–12.

4 **Волков, С. Д.** Проблема прочности и механика разрушения / С. Д. Волков // Проблемы прочности. – 1978. – № 7. – С. 3–10.

5 **Дубровина, Г. И.** О методе решения краевой задачи механики хрупкого разрушения / Г. И. Дубровина // Вестник ПГТУ. Механика и технология материалов и конструкций. – Пермь, 1999. – С. 42–48.

G. I. DUBROVINA

BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR THE MECHANICS OF BRITTLE FRACTURE

In this paper the direct and inverse problems of fracture mechanics are discussed. The equations of boundary value problems of the mechanics of brittle fracture are given in Volkov's formulation. The system of equations of the boundary value problem is non-linear in the physical sense. If the solution performs the condition of equilibrium between the voltages from the action of the external load and the resistance of the environment on the proposed sustainability criteria in the transition resistance through a maximum, then such a task is correct and is called direct. If the condition of equilibrium is disturbed, then there is the inverse problem of determining and creating the conditions of loading of the environment, when the equilibrium state remains the same.

Получено 13.09.2012

ISSN 2227-1104. Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки. Вып. 6. Гомель, 2012

УДК 631.6.22

Ф. У. ЖУРАЕВ

Гиждуванский сельскохозяйственный профессиональный колледж, Узбекистан

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА РАЗУПЛОТНЕНИЯ ГИПСОВЫХ И ПЛОТНЫХ ПРОСЛОЕК ПОЧВЫ

Статья посвящена математическому моделированию технологического процесса разуплотнения гипсовых и плотных прослоек почвы с учетом движения частиц в блокированных условиях, массы гипсовых прослоек и скорости их перемешивания.