

МАТЕРИАЛЫ МЕЖДУНАРОДНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ – 2012

ISSN 2227-1104. Механика. Научные исследования
и учебно-методические разработки. Вып. 7. Гомель, 2013

УДК 378.141.2/.5:531

А. О. ШИМАНОВСКИЙ

Белорусский государственный университет транспорта, Гомель

ИТОГИ МЕЖДУНАРОДНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ 2012 года

Приведена информация о Международной олимпиаде по теоретической механике 2012 года, состоявшейся 23–26 апреля в Белорусском государственном университете транспорта: список участников, условия и решения задач, результаты олимпиады. Сделан анализ решений задач теоретического и командного конкурсов олимпиады.

Международная олимпиада по теоретической механике состоялась в БелГУТе уже восьмой раз. Ознакомиться с особенностями проведения предыдущих таких мероприятий можно из изданных нами предыдущих аналогичных сборников [1–7]. Организаторы из года в год расширяют представительство участников, приглашая для участия большее количество вузов не только из стран ближнего зарубежья, но и иных государств. В 2012 году задачи олимпиады решали 139 студентов из 34 вузов пяти государств. Впервые в конкурсе принимали участие студенты из Туркменистана, которые показали высокий уровень подготовки. В составе жюри впервые работал преподаватель из Ирака.

Олимпиада 2012 года традиционно включала лично-командный теоретический конкурс и командный – «Брейн-ринг». На теоретическом конкурсе участникам олимпиады предлагались восемь задач (две по статике, две по кинематике и четыре по динамике), на решение которых отводилось 4 часа. Проверка работ осуществлялась жюри, в состав которого были включены

преподаватели вузов – участников олимпиады. Победитель в командном зачете определялся по сумме баллов трех лучших представителей вуза. В конкурсе «Брейн-ринг» командам, состоящим из трех студентов, на 60 минут предлагались для решения тридцать мини-задач – по десять соответственно по статике, кинематике и динамике. Особенностью данного конкурса является то, что победитель определяется только на основе правильных ответов (решения не проверяются). Если команды набирали равное количество правильных ответов, то им присуждалось одинаковое место. Студенты, не согласные с оценкой их решений задач теоретического конкурса, могли доказать правильность решений во время апелляции.

Предложенное студентам для решения на теоретическом конкурсе задание включало разработанный автором статьи комплект задач, далее представленный в сборнике.

Особенностью задачи С-1–2012 является необходимость учета распределенной нагрузки, изменяющейся по линейному закону, что редко встречается в типовых учебных задачах. В задаче С-2–2012 следует принимать во внимание возможность выхода системы из равновесия вследствие скольжения стержней в двух направлениях, которые зависят от длин стержней.

Необычность задачи К-1–2012 состоит в том, что рассматриваемое положение стержня является неустойчивым, поэтому невозможно определить положение мгновенного центра скоростей, опираясь только на характеристики движения, соответствующие данному положению. Это ведет к необходимости нахождения предела функции угловой скорости, записанной для произвольного момента времени. Сложность задачи К-2–2012 обусловлена необходимостью использования соотношений, описывающих сложное движение точки, для нахождения радиуса кривизны траектории абсолютного движения.

К особенностям задачи Д-1–2012 относятся переменность длины нити, которая ведет к изменению ускорения ползуна в зависимости от его положения, а также необходимость учета двух возможных направлений нормальной реакции между стержнем и ползуном. Задача Д-2–2012 требует определения соотношения между ускорениями центров масс соприкасающихся тел, одно из которых движется непоступательно. В задаче Д-3–2012 необходимо учесть возможность скольжения диска по плоскости, что приводит к нестандартному месту расположения мгновенного центра скоростей рассматриваемого составного тела. Наконец, в задаче Д-4–2012 оказывается, что сила трения между призмой 1 и грузом 3 не постоянна, а определяется ускорением призмы.

Анализируя результаты теоретического конкурса олимпиады, можно отметить, что больше всего удачных попыток решения относится к задачам С-1–2012 и К-2–2012. Это можно объяснить тем фактом, что данные задачи ближе всего к типовым.

Несмотря на интерес, который студенты проявили к задаче С-2–2012 довести ее до логического завершения смог лишь один участник. С одной стороны, здесь сказалось применение закона Кулона, записанного большинством участников для случая максимального значения силы трения, что в рассматриваемом случае неверно. С другой стороны, в авторском решении в последний момент обнаружилась арифметическая ошибка, которая приводила к компактному решению системы неравенств. Правильное решение названной системы оказалось очень громоздким, что вероятно испугало конкурсантов. Жюри было принято решение о присуждении полного балла только за рассмотрение четырех возможных случаев смещения стержней, соответствующих приведенной в решении системе неравенств без решения последней.

Задачи по динамике в целом были решены хуже, чем по статике и кинематике. Такая тенденция характерна для большинства олимпиад. В то же время лидеры более равномерно распределили свое внимание между задачами из разных разделов. Наиболее сложной для участников неожиданно для автора оказалась задача Д-1–2012. Вероятно, здесь сказалась особенность, связанная с необходимостью учета изменения длины нити и ее наклона, так как подобные задачи, как правило, не рассматриваются на лекциях и практических занятиях из-за их громоздкости.

Что касается задач конкурса «Брейн-Ринг», то здесь во многом на результатах сказались необходимость доведения решения до конкретного ответа. По нашему мнению, именно это привело к малому количеству правильных решений задач 7 и 10. Никто не решил задачу 29, посвященную удару, который связан с плоскопараллельным движением тела. Такого рода задачи редко решают студенты. Последняя задача комплекта включает элемент на внимание: При заданном направлении активной силы и момента нить должна работать на сжатие, поэтому фактически для решения достаточно записать динамическое уравнение только для одного тела 2, не учитывая силу натяжения, и ответ моментально получится.

Первые места личного зачета со значительным отрывом традиционно заняли представители Московского физико-технического института (МФТИ). Отметим также высокие результаты студентов Южно-Уральского (ЮУрГУ) и Санкт-Петербургского (СПбГУ) государственных университетов, а также Уральского федерального университета (УрФУ), школы по подготовке механиков в которых являются ведущими в СНГ.

В командном зачете первое место заняла команда МФТИ (постоянные победители Всероссийских и международных олимпиад по теоретической механике), значительно оторвавшись по числу набранных ей баллов от команд ЮУрГУ и УрФУ. В конкурсе «Брейн-ринг» с названными командами также достойно конкурировали студенты Казанского научно-исследовательского технологического университета.

В рамках олимпиады состоялся очередной научно-методический семинар преподавателей вузов, на котором преподаватели обменялись опытом организации учебно-методической и научной работы на кафедрах, ведущих преподавание теоретической механики в вузах разных государств.

Организаторы надеются, что накопившийся опыт проведения олимпиад по теоретической механике будет положен в основу организации очередных состязаний студентов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Механика. Теория, задачи, учебно-методические разработки** : сб. науч. тр. – Гомель : БелГУТ, 2006. – 144 с.

2 **Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки**: междунар. сб. науч. тр. / М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2007. – Вып. 1. – 107 с.

3 **Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки**: междунар. сб. науч. тр. / М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2008. – Вып. 2. – 148 с.

4 **Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки**: междунар. сб. науч. тр. / М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2009. – Вып. 3. – 242 с.

5 **Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки**: междунар. сб. науч. тр. / М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2010. – Вып. 4. – 226 с.

6 **Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки**: междунар. сб. науч. тр. / М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2011. – Вып. 5. – 299 с.

7 **Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки**: междунар. сб. науч. тр. / М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2012. – Вып. 6. – 291 с.

A. O. SHIMANOVSKY

INTERNATIONAL ENGINEERING MECHANICS CONTEST 2012 RESULTS

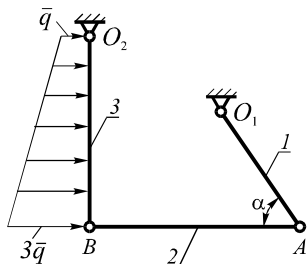
There is the information about International Engineering Mechanics Contest 2012, 23–26 April, Belarusian State University of Transport: list of participants, problem situations and solutions, Contest results. The analyses of Theory and Team Contests problem solutions are given.

Получено 20.09.2013

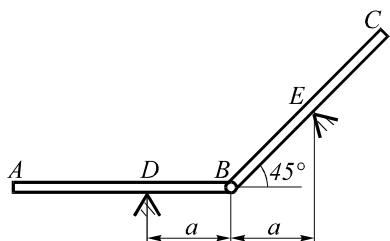
1 УСЛОВИЯ ЗАДАЧ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОНКУРСА

Задача С-1-2012

В стержневой системе, расположенной в вертикальной плоскости, однородные стержни 1, 2 и 3 имеют длины l_1, l_2, l_3 и силы тяжести G_1, G_2, G_3 соответственно. В положении равновесия стержень AB горизонтален, O_2B вертикален и угол между стержнями O_1A и AB равен α . Определить значение q интенсивности распределенной нагрузки, изменяющейся по линейному закону, при котором обеспечивается заданное положение равновесия системы.



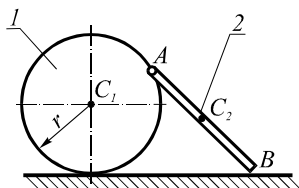
Задача С-2-2012



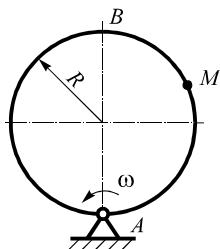
Два однородных стержня AB и BC , имеющих одинаковые массы, соединены шарниром в точке B и положены на два шероховатых острия D и E . Определить, при каких значениях длин стержней возможно равновесие в изображенном на рисунке положении, если коэффициент трения между стержнями и опорами равен f , а также известен размер a .

Задача К-1-2012

Диск 1 радиуса r катится по горизонтальной поверхности без скольжения, так что скорость его центра C_1 постоянна. К точке A обода диска с помощью шарнира прикреплен стержень 2 длины $2r$, конец B которого скользит по плоскости. Определить, во сколько раз скорость центра стержня C_2 больше скорости центра диска C_1 в тот момент, когда точка A занимает наивысшее положение.

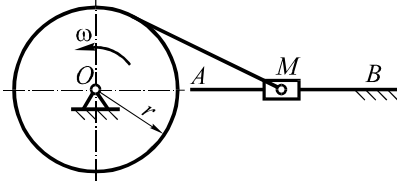


Задача К-2-2012



Диск радиуса R вращается вокруг неподвижной оси с постоянной угловой скоростью ω . По ободу диска от A к B перемещается точка M с постоянной относительной скоростью $v_r = \sqrt{3}\omega R$. Определить радиус кривизны траектории абсолютного движения точки M в том ее положении, при котором относительная и переносная скорости одинаковы.

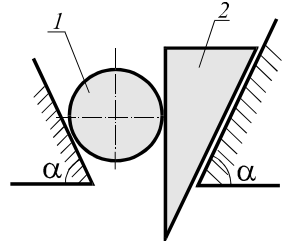
Задача Д-1–2012



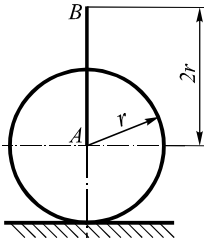
Шкив радиуса r вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью ω . На шкив намотана нить, к свободному концу которой прикреплен ползун M массы m , движущийся по стержню AB , продолжение которого пересекает ось шкива под прямым углом в точке O . Коэффициент трения между ползуном и стержнем равен f . Определить силу натяжения нити в зависимости от расстояния $OM = x$.

Задача Д-2–2012

Цилиндр 1 массы m_1 и клин 2 массы m_2 , касаясь друг друга, движутся между двумя наклонными плоскостями, образующими одинаковые углы α с горизонтом. Трение между цилиндром и клином, а также между клином и плоскостью пренебрежимо мало. Цилиндр катится по наклонной плоскости без скольжения. Найти, какой силой цилиндр давит на клин.



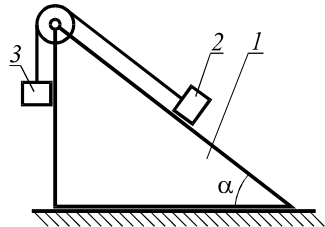
Задача Д-3–2012



Однородный диск радиуса r скреплен с тонким однородным стержнем AB . Диск и стержень имеют одинаковые массы. В положении, указанном на рисунке, находящаяся в покое система приходит в движение под действием сил тяжести. Пренебрегая трением между диском и плоскостью, определить скорость конца B стержня в момент удара о плоскость.

Задача Д-4–2012

Призма 1 массы m_1 может скользить по гладкой горизонтальной плоскости. Два груза 2 и 3, имеющие массы m_2 и m_3 ($m_2 \sin \alpha > m_3$), соединены нерастяжимой нитью и скользят соответственно по наклонной и вертикальной граням призмы, причем трение между грузом 2 и призмой пренебрежимо мало. Коэффициент трения между грузом 3 и гранью призмы равен f . Определить ускорение призмы 1. Массой блока пренебречь. Угол α известен.



2 УСЛОВИЯ ЗАДАЧ КОНКУРСА «БРЕЙН-РИНГ»

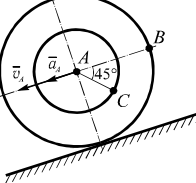
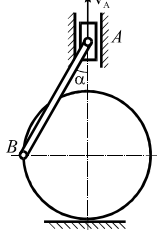
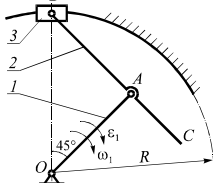
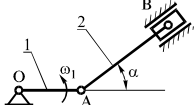
СТАТИКА

	<p>1. При каком значении силы F_1 реакция невесомого стержня l окажется равной нулю, если $F_2 = 20$ Н.</p>
	<p>2. Груз l удерживается в равновесии наклонной плоскостью и двумя нитями AB и CDE. Сила тяжести груза $2 G_2 = 20$ Н, реакция плоскости $R = 10$ Н. Угол $\alpha = 30^\circ$. Определить силу натяжения нити AB.</p>
	<p>3. Диск веса P и радиуса R лежит на шероховатой горизонтальной плоскости и соприкасается с шероховатой вертикальной стенкой. При каком моменте M пары сил, приложенной к диску, он будет находиться в равновесии, если коэффициенты трения скольжения диска по плоскости и стенке равны f.</p>
	<p>4. Стержень AB длины l опирается в точке A на гладкую вертикальную плоскость, а в точке C – на уступ. Определить, пренебрегая трением, расстояние a при равновесии, если стержень образует с горизонтом угол α.</p>
	<p>5. Дано: $F_1 = 30$ кН; $F_2 = 20$ кН; $q = 4$ кН/м; $M = 50$ кНм. Найти момент заделки.</p>
	<p>6. Найти внутреннюю силу, возникающую в стержне AB изображенной на рисунке плоской фермы, которая находится под действием активной силы F.</p>

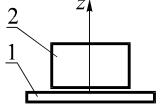
	<p>7. В изображенной на рисунке схеме однородные тела 1 и 2 связаны с потолком невесомыми стержнями. Найти реакцию стержня BC, если известны G_1, G_2, α, β, γ.</p>
	<p>8. Однородная балка AB веса 200 Н удерживается в горизонтальном положении невесомым криволинейным стержнем BC. Определить реакцию связи в точке A, если $\alpha = 60^\circ$.</p>
	<p>9. Из равностороннего треугольника ABC со стороны a вырезан равнобедренный треугольник ACD, как показано на рисунке. Найти, при каком расстоянии ED точка D оказывается центром тяжести получившейся фигуры.</p>
	<p>10. Найдите расстояние от точки B до центра тяжести изображенного на рисунке куска проволоки постоянного поперечного сечения. Размер l известен.</p>

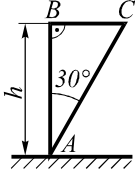
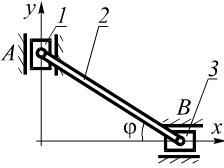
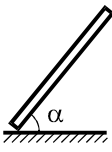
КИНЕМАТИКА

<p>11. Уравнения движения точки в координатной форме $x = e^t + e^{-t}$; $y = 2t$. Найти радиус кривизны ее траектории.</p>	
<p>12. Из точек A и B, расположенных на одной вертикали (точка A выше) на расстоянии $l = 100$ м друг от друга бросают одновременно два шарика с одинаковой скоростью 10 м/с: из A — вертикально вниз, из B — вертикально вверх. Через сколько времени шарики встретятся? Ускорение свободного падения $g = 9,8$ м/с².</p>	
<p>13. Точка движется по ветви $x > 0$ параболы $y = 4x^2$. Определить координаты точки, в которой значение скорости в два раза больше ее проекции на ось x.</p>	
<p>14. Точка на ободе вращающегося вала, диаметр которого 20 см, описывает окружность по закону $s = 10\pi t^2$ см. Определить величину полного ускорения точки в момент времени, соответствующий окончанию первого оборота.</p>	
	<p>15. Полудиск вращается вокруг диаметра CD. Радиус $OA = 10$ см составляет с этим диаметром угол 30°. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки A $a_A^n = 40\pi^2$ см/с². Определить угловую скорость тела.</p>

<p>16. Точка движется по окружности, радиус которой $r = 200$ м, с касательным ускорением 2 м/с^2. Определить угол между векторами скорости и полного ускорения точки через 5 секунд после начала ее движения.</p>	
	<p>17. Диск катится без скольжения так, что в данный момент $v_A = 20 \text{ см/с}$, $a_A = 5 \text{ см/с}^2$. Радиусы $AB = 10 \text{ см}$, $AC = 5 \text{ см}$. Найти ускорение точки C.</p>
	<p>18. Скорость какой точки, A или B, больше в изображенном на рисунке положении механизма, при котором $\alpha = 30^\circ$, и во сколько раз? Качение происходит без скольжения.</p>
	<p>19. Найти ускорение точки C в изображенном на рисунке положении механизма, если в данный момент времени $\omega_1 = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\epsilon_1 = 4 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$. Заданы размеры $R = 50 \text{ см}$, $OA = AB$; $BC = 60 \text{ см}$.</p>
	<p>20. В плоском механизме длины звеньев 1 и 2 равны соответственно l_1 и l_2. Кривошип OA вращается с постоянной угловой скоростью ω_1. Определите угловое ускорение звена 2. Угол α задан.</p>

ДИНАМИКА

<p>21. Груз массы 200 кг равноускоренно перемещается вверх по вертикали с помощью троса. Определить силу натяжения троса, если за первые 4 с груз подняли на 8 м.</p>	
	<p>22. Платформа 1 движется по вертикали по закону $z = b \sin^2 t$. На платформу положен кубик 2 массы m. Определить значение b, при котором кубик начнет подпрыгивать над платформой.</p>
<p>23. На вертикально поставленный закрепленный винт, шаг которого h, надета гайка массой m, имеющая момент инерции относительно вертикальной оси I_z. Гайку отпустили из состояния покоя. Пренебрегая трением, найти скорость ее центра масс после того, как он опустится на высоту $5h$.</p>	

<p>24. Динамическое уравнение движения материальной точки $\ddot{x} + b\dot{x} + 100x = 0$. Определить наибольшее значение коэффициента сопротивления упругой среды b, при котором возможны затухающие колебания.</p>	
<p>25. Материальная точка, имеющая массу m, брошена вертикально вверх с начальной скоростью v_0. Определить, на какой высоте ее потенциальная энергия составляет $2/3$ кинетической энергии.</p>	
	<p>26. Ящик, размеры которого указаны на рисунке, вращением вокруг ребра A переводится из горизонтального в вертикальное положение. Определить работу, которую необходимо затратить на подъем ящика, если его масса равна 80 кг, а центр тяжести находится в точке пересечения диагоналей.</p>
	<p>27. Однородная пластина в виде прямоугольного треугольника с катетом h и углом 30° при вершине поставлена точкой A на гладкую горизонтальную плоскость так, что катет BC параллелен плоскости. Найти расстояние x, на которое переместится точка A треугольника при падении под действием собственного веса, когда его гипотенуза AC займет горизонтальное положение.</p>
	<p>28. Ползуны 1 и 3, массы которых $m_1 = m_3 = 2$ кг, движутся в прямолинейных направляющих. Они соединены шатуном 2, у которого масса $m_2 = 4$ кг и длина $l = 0,8$ м. Угол φ изменяется по закону $\varphi = \pi t$. Определить главный вектор всех сил, действующих на механизм в момент времени $t = 0,25$ с.</p>
	<p>29. Сплошной однородный стержень длиной l, составляющий угол α с горизонтом, свободно падает, не вращаясь. Он неупруго ударяется о гладкую горизонтальную плоскость со скоростью v_0. Определить угловую скорость стержня и линейную скорость его центра масс в первый момент после удара.</p>
	<p>30. Дано: $m_1 = m$; $m_2 = 2m$; M; F_C; $R_2 = 2r$; $r_2 = r$; $R_1 = r$; $i_{2x} = r\sqrt{2}$. Определить ε_2.</p>

3 РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОНКУРСА

Задача С-1-2012

Рассмотрим равновесие стержня AB :

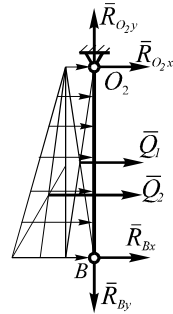
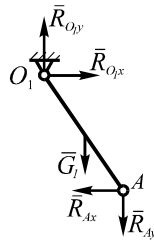
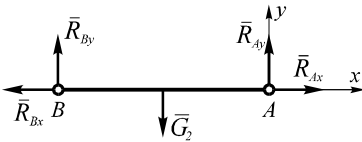
$$\sum M_{iB} = 0; \quad -G_2 \cdot \frac{l}{2} + R_{Ay} \cdot l = 0; \quad R_{Ay} = \frac{G_2}{2}$$

$$\sum F_{iy} = 0; \quad R_{By} + R_{Ay} - G_2 = 0; \quad R_{By} = G_2 - R_{Ay} = \frac{G_2}{2}.$$

Теперь запишем уравнение моментов для стержня O_1A :

$$\sum M_{iO_1} = 0; \quad G_1 \frac{l}{2} \cos \alpha - R_{Ay} l_1 \cos \alpha - R_{Ax} l_1 \sin \alpha = 0;$$

$$R_{Ax} = -\frac{\left(G_1 \frac{l}{2} - R_{Ay} l_1\right) \cos \alpha}{l_1 \sin \alpha} = -\left(\frac{G_1}{2} + \frac{G_2}{2}\right) \operatorname{ctg} \alpha.$$



Из суммы проекций на ось x для стержня AB следует:

$$R_{Bx} = R_{Ax} = -\frac{(G_1 + G_2) \operatorname{ctg} \alpha}{2}.$$

Распределенную нагрузку представим в виде комбинации равномерно распределенной нагрузки с равнодействующей $Q_1 = ql_3$ и нагрузки, изменяющейся по закону треугольника, значение равнодействующей которой $Q_2 = \frac{1}{2} 2q \cdot l_3 = ql_3$. Тогда уравнение моментов для стержня O_2B дает:

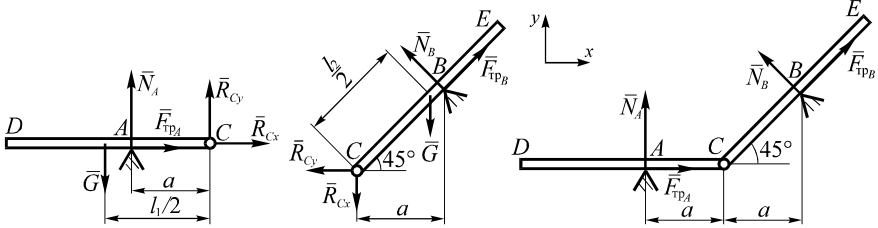
$$\begin{aligned} \sum M_{iO_2} = 0; \quad Q_1 \cdot \frac{l_3}{2} + Q_2 \frac{2l_3}{3} + R_{Bx} l_3 = 0; \\ \frac{q \cdot l_3}{2} + \frac{q \cdot l_3 \cdot 2}{3} + R_{Bx} = 0; \quad \frac{7}{6} ql_3 - \frac{(G_1 + G_2) \operatorname{ctg} \alpha}{2} = 0; \\ q = \frac{3 \cdot (G_1 + G_2) \operatorname{ctg} \alpha}{7l_3}. \end{aligned}$$

Задача С-2–2012

Рассматривая равновесие стержней CD и CE , получим:

$$\sum M_{iC} = 0; \quad G \frac{l_1}{2} - N_A a = 0; \quad N_A = G \frac{l_1}{2a};$$

$$\sum M_{iC} = 0 - G \frac{l_2}{2} \cos 45^\circ + N_B \cdot a\sqrt{2} = 0; \quad N_B = \frac{G \cdot l_2 \sqrt{2}}{2 \cdot 2 \cdot a\sqrt{2}} = \frac{Gl_2}{4a}.$$



Рассматривая систему в целом, имеем

$$\sum F_{iy} = 0; \quad N_A + N_B \cos 45^\circ + F_{\text{тр}B} \cos 45^\circ - 2G = 0;$$

$$F_{\text{тр}B} = \frac{2G - N_A - N_B \cos 45^\circ}{\cos 45^\circ} = 2G\sqrt{2} - G \frac{l_1}{2a} \sqrt{2} - G \frac{l_2}{4a};$$

$$\sum F_{ix} = 0; \quad F_{\text{тр}A} + F_{\text{тр}B} \cos 45^\circ - N_B \cos 45^\circ = 0;$$

$$F_{\text{тр}A} = N_B \cos 45^\circ - F_{\text{тр}B} \cos 45^\circ = \frac{Gl_2 \sqrt{2}}{4a} - 2G + G \frac{l_1}{2a}.$$

Поскольку направления сил трения зависят от длин стержней, то в общем случае получим условия равновесия в виде $|F_{\text{тр}A}| \leq fN_A$; $|F_{\text{тр}B}| \leq fN_B$, которые при подстановке найденных значений реакций связей и сокращения на G приводят к системе неравенств:

$$-f \frac{l_1}{2a} \leq \frac{l_2 \sqrt{2}}{4a} - 2 + \frac{l_1}{2a} \leq f \frac{l_1}{2a}; \quad -f \frac{l_2}{4a} \leq 2\sqrt{2} - \frac{l_1}{2a} \sqrt{2} - \frac{l_2}{4a} \leq f \frac{l_2}{4a}.$$

Решение записанной системы весьма трудоемко для произвольного значения f . Приведем окончательные результаты для случаев $f \leq 1$:

– при $f < 4 - \sqrt{15}$ равновесие невозможно;

– при $4 - \sqrt{15} \leq f \leq \sqrt{10} - 3$ $\frac{4a(1-f)}{1+f^2} \leq l_1 \leq \frac{3a}{1-f}$; $\sqrt{2}a \leq l_2 \leq \frac{8fa\sqrt{2}}{1+f^2}$;

– при $\sqrt{10} - 3 \leq f \leq \sqrt{7} - 2$ $\frac{4a(1-f)}{1+f^2} \leq l_1 \leq \frac{7+f}{2}a$; $\sqrt{2}a \leq l_2 \leq \frac{8fa\sqrt{2}}{1+f^2}$;

– при $\sqrt{7} - 2 \leq f \leq 1$ $a \leq l_1 \leq \frac{7+f}{2}a$; $\sqrt{2}a \leq l_2 \leq \frac{6+2f}{\sqrt{2}}a$.

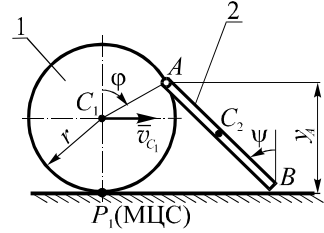
Задача К-1–2012

В момент, когда точка A занимает высшее положение, стержень расположен вертикально. Найдём угловую скорость стержня, используя координатный метод:

$$y_A = r + r \cos \varphi = AB \cos \psi; \quad (1)$$

$$\dot{y}_A = -r \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} = -AB \sin \psi \cdot \dot{\psi};$$

$$\dot{\psi} = \frac{r \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}}{AB \sin \psi} = \frac{r \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}}{2 \sin \psi} = \frac{\sin \varphi}{2 \sin \psi} \cdot \dot{\varphi}.$$



Учитывая, что $AB = 2r$, и, принимая во внимание формулу (1), имеем

$$\sin \psi = \sqrt{1 - \cos^2 \psi} = \sqrt{1 - \left(\frac{1 + \cos \varphi}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3 - 2 \cos \varphi - \cos^2 \varphi}}{2};$$

$$\dot{\psi} = \frac{\sin \varphi \cdot \dot{\varphi}}{\sqrt{3 - 2 \cos \varphi - \cos^2 \varphi}}.$$

В рассматриваемом положении $\varphi = 0$, а полученное выражение представляет собой неопределенность вида $0/0$. Поэтому, чтобы определить значение угловой скорости ω_2 , необходимо найти предел функции

$$\omega_2 = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin \varphi}{\sqrt{3 - 2 \cos \varphi - \cos^2 \varphi}} \omega_1;$$

$$\omega_2^2 = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \varphi \cdot \omega_1^2}{3 - 2 \cos \varphi - \cos^2 \varphi} = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{2 \sin \varphi \cdot \cos \varphi}{2 \sin \varphi + 2 \cos \varphi \sin \varphi} \omega_1^2 = \lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{2 \cos \varphi}{2 + 2 \cos \varphi} \omega_1^2 = \frac{\omega_1^2}{2}.$$

Следовательно,

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{\sqrt{2}}.$$

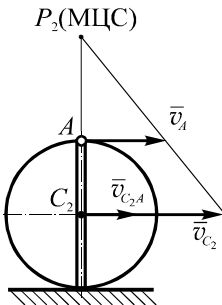
Учитывая, что МЦС колеса находится в точке P_1 , скорости его центральной и верхней точек: $v_{C_1} = \omega_1 r$; $v_A = \omega_1 \cdot 2r$.

Теперь, рассматривая плоскопараллельное движение стержня, окончательно получаем:

$$v_{C_2} = v_A + v_{C_2A}; \quad v_{C_2A} = \omega_2 \cdot r = \frac{\omega_1 r}{\sqrt{2}};$$

$$v_{C_2} = \omega_1 \cdot 2r + \frac{\omega_1 r}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}} \omega_1 r;$$

$$\frac{v_{C_2}}{v_{C_1}} = \frac{2\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}} = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



Задача К-2–2012

Поскольку относительная v_r и переносная v_e скорости одинаковы, то

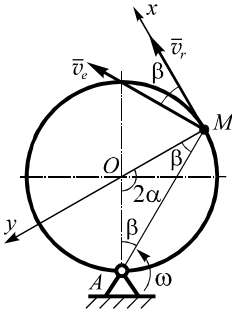
$$v_r = v_e = \omega \cdot AM; \quad AM = R\sqrt{3}.$$

Треугольник AOM равнобедренный, поэтому

$$AM = 2R \sin \alpha; \quad \sin \alpha = \frac{AM}{2R} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \alpha = 60^\circ; \quad \beta = 30^\circ.$$

Соответственно абсолютная скорость точки M :

$$\bar{v}_a = \bar{v}_e + \bar{v}_r;$$



$$v_a = \sqrt{v_e^2 + v_r^2 + 2v_e v_r \cos \beta} = \sqrt{2v_e^2 + 2v_e^2 \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{6 + 3\sqrt{3}} \omega R.$$

Ее проекции на оси координат:

$$v_{ax} = v_e \cos 30^\circ + v_r = \sqrt{3}\omega r \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}\omega r = \left(\frac{3}{2} + \sqrt{3}\right)\omega r;$$

$$v_{ay} = v_e \sin 30^\circ = \sqrt{3}\omega r \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\omega r.$$

Переносное и относительное ускорения будут иметь только нормальные составляющие, так как переносная угловая и линейная относительная скорости постоянны:

$$a_e^n = \omega^2 \cdot AM = \omega^2 R\sqrt{3};$$

$$a_r^n = \frac{v_r^2}{\rho} = \frac{v_r^2}{R} = \frac{3\omega^2 R^2}{R} = 3\omega^2 R.$$

Относительное движение точки происходит в плоскости вращения диска, поэтому ускорение Кориолиса

$$a_c = 2\omega_e v_r \sin 90^\circ = 2\omega \cdot \sqrt{3}\omega R = 2\sqrt{3}\omega^2 R.$$

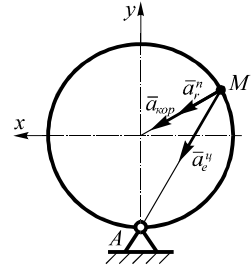
Следовательно, проекции абсолютного ускорения:

$$a_{ax} = -a_e^n \sin 30^\circ = -\sqrt{3}\omega^2 R \cdot \frac{1}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\omega^2 R;$$

$$a_{ay} = a_e^n \cos 60^\circ + a_r^n + a_c = \sqrt{3}\omega^2 R \cdot \frac{1}{2} + 3\omega^2 R + 2\sqrt{3}\omega^2 R = \left(\frac{9}{2} + 2\sqrt{3}\right)\omega^2 R.$$

Для определения нормального ускорения воспользуемся формулами:

$$a_a^\tau = \frac{dv_a}{dt} = \frac{a_{ax}v_{ax} + a_{ay}v_{ay}}{v_a}; \quad a_a^n = \sqrt{a_a^2 - a_a^{\tau 2}} = \frac{|a_{ay}v_{ax} - a_{ax}v_{ay}|}{v_a}.$$



Подставляя найденные ранее значения, находим:

$$a_a^n = \frac{\left(\frac{9}{2} + 2\sqrt{3}\right)\omega^2 R \cdot \left(\frac{3}{2} + \sqrt{3}\right)\omega r + \frac{\sqrt{3}}{2}\omega^2 R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\omega R}{\sqrt{6+3\sqrt{3}}\omega R} = \frac{27+15\sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{6+3\sqrt{3}}}\omega^2 R.$$

Соответственно искомый радиус кривизны

$$\rho = \frac{v_a^2}{a_a^n} = \frac{(6+3\sqrt{3})\omega^2 R^2 \cdot 2 \cdot \sqrt{6+3\sqrt{3}}}{(27+15\sqrt{3})\omega^2 R} = 1,4142 \cdot R \approx \sqrt{2}R.$$

Задача Д-1-2012

Проецируя скорости \bar{v}_K и \bar{v}_M на ось Mx_1 , получим

$$v_M \cos \varphi = v_K; \quad v_M = -\dot{x}; \quad v_K = \omega r;$$

$$-\dot{x} \cos \varphi = \omega r; \quad \dot{x} = -\frac{\omega r}{\cos \varphi};$$

$$\ddot{x} = -\frac{\omega r}{\cos^2 \varphi} \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}.$$

Поскольку $x \sin \varphi = r$, то $\dot{x} \sin \varphi + x \cos \varphi \dot{\varphi} = 0$. Отсюда

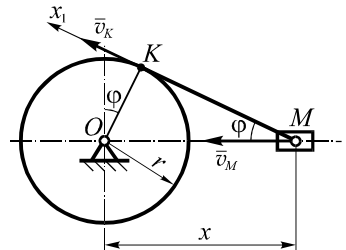
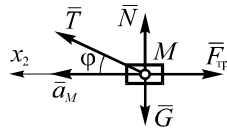
$$\dot{\varphi} = -\frac{\dot{x} \sin \varphi}{x \cos \varphi} = \frac{\omega r \sin \varphi}{x \cos^2 \varphi}; \quad \ddot{x} = -\frac{\omega^2 x r^4}{(x^2 - r^2)^2}.$$

Анализ движения ползуна дает:

$$m a_M = T \cos \varphi - F_{\text{тр}}; \quad a_M = -\ddot{x};$$

$$N + T \sin \varphi - G = 0; \quad N = G - T \sin \varphi;$$

$$F_{\text{тр}} = fN = f|G - T \sin \varphi|.$$



Возможны два варианта, различающиеся направлением силы \bar{N} .

Случай 1: $G \geq T \sin \varphi$,

$$m \ddot{x} = f(G - T \sin \varphi) - T \cos \varphi; \quad T = \frac{fmg + \frac{m\omega^2 x r^4}{(x^2 - r^2)^2}}{f \sin \varphi + \cos \varphi} = \frac{f \frac{r}{x} + \frac{\sqrt{x^2 - r^2}}{x}}{f \sin \varphi + \cos \varphi}.$$

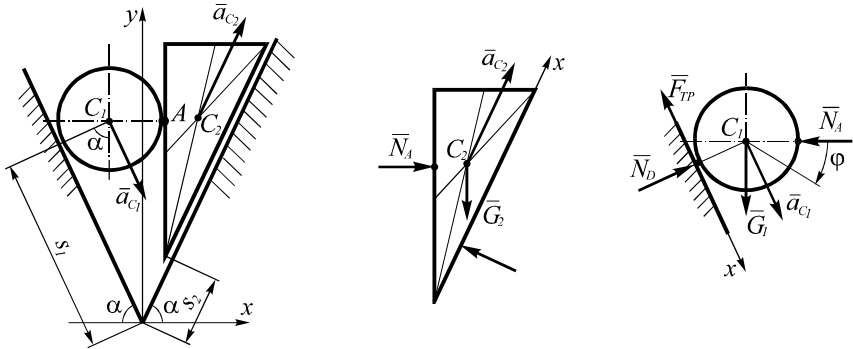
Случай 2: $G \leq T \sin \varphi$,

$$m \ddot{x} = f(T \sin \varphi - G) - T \cos \varphi; \quad T = \frac{fG + m \ddot{x}}{f \sin \varphi - \cos \varphi} = \frac{fmgx(x^2 - r^2)^2 - m\omega^2 x^2 r^4}{(fr - \sqrt{x^2 - r^2})(x^2 - r^2)^2}.$$

Задача Д-2-2012

Установим связь между ускорениями центров масс тел:

$$\begin{aligned} x_A &= -s_1 \cos \alpha + r \sin \alpha + r = s_2 \cos \alpha ; \\ -\dot{s}_1 \cos \alpha &= \dot{s}_2 \cos \alpha ; \quad -\ddot{s}_1 = \ddot{s}_2 ; \quad a_{C_2} = a_{C_1} . \end{aligned}$$



Рассматривая движение клина, получаем

$$\begin{aligned} m_2 a_{C_2} &= N_A \cos \alpha - G_2 \cos \alpha ; \\ a_{C_2} = a_{C_1} &= \frac{N_A \cos \alpha - m_2 g \sin \alpha}{m_2} . \end{aligned}$$

Для цилиндра имеем:

$$\begin{aligned} J_{C_1} \varepsilon_1 &= F_{\text{тр}} r ; \\ J_{C_1} &= \frac{m_1 r^2}{2} ; \quad \varepsilon_1 = \frac{a_{C_1}}{r} ; \\ \frac{m_1 r^2}{2} \cdot \frac{a_{C_1}}{r} &= F_{\text{тр}} r ; \quad F_{\text{тр}} = \frac{m_1 a_{C_1}}{2} ; \\ m_1 a_{C_1} &= G_1 \sin \alpha - F_{\text{тр}} - N_A \cos \alpha ; \\ \frac{3}{2} m_1 a_{C_1} &= m_1 g \sin \alpha - N_A \cos \alpha ; \\ \frac{3}{2} \frac{m_1}{m_2} (N_A \cos \alpha - m_2 g \sin \alpha) &= m_1 g \sin \alpha - N_A \cos \alpha ; \\ N_A &= \frac{m_1 g \sin \alpha}{2 \cdot \left(\frac{3}{2} \frac{m_1}{m_2} + 1 \right) \cos \alpha} = \frac{5 m_1 m_2 g \operatorname{tg} \alpha}{3 m_1 + 2 m_2} . \end{aligned}$$

Задача Д-3–2012

Массы тел одинаковы, поэтому центр масс системы C находится на середине отрезка AD . Поскольку все внешние силы вертикальны, то по теореме о движении центра масс $v_{Cx} = 0$, и вектор скорости точки C направлен по вертикали вниз. Соответственно мгновенный центр скоростей P находится на пересечении перпендикуляров к векторам скоростей.

Применим теорему об изменении кинетической энергии:

$$T - T_0 = \sum A_i^{\text{внеш}};$$

$$T_0 = 0.$$

Кинетическую энергию в конечном положении ищем как сумму энергий для диска и стержня:

$$T = \frac{J_{\text{д}} \omega^2}{2} + \frac{m_{\text{д}} v_A^2}{2} + \frac{J_{\text{ст}} \omega^2}{2} + \frac{m_{\text{ст}} v_D^2}{2};$$

$$J_{\text{д}} = \frac{mr^2}{2}; \quad v_A = \omega \cdot \frac{r}{4};$$

$$J_{\text{ст}} = \frac{ml^2}{12} = \frac{mr^2}{3}; \quad v_D = \omega \cdot PD;$$

$$PD^2 = (r \cos 30^\circ)^2 + \left(\frac{r}{4}\right)^2 = \frac{r^2 \cdot 3}{4} + \frac{r^2}{16} = \frac{13r^2}{16};$$

$$T = \frac{mr^2}{2} \frac{\omega^2}{2} + \frac{m\omega^2 r^2}{2 \cdot 16} + \frac{mr^2}{3 \cdot 2} \omega^2 + \frac{m}{2} \omega^2 \cdot \frac{13r^2}{16} = \frac{41}{48} m\omega^2 r^2.$$

Работу совершает только сила тяжести стержня

$$A_i^{\text{внеш}} = A_G = mg \cdot \frac{3}{2} r.$$

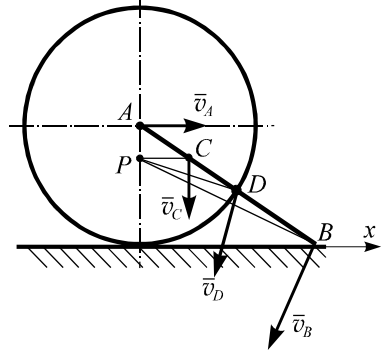
Приравнявая кинетическую энергию и работу, находим:

$$\frac{41}{48} m\omega^2 r^2 = mg \frac{3}{2} r;$$

$$\omega^2 = \frac{72}{41} \frac{g}{r};$$

$$v_B = \omega \cdot PB; \quad PB^2 = (AB \cos 30^\circ)^2 + \left(\frac{3}{4}r\right)^2 = 3r^2 + \frac{9}{16}r^2 = \frac{57}{16}r^2;$$

$$v_B = \sqrt{\frac{72}{41} \frac{g}{r} \cdot \frac{57}{16} r^2} = 3\sqrt{\frac{57gr}{82}}.$$



Задача Д-4–2012

Для анализа движения рассматриваемой системы, имеющей две степени свободы, применим уравнения Лагранжа II рода:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} = Q_x; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{s}} \right) - \frac{\partial T}{\partial s} = Q_s$$

Найдем кинетическую энергию рассматриваемой системы, учитывая, что тела 2 и 3 совершают сложное движение:

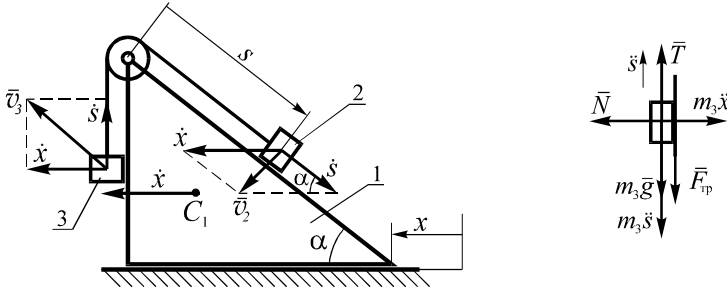
$$T = T_1 + T_2 + T_3;$$

$$T_1 = \frac{m_2 \dot{x}^2}{2};$$

$$T_2 = \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_2}{2} (\dot{x}^2 + \dot{s}^2 - 2\dot{x}\dot{s} \cos \alpha);$$

$$T_3 = \frac{m_3 v_3^2}{2} = \frac{m_3}{2} (\dot{x}^2 + \dot{s}^2);$$

$$T = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{2} \dot{x}^2 + \frac{m_2 + m_3}{2} \dot{s}^2 - m_2 \dot{x} \dot{s} \cos \alpha.$$



Соответственно производные, входящие в уравнения Лагранжа, приобретают вид:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = (m_1 + m_2 + m_3) \dot{x} - m_2 \dot{s} \cos \alpha;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = (m_1 + m_2 + m_3) \ddot{x} - m_2 \ddot{s} \cos \alpha;$$

$$\frac{\partial T}{\partial s} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{s}} = (m_2 + m_3) \dot{s} - m_2 \dot{x} \cos \alpha;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{s}} \right) = (m_2 + m_3) \ddot{s} - m_2 \ddot{x} \cos \alpha.$$

Обобщенные силы, соответствующие обобщенным координатам x и s :

$$Q_x = 0; Q_s = m_2 g \sin \alpha - m_3 g - F_{\text{тр}}.$$

Для нахождения силы трения между телами 1 и 3 рассмотрим движение тела 3, принимая во внимание силы инерции переносного и относительного движения:

$$N = m_3 \ddot{x}; F_{\text{тр}} = fN = fm_3 \ddot{x}.$$

Подставляя найденные выражения в уравнения Лагранжа, получаем систему линейных уравнений:

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2 + m_3) \ddot{x} - m_2 \ddot{s} \cos \alpha &= 0; \\ (m_2 + m_3) \ddot{s} - m_2 \ddot{x} \cos \alpha &= m_2 g \sin \alpha - m_3 g - fm_3 \ddot{x}. \end{aligned}$$

Из нее в результате преобразований находим

$$\begin{aligned} \ddot{s} &= \frac{m_2 g \sin \alpha - m_3 g - fm_3 \ddot{x} + m_2 \ddot{x} \cos \alpha}{m_2 + m_3}; \\ \ddot{x} &= \frac{m_2 g \cos \alpha (m_2 \sin \alpha - m_3)}{(m_1 + m_2 + m_3)(m_2 + m_3) + m_2 \cos \alpha (fm_3 - m_2 \cos \alpha)}. \end{aligned}$$

4 ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ КОНКУРСА «БРЕЙН-РИНГ»

1. 7,32 Н. 2. 17,32 Н. 3. $PRf \frac{1+f}{1+f^2}$. 4. $\frac{l}{2} \cos^3 \alpha$. 5. 30 кН·м.
6. $F \cos 30^\circ = \frac{F\sqrt{3}}{2}$. 7. $\frac{G_1 \sin \gamma + \frac{G_2 \sin \alpha}{2 \sin(\alpha - \gamma)}}{2 \sin(\alpha + \beta)}$. 8. 115 Н. 9. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$. 10. 0,709 l.
11. $\frac{(e^t + e^{-t})^2}{2} = 2 \operatorname{ch}^2 t$. 12. 5 с. 13. $x = \frac{\sqrt{3}}{8}$, $y = \frac{3}{16}$. 14. 7,91 м/с². 15. $2\sqrt{2}\pi$.
16. $\arctg \frac{1}{4}$. 17. 23,7 см/с². 18. $v_A = 1,115v_B$. 19. 1,78 м/с². 20. $\omega_1^2 \frac{l_1}{l_2} \sin \alpha$.
21. 2160 Н. 22. 4,9 м. 23. $\sqrt{\frac{10mgh}{m + J_2 \frac{4\pi^2}{h^2}}}$. 24. 20. 25. $\frac{v_0^2}{5g}$. 26. 314 Дж.
27. 0,48 h. 28. 31,55. 29. $\omega = \frac{6v_0 \cos \alpha}{(3 \cos^2 \alpha + 1)l}$; $v_C = \frac{3v_0 \cos^2 \alpha}{3 \cos^2 \alpha + 1}$. 30. $\frac{M}{4mr^2}$.

5 РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОНКУРСА (ЛИЧНЫЙ ЗАЧЕТ)

Фамилия, имя, отчество	Вуз	Баллы по задачам								Всего баллов	Место
		С-1	С-2	К-1	К-2	Д-1	Д-2	Д-3	Д-4		
Побойко Игорь Валерьевич	МФТИ	10,0	9,0	10,0	9,5	8,0	9,5	9,5	5,0	71	1
Степанов Николай Анатольевич	МФТИ	10,0	8,0	9,5	9,5	3,0	9,0	9,0	7,0	65	2
Попов Федор Калинович	МФТИ	9,0	3,0	10,0	9,5	4,0	8,0	9,0	7,0	60	3
Костандов Максим Васильевич	ЮУрГУ	10,0	1,0	1,0	9,5	4,0	10,0	9,0	9,0	54	4
Брызгин Александр Сергеевич	УрФУ	10,0	4,0	5,0	9,0	8,0	8,5	3,0	2,0	50	5
Александров Иван Александрович	СПбГУ	7,0	10,0	0,0	9,5	0,5	4,0	7,5	9,0	48	6
Рязанов Андрей Владимирович	ЮУрГУ	10,0	8,0	1,0	9,5	6,0	0,0	10,0	3,0	48	6
Ранский Роман Сергеевич	МФТИ	10,0	0,5	3,0	9,5	1,0	9,5	7,0	3,0	44	7
Касимов Рафаэль Равилевич	КНИТУ	8,5	5,0	1,0	10,0	1,0	0,0	4,5	10,0	40	7
Астраханцев Никита Юрьевич	МФТИ	9,0	0,0	0,5	9,5	0,0	10,0	7,5	2,0	39	8
Хабиров Андрей Фаритович	ЮУрГУ	8,5	0,0	0,0	9,5	5,0	0,0	10,0	5,0	38	8
Мирошников Константин Владимирович	УрФУ	6,0	4,0	1,0	9,5	1,0	3,0	4,5	8,0	37	9
Федорцов Юрий Владимирович	БРУ	10,0	6,0	1,0	5,0	3,0	5,0	5,0	0,0	35	10
Онучин Егор Сергеевич	ЮУрГУ	10,0	3,0	3,0	5,0	0,5	0,0	2,5	10,0	34	11
Шайхутдинов Рамиль Камилевич	КНИТУ	10,0	3,0	5,0	9,5	1,0	1,0	2,0	2,0	34	11
Шигапов Рустам Рамилевич	УГНТУ	3,0	4,0	0,5	3,0	0,5	9,0	3,0	10,0	33	12
Майстренко Алексей Александрович	ХНУ	2,0	0,0	10,0	4,0	0,5	6,0	5,0	5,0	33	12
Иевлев Евгений Альбертович	СПбГУ	10,0	3,0	0,5	9,5	2,5	3,0	1,5	1,0	31	13
Гарлыев Атамырат Бабамырадович	ТГУ	2,0	5,0	0,0	0,0	0,5	10,0	2,5	10,0	30	14
Хазипов Динар Надирович	УГНТУ	7,0	4,0	1,0	4,0	0,5	0,0	6,0	6,0	29	15
Пузырев Павел Иванович	ЮУрГУ	8,5	1,0	0,5	8,0	0,5	0,5	6,5	3,0	29	15
Киселева Ольга Сергеевна	УрФУ	8,5	2,0	1,0	5,0	1,0	3,0	0,5	7,0	28	16
Катуженец Сергей Леонидович	БелГУТ	10,0	1,0	1,0	3,0	0,5	0,0	3,0	9,0	28	16

Тухватуллин Рустем Рауфович	УГНТУ	4,0	3,0	2,0	3,0	3,5	0,0	3,0	9,0	28	16
Белошабский Евгений Иванович	ЮУрГУ	10,0	0,5	9,5	1,0	0,5	0,0	3,0	2,0	27	17
Нгуен Дан Тунг	ТулГУ	7,0	0,0	0,0	9,5	0,5	1,5	0,0	6,5	25	18
Насыров Ильгиз Рифович	КНИТУ	9,0	9,0	1,0	2,0	1,5	0,0	0,5	2,0	25	18
Ребко Дмитрий Вячеславович	КИИ МЧС	10,0	8,0	0,0	2,0	0,5	0,0	4,0	0,0	25	18
Галимов Айдар Альбертович	УГНТУ	4,0	3,0	0,5	3,0	0,0	2,0	5,0	7,0	25	18
Аннаев Мухамметгелди Овезгелдиевич	ТГУ	3,0	1,0	0,5	2,0	0,5	4,0	2,5	10,0	24	19
Сейидов Пальван Ходжагелдыевич	ТГУ	6,0	1,0	0,5	2,0	0,0	1,0	3,0	10,0	24	19
Судак Даниил Юрьевич	БрГТУ	10,0	0,0	0,5	2,0	0,5	8,5	2,0	0,0	24	19
Буракевич Егор Сергеевич	БелГУТ	10,0	3,0	1,0	1,0	2,5	2,5	3,0	0,0	23	20
Кобзарь Николай Юрьевич	ГГТУ	9,0	6,0	1,0	0,0	0,5	0,0	5,5	0,0	22	21
Костянюк Анна Геннадьевна	ХНУ	8,0	3,0	5,0	1,0	0,0	1,0	1,0	2,0	21	22
Азявчикова Анастасия Игоревна	БелГУТ	9,0	2,0	1,0	3,0	0,5	1,5	2,0	2,0	21	22
Млечко Игнат Романович	БГУ	4,0	1,0	3,0	4,0	1,5	3,0	2,0	2,5	21	22
Калинин Даниил Игоревич	Военмех	3,0	0,0	0,0	1,0	3,0	4,0	9,5	0,0	21	22
Каменюк Олег Викторович	СибГАУ	7,0	4,0	0,0	7,0	0,5	0,0	0,0	1,0	20	23
Гончар Марина Анатольевна	БелГУТ	9,0	4,0	1,0	3,0	0,5	0,5	0,5	0,5	19	24
Твардовский Антон Дмитриевич	БелГУТ	1,0	9,0	0,0	0,5	0,0	3,0	4,5	1,0	19	24
Климовский Дмитрий Андреевич	СибГАУ	10,0	2,0	0,5	3,0	0,0	0,0	2,5	0,5	19	24
Гетманчук Екатерина Анатольевна	БрГТУ	8,5	6,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	3,0	18	25
Науменко Юрий Николаевич	БрГТУ	10,0	3,0	0,5	4,0	0,0	0,0	0,0	0,5	18	25
Пургин Андрей Александрович	УрФУ	6,0	3,0	1,0	2,0	0,5	0,0	0,0	5,0	18	25
Тимшин Антон Анатольевич	ВятГУ	8,0	3,0	1,5	2,0	0,5	1,0	0,0	1,5	18	25
Удалов Андрей Александрович	ВятГУ	1,0	2,0	1,5	2,0	0,0	0,0	2,5	8,0	17	26
Лапухин Сергей Евгеньевич	ГГТУ	10,0	5,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	17	26
Терещенко Евгений Николаевич	ДНУЖТ	10,0	4,0	0,0	2,0	0,0	0,0	0,0	0,5	17	26

Продолжение таблицы

Фамилия, имя, отчество	Вуз	Баллы по задачам								Всего баллов	Место
		С-1	С-2	К-1	К-2	Д-1	Д-2	Д-3	Д-4		
Якимович Алексей Михайлович	КИИ МЧС	8,0	4,0	1,0	1,0	0,0	0,5	0,5	0,5	16	27
Бурак Алексей Дмитриевич	ПГУ	1,0	1,0	1,0	4,0	0,0	0,0	0,0	8,0	15	28
Баляев Иван Алексеевич	СПбГУ	3,0	0,0	0,0	8,0	1,0	0,0	3,0	0,0	15	28
Кормилец Андрей Евгеньевич	ХНУ	2,0	0,0	0,0	3,0	0,0	3,5	6,0	0,0	15	28
Жук Роман Сергеевич	БГУ	6,0	0,0	3,0	0,5	0,0	0,0	2,5	2,0	14	29
Овчинников Александр Сергеевич	ДНУЖТ	5,0	4,0	1,0	4,0	0,0	0,0	0,0	0,0	14	29
Филовец Владимир Сергеевич	БелГУТ	7,0	4,0	0,0	1,0	0,5	0,0	0,0	1,0	14	29
Кривошеев Евгений Павлович	ГГТУ	7,0	4,0	0,5	0,0	0,5	0,0	1,5	0,0	14	29
Дроздецкий Михаил Владимирович	ПГУ	4,0	0,0	0,0	7,0	0,0	0,0	0,0	2,0	13	30
Резанович Татьяна Олеговна	БрГТУ	9,0	0,5	0,0	3,0	0,5	0,0	0,0	0,0	13	30
Ксензов Андрей Викторович	БРУ	4,0	0,5	0,5	2,0	0,0	0,5	1,0	4,0	13	30
Бакулин Ярослав Юрьевич	СибГАУ	3,0	0,0	0,0	5,0	0,0	3,0	1,5	0,0	13	30
Быстрых Александра Анатольевна	КФУ	6,0	5,0	1,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	13	30
Альчибаев Даниил Витальевич	СПбГУ	4,0	2,0	0,5	2,0	0,5	0,0	0,0	3,0	12	31
Демидович Илья Сергеевич	БелГУТ	10,0	2,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	12	31
Мамсик Дмитрий Андреевич	ГГТУ	7,5	3,0	0,0	0,0	0,0	1,0	0,5	0,0	12	31
Гайнутдинов Александр Васильевич	СибГАУ	5,0	2,0	1,0	0,0	0,0	0,0	3,5	0,0	12	31
Батина Елена Владимировна	УрФУ	1,0	1,0	0,5	0,5	0,0	0,0	0,5	8,0	12	31
Ниничук Анна Витальевна	БрГТУ	6,0	3,0	0,5	1,0	0,5	0,0	0,0	0,0	11	32
Чечинова Антонина Григорьевна	КФУ	2,0	1,0	1,0	0,5	0,0	0,0	0,5	6,0	11	32
Борозна Александр Игоревич	БелГУТ	8,0	2,0	0,5	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	11	32

Арнольбик Валентин Александрович	БрГТУ	5,0	1,0	1,0	0,0	0,5	3,0	0,5	0,0	11	32
Печенин Алексей Сергеевич	КФУ	5,0	2,0	1,0	0,0	0,0	0,0	1,5	1,0	11	32
Каржаев Александр Сергеевич	СибГАУ	6,0	0,0	1,0	0,0	0,0	0,5	2,0	0,5	10	33
Гиматов Шамиль Рустэмович	КНИТУ	3,0	3,0	1,0	2,0	0,0	0,0	0,0	1,0	10	33
Ламоткин Алексей Евгеньевич	УрФУ	2,0	0,0	0,5	2,0	0,5	0,0	3,0	2,0	10	33
Ковалев Александр Сергеевич	ГГТУ	9,0	0,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	10	33
Шамановская Анна Леонидовна	БРУ	5,0	2,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	2,0	10	33
Николайчик Владимир Олегович	КИИ МЧС	4,0	3,0	1,0	0,0	0,0	0,0	1,5	0,0	10	33
Сидорук Владислав Владимирович	ДНУЖТ	8,0	0,0	1,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	10	33
Берестова Александра Вадимовна	БРУ	5,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	4,0	0,0	9	34
Харламов Виталий Николаевич	ГГТУ	3,0	2,0	1,0	2,0	0,5	0,5	0,0	0,0	9	34
Ласенков Дмитрий Анатольевич	МГУП	1,0	2,0	3,0	0,0	0,5	1,0	0,5	0,5	9	34
Белабенко Надежда Александровна	БНТУ	1,0	1,0	1,0	0,5	0,0	0,0	0,5	4,0	8	35
Сапаров Дидар Агатурадович	ТГУ	1,0	0,0	1,0	0,0	0,0	2,0	2,5	1,0	8	35
Жаворонков Илья Сергеевич	КИИ МЧС	1,0	3,0	0,5	0,5	0,0	1,0	1,5	0,0	8	35
Сень Андрей Алексеевич	МГТУ	0,0	4,0	0,0	1,0	0,0	0,0	0,0	2,5	8	35
Ершов Андрей Игоревич	ВятГУ	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	1,5	5,0	7	36
Сальник Вадим Станиславович	ХНУ	3,0	1,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,5	2,0	7	36
Шитов Михаил Игоревич	Обнинск	0,0	1,0	0,0	2,0	0,5	1,0	1,5	0,5	7	36
Максимович Дмитрий Сергеевич	КИИ МЧС	1,0	3,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	2,0	7	36
Труханович Юрий Алексеевич	БарГУ	4,0	1,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,5	7	36
Лойко Артур Игоревич	БарГУ	4,0	2,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	7	36
Zagajewski Konrad	SGGW	4,0	1,0	1,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	7	36
Marciniak Piotr	SGGW	4,0	0,0	0,0	0,0	0,5	1,0	1,0	0,0	7	36

Окончание таблицы

Фамилия, имя, отчество	Вуз	Баллы по задачам								Всего баллов	Место
		С-1	С-2	К-1	К-2	Д-1	Д-2	Д-3	Д-4		
Дробыш Антон Сергеевич	КИИ МЧС	1,0	1,0	1,0	2,0	0,0	0,0	1,0	0,0	6	37
Krok Michal	SGGW	3,0	0,5	1,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,5	6	37
Петряшов Алексей Дмитриевич	ПГУ	4,0	0,0	0,0	1,0	0,0	0,0	0,5	0,0	6	37
Бармин Константин Евгеньевич	КФУ	0,0	3,0	0,5	0,0	0,0	0,0	1,0	0,5	5	35
Латыпов Олег Рафикович	МГТУ	2,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,5	1,5	0,5	5	35
Кузьмин Алексей Владиславович	СПбГУ	2,5	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	1,0	1,0	5	35
Мозолевский Олег Анатольевич	БГУ	1,5	1,0	0,0	1,0	0,0	0,5	0,0	0,5	5	35
Близнеков Роман Александрович	БРУ	3,0	0,0	0,0	0,0	0,5	1,0	0,0	0,0	5	35
Баруха Мария Александровна	СПбГУ	3,0	0,0	1,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	5	35
Печенев Александр Викторович	ГГТУ	3,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,0	5	35
Борис Евгений Валерьевич	БарГУ	4,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	5	35
Кнышевич Максим Вячеславович	БНТУ	1,0	0,0	1,0	1,0	0,0	0,0	1,5	0,0	5	35
Григорьев Дмитрий Вячеславович	БарГУ	1,0	2,0	0,0	0,0	0,0	0,5	0,0	0,5	4	36
Ефимчик Дмитрий Витальевич	БГУ	1,0	2,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	4	36
Алисейчик Сергей Александрович	МГТУ	0,0	0,0	0,0	2,0	0,0	0,5	0,5	0,0	3	37
Баляков Дмитрий Федорович	СибГАУ	2,0	0,0	0,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	3	37
Сидоров Дмитрий Сергеевич	ИГЭУ	3,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	3	37
Мишелев Юлай Тахирович	МГТУ	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2,0	0,0	3	37
Жукова Екатерина Сергеевна	ТулГУ	0,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,5	0,5	1,0	3	37
Наливко Олег Игоревич	БарГУ	1,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	2	38
Фирсов Евгений Николаевич	ИГЭУ	0,0	1,0	0,0	0,5	0,0	0,0	0,0	0,5	2	38

6 РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО КОНКУРСА (КОМАНДНЫЙ ЗАЧЕТ)

Команда	Сумма баллов	Место	Команда	Сумма баллов	Место
МФТИ	196	1	БГУ	40	17
ЮУрГУ	140	2	КФУ	35	18
УрФУ	115	3	ПГУ	34	19
КНИТУ	99	4	ТулГУ	29	20
СПбГУ	94	5	Военмех	21	21
УГНТУ	90	6	SGGW	20	22
ТГУ	78	7	БарГУ	19	23
БелГУТ	72	8	МГТУ	16	24
ХНУ	69	9	БНТУ	14	25
БрГТУ	60	10	МГУП	9	26
БРУ	58	11	Обнинск	9	26
ГГТУ	53	12	ИГЭУ	6	27
СибГАУ	52	13	ГИИ МЧС	3	28
КИИ МЧС	51	14	МГВАК	3	28
ВятГУ	42	15	АМИ	2	29
ДНУЖТ	41	16	ИГТА	2	29

7 РУКОВОДИТЕЛИ КОМАНД – УЧАСТНИЦ ОЛИМПИАДЫ

Salam Jumaah Bash – AlMustansiriya University (АМУ).

Борохович Борис Александрович – Магнитогорский государственный технический университет им. Г. И. Носова (МГТУ).

Веремейчик Андрей Иванович – Брестский государственный технический университет (БрГТУ).

Винникова Валентина Григорьевна – Азовский морской институт (АМИ).

Гавриленя Андрей Константинович – Барановичский государственный университет (БарГУ).

Данилова Екатерина Владимировна – Сибирский государственный аэрокосмический университет им. академика М. Ф. Решетнева (СибГАУ), г. Красноярск.

Иванов Данил Сергеевич – Московский физико-технический институт.

Камлюк Андрей Николаевич – Командно-инженерный институт МЧС Республики Беларусь (КИИ МЧС), г. Минск.

Клычмамед Оразов – Туркменский государственный университет им. Махтумкули (ТГУ).

Коренский Валерий Федорович – Полоцкий государственный университет (ПГУ).

Кроль Дмитрий Григорьевич – Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого (ГГТУ).

Круглов Аркадий Владимирович – Ивановский государственный энергетический университет (ИГЭУ).

Кутеева Галина Анатольевна – Санкт-Петербургский государственный университет (СПбГУ).

Кучерявый Сергей Иванович – ИАТЭ НИЯУ МИФИ (г. Обнинск).

Леванович Николай Андреевич – Белорусско-Российский университет (БРУ), г. Могилев.

Музыченко Павел Витальевич – Минский государственный высший авиационный колледж.

Муштары Айрат Ильдарович – Казанский национальный исследовательский технологический университет.

Навныко Валерий Николаевич – Мозырский государственный педагогический университет им. И. П. Шамякина (МГПУ).

Пасовец Владимир Николаевич – Гомельский инженерный институт МЧС Республики Беларусь (ГИИ МЧС).

Полякова Екатерина Витальевна – Ивановская государственная текстильная академия (ИГТА).

Пославский Сергей Александрович – Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина.

Рощева Татьяна Анатольевна – Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина (УрФУ), г. Екатеринбург.

Скляр Ольга Николаевна – Белорусский национальный технический университет (БНТУ), г. Минск.

Слепова Светлана Владимировна – Южно-Уральский государственный университет (ЮУрГУ), г. Челябинск.

Соколов Леонид Леонидович – Санкт-Петербургский государственный университет (СПбГУ).

Тарасов Виктор Куприянович – Тульский государственный университет (ТГУ).

Татарина Валентина Анатольевна – Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта (ДНУЖТ).

Тимофеев Борис Львович – Вятский государственный университет (ВГУ).

Тихонов Александр Юрьевич – Уфимский государственный нефтяной технический университет (УГНТУ).

Халецкий Марек – Варшавский университет естественных наук (SGGW).

Шимановский Александр Олегович – Белорусский государственный университет транспорта (БелГУТ), г. Гомель.

Щевелёва Мария Петровна – Южно-Уральский государственный университет (ЮУрГУ), г. Челябинск.

Щербаков Сергей Сергеевич – Белорусский государственный университет (БГУ), г. Минск.

В олимпиаде также самостоятельно принимали участие студенты вузов:

Балтийский государственный технический университет им. Д. Ф. Устинова (ВОЕНМЕХ), г. Санкт-Петербург

Казанский федеральный университет (КФУ),

Могилевский государственный университет продовольствия (МГУП).

8 РЕЗУЛЬТАТЫ КОНКУРСА «БРЕЙН-РИНГ»

Команда	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Баллы	Место
МФТИ-1	1		1	1		1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			25	1
СПбГУ-1		1	1			1		1			1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1		20	2
ЮУрГУ-1	1	1		1	1	1		1	1			1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	1	1		1				20	2	
МФТИ-2	1	1	1							1		1	1		1	1	1	1		1	1		1	1	1	1	1	1		18	3	
КНИТУ	1	1		1	1	1		1				1	1	1	1	1	1				1	1	1			1	1		1	18	3	
УрФУ-1				1	1			1			1	1	1		1	1	1	1		1	1	1	1		1	1	1		1	18	3	
ЮУрГУ-2	1	1		1	1	1		1		1		1	1		1	1		1				1				1	1			15	4	
БрГТУ-1	1								1			1	1		1	1		1		1	1	1	1	1	1					13	5	
БелГУТ-3		1	1	1	1			1	1			1		1	1						1			1	1			1		13	5	
СПбГУ-2		1		1	1			1				1	1		1		1	1	1			1			1		1			13	5	
УГНТУ		1	1	1		1						1	1		1	1					1	1	1		1		1			13	5	
Сборная-1		1	1	1					1		1	1	1			1		1		1	1	1			1					13	5	
ТГУ	1	1	1			1		1				1	1	1		1						1				1				11	6	
БГУ	1	1			1							1		1	1	1					1	1			1		1			11	6	
СибГАУ-2	1												1	1	1		1	1	1			1	1			1			1	11	6	
БрГТУ-2	1	1			1	1						1			1						1	1					1			9	7	
ХНУ		1				1	1						1		1							1	1	1		1				9	7	
БелГУТ-1			1		1							1			1	1					1			1	1	1				9	7	
БелГУТ-2	1		1	1	1										1	1	1							1		1				9	7	
ВятГУ	1				1			1				1	1			1					1	1				1				9	7	
БРУ-1												1				1					1	1	1	1			1		1	9	7	

9 СОСТАВЫ КОМАНД КОНКУРСА «БРЕЙН-РИНГ» (ПО ПОРЯДКУ ЗАНЯТЫХ МЕСТ)

- 1 МФТИ-1 – Побойко И. В., Степанов Н. А.
- 2 СПбГУ-1 – Александров И. А., Баляев И. А., Иевлев Е. А.
- 2 ЮУрГУ-1 – Костандов М. В., Онучин Е. С., Рязанов А. В.
- 3 МФТИ-2 – Астраханцев Н. Ю., Попов Ф. К., Ранский Р. С.
- 3 КНИТУ – Касимов Р. Р., Насыров И. Р., Шайхутдинов Р. К.
- 3 УрФУ-1 – Брызгин А. С., Киселева О. С., Мирошников К. В.
- 4 ЮУрГУ-2 – Белошабский Е. И., Пузырев П. И., Хабиров А. Ф.
- 5 БрГТУ-1 – Гетманчук Е. А., Ниничук А. В., Судак Д. Ю.
- 5 БелГУТ-3 – Борозна А. И., Гончар М. А., Твардовский А. Д.
- 5 СПбГУ-2 – Альчибаев Д. В., Боруха М. А., Кузьмин А. В.
- 5 УГНТУ – Галимов А. А., Тухватуллин Р. Р., Шигапов Р. Р.
- 5 Сборная-1 (ХНУ, ТГУ, УГНТУ) – Сальник В. С., Сапаров Д. А., Хазипов Д. Н.
- 6 ТГУ – Мухамметгелди Аннаев, Пальван Сеидов, Атамурад Гарлыев.
- 6 БГУ – Жук Р. С., Млечко И. Р., Мозолевский О. А.
- 6 СибГАУ-2 – Бакулин Я. Ю., Каменюк О. В., Климовский Д. А.
- 7 БрГТУ-2 – Арнольбик В. А., Науменко Ю. Н., Резанович Т. О.
- 7 ХНУ – Кормилец А. Е., Костянко А. Г., Майстренко А. А.
- 7 БелГУТ-1 – Буракевич Е. С., Сарапин А. В., Фузлеев В. С.
- 7 БелГУТ-2 – Демидович И. С., Катуженец С. Л., Азиячикова А. И.
- 7 ВятГУ – Ершов А. И., Тимшин А. А., Удалов А. А.
- 7 БРУ-1 – Ксензов А. В., Федорцов Ю. В., Шамановская А. Л.
- 8 СибГАУ-1 – Баляков Д. Ф., Гайнутдинов А. В., Каржаев А. С.
- 9 ИГЭУ – Рекутин Д. С., Сидоров Д. С., Фирсов Е. Н.
- 9 КИИ МЧС-1 – Жаворонков И. С., Ребко Д. В., Якимович А. М.
- 9 КИИ МЧС-2 – Николайчик В. О.
- 9 SGGW – Konrad Zagajewski, Michał Krok, Piotr Marciniak.
- 9 Сборная-2 (КНИИТУ, Военмех) – Гиматов Ш. Р., Калинин Д. И.
- 9 УрФУ-1 – Батина Е. В., Ламоткин А. Е., Пургин А. А.
- 10 ИЯТЭ-НИЯУ МИФИ – Рогожникова О. С., Сеилов Ж. Б., Шитов М. И.
- 10 БРУ-2 – Берестова А. В., Близнеков Р. А., Шавликов П. А.
- 10 ПГУ – Бурак А. Д., Дроздовский М. В., Петряшов А. Д.
- 10 БНТУ – Аепко В. А., Балабенко Н. А., Кнышевич М. В.
- 10 ГГТУ-1 – Кобзарь Н. Ю., Ковалев А. С., Кривошеев Е. П.
- 11 ДНУЖТ – Овчинников А. С., Сидорук В. В., Терещенко Е. Н.
- 11 МГТУ – Алисейчик С. А., Латыпов О. Р., Сень А. А.
- 11 ГГТУ-2 – Мамсик Д. А., Печенев А. В., Харламов В. Н.
- 11 БарГУ-1 – Борис Е. В., Григорчик Д. В., Гулевич К. А.
- 11 КФУ-1 – Даутов Р. И., Бармин К. Е.
- 11 ТулГУ – Гончаров Р. Г., Жукова Е. С., Нгуен Д. Т.
- 11 КФУ-2 – Быстрых А. А., Печенин А. С., Чечинова А. Г.
- 11 Сборная-3 (БГУ, МГУП, SGGW) – Ефимчик Д. В., Ласенков Д. А., Kamil Parol.
- 12 БарГУ-2 – Лойко А. И., Наливко О. И., Труханович Ю. А.
- 13 АМИ – Любовь М. А., Негодов А. В., Пархоменко С. А.
- 13 ИГТА – Базанов А. С., Городничев Д. А., Коврыгина С. А.
- 13 МГВАК – Карнаухов Н. С., Ревяка В. А., Томонов С. Т.