Предложенные таблицы могут быть составлены, например, на основе сведений из [1, с. 266–270; 2, с. 15–20; 3, с. 232–239]). В целом подобные таблицы могут быть полезными при обобщении и закреплении материала.

Заключительные замечания относительно выбора способа вычисления интегралов второго рода вынесены в таблицу 6.

Таблица 6 – **Две основные стратегии вычисления криволинейных и поверхностных интегралов второго рода**

Способ	Непосредственное сведение к определенному или двойному интегралу (как при явном, так и при параметрическом задании кривой или поверхности)	Сначала сводим интеграл второго рода к соответствующему интегралу первого рода, который затем сводим к определенному или двойному интегралу (как при явном, так и при параметрическом задании кривой или поверхности)
Количество этапов	1, поэтому этот способ, как правило, более рациональный	2, поэтому этот способ, как правило, менее рациональный

Список литературы

1 **Воднев, В.Т.** Основные математические формулы : Справочник / В.Т. Воднев, А.Ф. Наумович, Н.Ф. Наумович ; под ред. Ю.С. Богданова. – Минск : Выш. шк., 1995. – 380 с.

2 Задачнік-практыкум па метадах матэматычнай фізікі / П.С. Белявец [і інш.]. – Мінск : Дызайн ПРО, 1998. – 144 с.

3 **Власов, В.Г.** Конспект лекций по высшей математике / В.Г. Власов. – М. : Айрис, 1996. – 288 с.

УДК 512.21.4+53

О РАЗНОВИДНОСТЯХ УРАВНЕНИЯ БЕРНУЛЛИ В МАТЕМАТИКЕ И ФИЗИКЕ

А.И. СЕРЫЙ, З.Н. СЕРАЯ

Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, Республика Беларусь

Курсы физики и высшей математики занимают важное место в учебных программах технических вузов. При этом студенты, изучающие как физику, так и математику, иногда встречаются с уравнениями, имеющими сходные названия, но разное смысловое содержание, что может приводить к путанице, в том числе при контроле знаний. В качестве одного из таких примеров можно привести уравнение

Бернулли. Во избежание указанной путаницы можно, следуя принципу «все познается в сравнении», предложить сравнительную характеристику двух известных разновидностей уравнения Бернулли в виде таблицы 1.

Таблицы такого рода могут быть полезными при обобщении и закреплении материала. Их можно использовать в образовательном процессе различными способами: 1) подачей лекционного материала в виде таблиц; 2) вынесение обобщающей информации в учебно-методических пособиях (в том числе электронных) в приложения в виде таблиц; 3) составление таблиц самими студентами с нуля на заданную тему в качестве творческих заданий (в том числе в виде баз данных на занятиях по различным дисциплинам, связанным с информационными технологиями); 4) заполнение студентами таблиц с заданными заголовками строк и столбцов в качестве творческих заданий или при контроле знаний.

Отметим при этом, что для дифференциального уравнения Бернулли нечасто приводятся примеры с конкретным смысловым содержанием. Вместе с тем, это уравнение может, в принципе, использоваться при моделировании тех или иных физических ситуаций. Например, для скорости при торможении тела под действием сил сопротивления, нелинейных по скорости, с переменными во времени (по заданному закону) коэффициентами сопротивления или массой.

Таблица 1 – **Сравнительная характеристика уравнений Бернулли**

Тип уравнения с точки зрения математики	Обыкновенное дифференциальное (ОДУ) [1, с. 107]	Алгебраическое
Другие особенности	Первого порядка, однородное нелинейное	Нелинейное по скорости течения, линейное по другим переменным
Автор	Якоб Бернулли	1) Даниил Бернулли; 2) Иоганн Бернулли
Год	1695	1) 1738; 2) 1743
Область применения	Самые разные дисциплины, в которых применяются ОДУ	Только физика (где это уравнение еще называют законом, интегралом)
Внешний вид	$y' + p\ x\ y = q\ x\ y^n, n \neq 0,1$	$p + \rho gh + \rho\upsilon^2/2 = \mathrm{const}$
Применение в физике	См. пример в отдельном абзаце	Механика жидкостей и газов [2, с. 462]
Частным случаем чего является	При $n = 2$ – частным случаем уравнения Риккати	Является одним из трех соотношений Гюгонио

Окончание таблицы 1

Тип уравнения с точки зрения математики	Обыкновенное дифференциальное (ОДУ) [1, с. 107]	Алгебраическое
В какие частные случаи может переходить	В линейное однородное ОДУ при $q(x) = 0$, в ОДУ с разделяющимися переменными при $p(x) = 0$	В формулу Торричелли (при $p = \text{const}$), формулу для эффекта Вентури (при $h = \text{const}$) и др.
Другие примечания	Решается путем сведения к линейному ОДУ (через замену переменной) или методом Бернулли	следует из закона сохранения механической энергии для стационарного течения идеальной жидкости

Список литературы

1 **Матвеев, Н.М.** Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений : учеб. пособие / Н.М. Матвеев. – СПб. : Лань, 2003. – 832 с.

2 **Сивухин, Д. В.** Общий курс физики: учеб. пособие для вузов : в 5 т. / Д.В. Сивухин. – М. : Наука, 1979. – Т. 1 : Механика. – 520 с.

УДК 519.6

РОЛЬ ДАННЫХ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ

Т.О. СУНДУКОВА, Г.В. ВАНЫКИНА
Тульский государственный педагогический университет им. Л.Н. Толстого, Российская Федерация

Введение. Научная литература по методике обучения в вузе дисциплин математического цикла в преподавании математического моделирования предлагает различные концепции и подходы в выборе педагогических технологий, методов и контекстов [5]. P. Galbraith [2] описывает шесть различных подходов в математическом моделировании: использование реальных проблемных ситуаций в качестве предварительной основы для абстракции, эмерджентное моделирование, моделирование как приведение в соответствие, словесные задачи, моделирование как средство обучения другому математическому материалу и моделирование как решение реальных задач [2, с. 280–282].

Атрибуты математических моделей. Математические модели необходимы для описания отношений между переменными, а характер зависимости может быть многопараметриальным. Математиче-