

После этого определяется функция прогиба пластины в коэффициентах рядом Фурье, где координаты расположения опор являются параметрами.

Подставив граничные условия в функцию прогиба, получаем СЛАУ относительно реакций в опорах, решение которой находится методом Крамера, что позволяет определить величины реакционных сил.

На втором этапе за счет установленных выше зависимостей расположения опор, вписанных в окружность, исходя из значения полученного радиуса y_{\max} определяется оптимальный размер сегмента. После этого определяется количество сегментов, а соответственно и опор, необходимых для выполнения условия жесткости. Допускается уменьшение размера сегмента (для целочисленного разбиения) или установка на одну опору больше по направлению. Выполнив размежевание пластины, производим те же действия, что и на первом этапе: записывание граничных условий для всех опор, представление прогиба в виде функций влияния, решения СЛАУ правилом Крамера, разложение функций влияния в ряды, определение коэффициентов разложения и подстановку найденного в функцию прогиба $w(x, y)$.

Вывод. В результате выполненных выше действий получена функция прогиба $w(x, y, X, Y)$, где величины X и Y появляются из коэффициентов рядов и определяют координаты приложения нагрузки на пластину. Задавая их различные значения, получим разные графики прогибов пластины. Однако ни в одном из них не будет нарушаться условие прочности конструкции: превышение прогибом заданной величины w_0 .

Рассматривалась пластина размером 900 на 1400 мм. В результате получены значения прогиба для данной пластины при условии жесткости $w_0 = 6$ мм (рисунок 2).

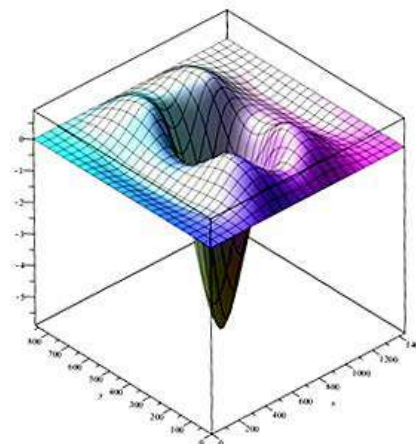


Рисунок 2 – Нормальное перемещение $w(x, y)$ пластины с дополнительными опорами при воздействии сосредоточенной силы по центру пластины

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ № 19-08-00968 А.

Список литературы

- 1 Волны в сплошных средах / А. Г. Горшков [и др.] – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.
- 2 Чернина, В. С. Статика тонкостенных оболочек вращения / В. С. Чернина. – М. : Наука, 1968. – 456 с.
- 3 Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1974.– 832 с.

УДК 539.3

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ С ПРЕГРАДОЙ В ВИДЕ СЕГМЕНТА ОБОЛОЧКИ В АКУСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Н. А. ЛОКТЕВА^{1,2}, С. И. ИВАНОВ¹

¹ *Московский авиационный институт (НИИ), Российская Федерация*

² *НИИ Механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация*

Негативное влияние повышенного шумового фона давно доказано и сомнению не подлежит. Однако расширение в первую очередь транспортной инфраструктуры в рамках уже существующей застройки в современных городах не позволяет расположить трассы и железнодорожные полотна на таком расстоянии от жилых домов и офисных зданий, чтобы отрицательное влияние шума от движущегося транспорта было минимальным. Частичное решение данной проблемы найдено и заключается оно в установке звукоизолирующих преград в виде панелей различной конфигурации.

В данной работе изучается взаимодействие сегмента оболочки с волной, распространяющейся в акустическом пространстве.

Рассматривается сегмент тонкой упругой изотропной оболочки типа Кирхгофа – Лява постоянной толщины h и радиуса r , угол $\alpha = \pi/6$ (рисунок 1). Задача решается в цилиндрической системе

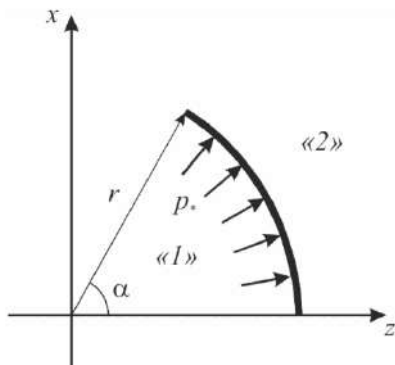


Рисунок 1 – Вибропоглощающая преграда в виде сегмента цилиндра, закреплённая консольно, под воздействием цилиндрической гармонической волны

заключается в определении перемещения среды «2» на границе с пластиной после прохождения сквозь нее гармонической цилиндрической волны. Таким образом изначально рассматривается движение цилиндрической оболочки под воздействием цилиндрической гармонической волны, источник которой находится в центре координат и определяется перемещение $w^p(r, \alpha, \omega)$. При этом учитывается гармоничность набегающей волны и, как следствие, изменение по гармоничному закону всех функций.

Затем необходимо определить число и величины сосредоточенных сил, которые бы обеспечили выполнение граничных условий. Для этого находят функции влияния для нормальных перемещений под воздействием дельта-функции, приложенной по нормали к оболочке и по касательной (рисунок 2).

Исходя из условий поставленной задачи и особенностей модели оболочки приложим две нормальные силы в точках, соответствующих крайним точкам изучаемого сегмента, и две касательные.

Перемещение стрессной линии оболочки складывается из перемещения под воздействием цилиндрической волны и сил и моментов, определяемых как свертки их величин с соответствующими функциями влияния. Величины сил и моментов определяются из граничных условий.

$$w(r, \alpha, \omega) = w^p(r, \alpha, \omega) + [P_1 * G_w^v(r, a_1, \omega) + P_2 * G_w^v(r, a_2, \omega)] + [P_3 G_w^t(r, a_3, \omega) + P_4 G_w^t(r, a_4, \omega)]. \quad (3)$$

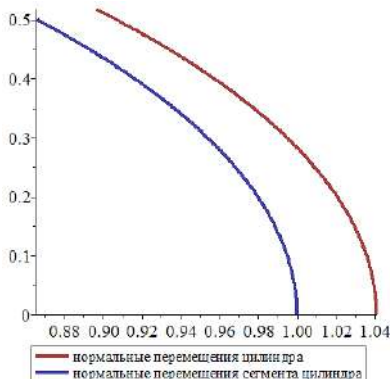


Рисунок 3 – Перемещения цилиндра под воздействием гармонической волны и перемещения сегмента цилиндра

ки с заданными граничными условиями (рисунок 3).

В качестве примера рассматривался консольно закреплённый сегмент оболочки.

координат $O r \alpha$, связанной с осью цилиндрической оболочки. Сегмент оболочки помещен в акустическую среду и делит пространство на две зоны: «1» и «2». Сегмент бесконечен по координате y , что позволяет решать задачу в плоской постановке. На него воздействует гармоническая цилиндрическая волна, источник которой совпадает с началом координат.

$$p_*(r, \alpha, t) = p_a(r, \alpha) e^{i\omega t}. \quad (1)$$

Считается что левый край сегмента жестко закреплён, а правый – свободен. Граничные условия соответствуют данному виду закрепления:

$$w(r, 0) = 0, w'(r, 0) = 0, w''(r, \alpha) = 0, w'''(r, \alpha) = 0. \quad (2)$$

Математическая модель включает в себя уравнения движения пластины типа Кирхгофа – Лява, уравнения движения среды, выраженные в потенциалах, и задание набегающей волны. Задача

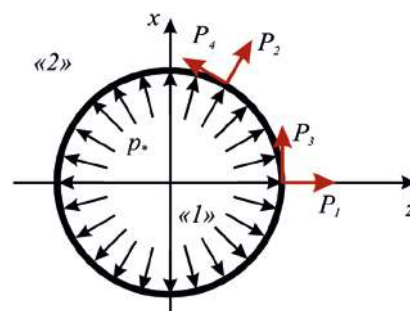


Рисунок 2 – Система сил, действующая на цилиндр и обеспечивающая выполнение граничных условий

В выражении (3) введены следующие обозначения: $w(r, \alpha, \omega)$ – нормальное перемещение среды «2» на границе с оболочкой, совпадающее с перемещением ее средней линии; $w^p(r, \alpha, \omega)$ – перемещение средней линии оболочки под воздействием цилиндрической волны; P_n – величины приложенных сосредоточенных сил, где $n = 1..4$; $G_w^v(r, a_n, \omega)$ – функция влияния, найденная от дельта-функции, приложенной по нормали к оболочке; $G_w^t(r, a_n, \omega)$ – по касательной; a_n – угловая координата точки приложения соответствующей силы P_n .

Затем исходя из граничных условий исходного сегмента оболочки (2) и уравнения (3) получаем систему уравнений, решая которую определяем величины P_n . После определения значений P_n становится возможным записать уравнение прогибов оболочки с учетом граничных условий (2). Полученные прогибы будут соответствовать прогибам, возникающим в исходном сегменте оболочки

Список литературы

- 1 Волны в сплошных средах / А. Г. Горшков [и др.] – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 472 с.
- 2 Полянин, А. Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики / А. Д. Полянин. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 576 с.
- 3 Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики : учеб. пособие / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М. : МГУ, 1999. – 799 с.

УДК 539.31

ВИБРОПОГЛОЩАЮЩИЕ СВОЙСТВА ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАТУХАЮЩИХ ВОЛН

Н. А. ЛОКТЕВА^{1,2}, НГУЕН ЗЫОНГ ФУНГ¹

¹Московский авиационный институт (НИИ), Российская Федерация

²НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

В данной работе изучается нестационарное воздействие плоской волны на преграду сложной конструкции, где учитываются особенности конструкции и форма набегающей волны. В качестве модели преграды в грунте рассматривается трехслойная пластина [1], помещенная в грунт и делящая его на две части: среды «1» и «2». Моделью грунта служит изотропная упругая среда, которая описывается уравнениями теории упругости. Для возмущений небольшой амплитуды, возникающих, например, от воздействия проходящего по тоннелю поезда метрополитена, такой выбор модели среды считается обоснованным. Рассматривается плоская постановка задачи. Считается, что граничные условия соответствуют шарнирному закреплению преграды. Для описания движения пластины используется система уравнений Паймушина [1]. Задача решается в безразмерной постановке

Из данной системы динамических уравнений (1) в безразмерных величинах определяются значения перемещений на границах сред, для чего все входящие в уравнения движения пластины и грунта функции раскладываются в ряды Фурье. После этого выполняется преобразование Лапласа. В пространстве отображений находятся значения перемещений несущих слоев пластины:

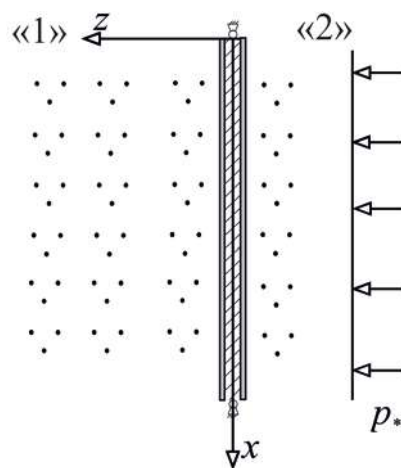


Рисунок 1 – Воздействие нестационарной волны на преграду в виде трёхслойной пластины

$$\begin{aligned}
 & -2 \frac{\partial^2 \overline{u_1^{(2)}}}{\partial x^2} + 2(1 - v^2) \frac{\partial^2 \overline{u_1^{(2)}}}{\partial \tau^2} + \overline{q_1} = 0; \\
 & -\frac{2t_1^2}{3l^2} \frac{\partial^4 \overline{w_c}}{\partial x^4} - \left(2 + \frac{\rho}{\rho_b} \frac{h}{t_1} \right) (1 - v^2) \frac{\partial^2 \overline{w_c}}{\partial \tau^2} + 2 \frac{(t_1 + h)}{l} \frac{\partial \overline{q_1}}{\partial x} + \overline{p_1} - \overline{p_2} = 0; \\
 & -\frac{2t_1^2}{3l^2} \frac{\partial^4 \overline{w_a}}{\partial x^4} - (1 - v^2) \left(2 + \frac{\rho h}{3\rho_b t_1} \right) \frac{\partial^2 \overline{w_a}}{\partial \tau^2} - (1 - v^2) \frac{4dl^2 E_z}{3(1 - v_z^2) a \sin(\varphi) t_1 h E} \overline{w_a^L} + \overline{p_1} + \overline{p_2} = 0; \\
 & -2\overline{u_1^{(2)}} - \frac{(t_1 + h)}{l} \frac{\partial \overline{w_c}}{\partial x} - \frac{1}{2} \frac{h^3}{l^3} \frac{1 - v_z^2}{1 - v^2} \frac{a \sin(\varphi) t_1}{dl} \frac{E}{E_z} \frac{\partial^2 \overline{q_1}}{\partial x^2} + \frac{1 + v_z}{1 - v^2} \frac{6aht_1 \sin(\varphi)}{dl^2 (1 + \cos^2(\varphi))} \frac{E}{E_z} \overline{q_1} = 0.
 \end{aligned} \tag{1}$$

В качестве условий контакта пластины и грунта принимается равенство нормальных перемещений на границе среды и пластины (2). Также считается, что амплитуды давлений и нормальные напряжения совпадают.