

УДК 621.181.27:662.9

А. З. СКОРОХОД, кандидат технических наук, Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

ОЦЕНКА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВНУТРЕННИХ НАПРЯЖЕНИЙ КОЛЬЦЕВЫХ ПЛАСТИН ПРИ РАСЧЕТАХ ЖАРОТРУБНЫХ КОТЛОВ

Рассматривается методика расчета напряженно-деформированного состояния в плоских круглых пластинах. Предложенный алгоритм определения прогиба пластин и распределения внутренних напряжений позволяет давать практически инженерные рекомендации при выборе геометрических размеров трубных решеток и плоских днищ.

Цельносварные газоплотные жаротрубные котлы получили широкое распространение благодаря относительно несложной технологии изготовления и высокой эксплуатационной надежности. Их конструкция может иметь различную конфигурацию [1]. Разработка жаротрубных котлов включает несколько последовательных операций: предварительное проектирование, доводку и финишное проектирование [2]. На начальном этапе проектирования выполняется поверочный тепловой расчет котла с элементами конструктивного расчета отдельных поверхностей нагрева [3]. Затем в соответствии с РД 10-249-98 [4] выбираются основные размеры трубных решеток (днищ), жаровых труб, огневых поворотных камер, дымогарных труб, днищ и деталей укрепления котлов. Далее уточняются расстояния между укрепляющими элементами трубной решетки. При этом учитываются два основных нагружающих фактора: действие внутреннего давления на незакрепленные участки плоской стенки трубной решетки и усилие изгиба, возникающее из-за разности температурных удлинений соседних труб или других элементов. При проектировании котла выбор расстояния между укрепляющими элементами трубной решетки является одной из наиболее важных и трудоемких задач, поскольку он связан со сложными математическими выкладками и с необходимостью прорисовывать проектируемый узел после каждого расчета.

В основу расчета на прочность в РД 10-249-98 положен принцип оценки конструкции по несущей способности, которая определяется предельным переходом наиболее нагруженного сечения из упругого состояния в пластическое. При этом напряженное состояние определяется по гипотезе Греска – Сен-Венана наибольшими касательными напряжениями. Характеристики пластичности сталей, применяемых при изготовлении трубных решеток, жаровых труб, огневых поворотных камер, позволяют проводить оценку прочности по упругопластическим напряжениям, т. е. выполнять расчет по упругой схеме. При этом поверочный расчет служит для проверки выполнения условий прочности при заданных основных размерах конструкции и расчетных нагрузках. Однако на стадии предварительного проектирования при выборе размеров трубных решеток и днищ, а также расстояний между укрепляющими элементами трубных решеток удобнее пользоваться не основополагающим громоздким расчетом [4], а более простым и наглядным методом, рассматриваемым в данной работе и позволяющим с меньшими затратами

труда выбрать размеры конструктивных элементов с достаточной точностью.

В настоящей работе предлагается метод предварительного расчета напряженно-деформированного состояния плоских кольцевых пластин жаротрубного котла, представленного на рисунке 1 в виде четырех параллельных плоских пластин и оболочек, расположенных в топке и соединенных жесткими поперечными связями. Метод основан на использовании прикладной теории упругости, в частности уравнений изгиба пластин, позволяющих получить линейные размеры (диаметр и толщину), значения прогибов и распределение внутренних усилий (моментов и поперечных сил) в наиболее опасных участках пластин [5, 6].

Расчетные формулы, связывающие максимальные напряжения в зоне просветов a , b , c (см. рисунок 1) с толщиной трубной решетки размерами указанных просветов и температурными смещениями для случая теплового расширения, можно получить на основании следующей упрощенной расчетной схемы: кольцевая пластина закреплена по внутреннему и наружному контурам. В результате температурных расширений соответствующих продольных связей внутренние кромки пластины испытывают относительное смещение (прогиб) w . При этом внешний контур остается жестко зашпеленным. Температура металла трубной решетки и связей определяется на основании уравнений теплопередачи и данных нормативного метода теплового расчета котельных агрегатов [3].

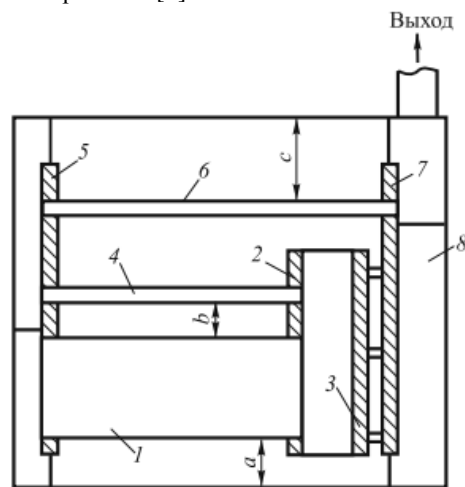


Рисунок 1 – Схема жаротрубного водогрейного котла:
1 – жаровая труба; 2, 3 – передняя и задняя стенки; 4, 5 – трубы первого и второго конвективных пучков; 6, 7 – переднее и заднее днища;
8 – корпус котла

Постановка задачи

Схема равнотолщинной однородной пластины круглой формы с круглым отверстием представлена на рисунке 2. Считается, что отверстие расположено коаксиально. Пластина закреплена по внешнему и внутреннему контурам и находится под действием внешней нагрузки F , равномерно распределенной по внутреннему контуру. Постановка задачи и ее решение проводятся в полярной системе координат (z, r, φ) . Серединная плоскость пластины принимается за координатную.

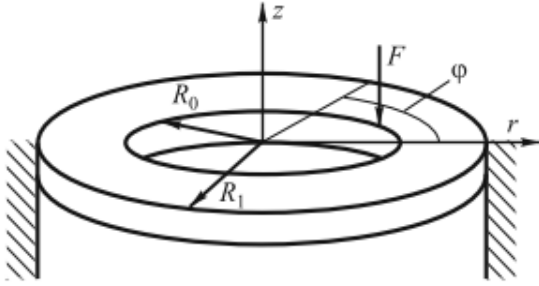


Рисунок 2 – Равнотолщинная однородная пластина круглой формы с круглым отверстием, закрепленная по внутреннему и внешнему контурам: R_0 и R_1 – внутренний и внешний радиусы пластины

Дифференциальное уравнение изгиба круглых пластин имеет следующий вид [6]:

$$\Delta \Delta w(r, \varphi) = \frac{q(r, \varphi)}{D}. \quad (1)$$

Общее решение уравнения (1) можно представить так:

$$w(r) = C_1 + C_2 \cdot \ln(r) + C_3 r^2 + C_4 r^2 \cdot \ln(r) + w^*(e)(r), \quad (2)$$

где $w^*(r)$ – частное решение уравнения (1); C_1, \dots, C_4 – постоянные интегрирования.

Предполагается, что задача изгиба круглой пластины является осесимметричной, т. е. нагрузка на пластину и условия закрепления ее краев не зависят от полярного угла φ . При этом изогнутая серединная поверхность пластины будет представлять собой поверхность вращения относительно нормали к серединной плоскости. Следовательно, и прогиб пластины также не зависит от φ . Деформация пластины происходит таким образом, что всякий бесконечно малый линейный ее элемент, нормальный к серединной плоскости, после деформации сохраняет свою длину, остается прямым и нормальным к поверхности, в которую переходит серединная плоскость. Нормальные напряжения, возникающие на площадках, параллельных серединной плоскости, принимаются равными нулю из-за малого влияния на состояние равновесия и деформации пластины.

Поскольку в данной задаче распределенная по поверхности пластины нагрузка отсутствует, последнее слагаемое в уравнении (2) принимается равным нулю. Тогда согласно [6] прогиб пластины можно представить выражением

$$w(r) = C_1 + C_2 \cdot \ln(r) + C_3 r^2 + C_4 r^2 \cdot \ln(r). \quad (3)$$

Для определения постоянных интегрирования используются следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} w(R_0) &= w; & \left. \frac{dw(r)}{dr} \right|_{R_0} &= 0; \\ w(R_1) &= 0; & \left. \frac{dw(r)}{dr} \right|_{R_1} &= 0. \end{aligned}$$

Поскольку при осесимметричном изгибе производные по полярному углу φ крутящий момент и окружная поперечная сила равны нулю, то радиальную поперечную силу можно представить в следующем виде:

$$Q_r = -D \cdot \frac{d}{dr} \cdot \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dw}{dr} \right). \quad (4)$$

Радиальная жесткость пластины согласно [7] определяется как

$$D = (E \cdot \delta^3) / (12 \cdot (1 - \mu^2)), \quad (5)$$

где μ – коэффициент Пуассона; δ – толщина пластины; E – модуль Юнга.

Прогиб пластин от разности температурных удлинений соседних труб или других элементов

Из уравнения (3) с учетом граничных условий получим систему четырех алгебраических уравнений относительно постоянных интегрирования:

$$ST = \begin{pmatrix} C_1 + C_2 \cdot \ln(R_0) + C_3 R_0^2 + C_4 R_0^2 \cdot \ln(R_0) = w \\ C_1 + C_2 \cdot \ln(R_1) + C_3 R_1^2 + C_4 R_1^2 \cdot \ln(R_1) = 0 \\ \frac{C_2}{R_0} + 2C_3 R_0 + 2C_4 R_0 \cdot \ln(R_0) + C_4 R_0 = 0 \\ \frac{C_2}{R_1} + 2C_3 R_1 + 2C_4 R_1 \cdot \ln(R_1) + C_4 R_1 = 0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Поскольку ранг расширенной матрицы ST равен 4 и совпадает с рангом матрицы системы, неоднородная система линейных алгебраических уравнений совместна (теорема Кронекера – Капелли). Решая систему, находим в явном виде постоянные C_i , которые зависят только от геометрических характеристик пластины:

$$C = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{A} \cdot [-w \cdot R_1^2 \cdot (B) \cdot R_0^2 + R_1^2] \\ \frac{1}{A} \cdot 4 \cdot w \cdot R_1^2 \cdot \ln\left(\frac{R_1}{R_0}\right) \\ \frac{1}{A} \cdot w [R_1^2 \cdot (2 \cdot \ln R_1 + 1) - R_0^2 \cdot (2 \cdot \ln R_0 - 1)] \\ -\frac{1}{A} \cdot 2 \cdot w \cdot (-R_0^2 + R_1^2) \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где $A = (-R_0^2 + R_1^2)^2 - 4 \cdot [\ln^2 \cdot (R_1 / R_0)] \cdot R_0^2 \cdot R_1^2$;

$B = 4 \cdot \ln R_0 \cdot \ln R_1 - 4 \cdot \ln^2 R_1 - 2 \cdot \ln R_0 - 1 + 2 \ln R_1$.

Реакция пластины определяется как равнодействующая радиальных поперечных сил Q_r , распределенных по окружности радиусом R_0 . После подстановки значений постоянных интегрирования (7) и жесткости (5) в уравнения (3) и (4) и соответствующих преобразований получается значение реакции опоры, действующей на малом радиусе,

$$Q_r = \frac{-4}{3} \cdot E \cdot \frac{3 \cdot w}{-1 + \mu^2} \cdot \frac{-R_0^2 + R_1^2}{(-R_0^2 + R_1^2) - 4 \cdot R_0^2 \cdot R_1^2 \cdot \ln^2 \left(\frac{R_0}{R_1} \right)}, \quad (8)$$

жесткость пластины равна $G_r = Q_r / w$. Тогда

$$G_r = \frac{-4}{3} \cdot E \cdot \frac{3}{-1 + \mu^2} \cdot \frac{-R_0^2 + R_1^2}{(-R_0^2 + R_1^2) - 4 \cdot R_0^2 \cdot R_1^2 \cdot \ln^2 \left(\frac{R_0}{R_1} \right)}. \quad (9)$$

Неравномерное распределение температуры по ходу движения дымовых газов в котле приводит к возникновению в плоскости пластин нагрузок, зависящих от их геометрических размеров, значений просветов и жесткости. Для оценки распределенной нагрузки между пластинами под действием термических напряжений используется следующая схема.

Прогиб i -й пластины

$$w_i = F \cdot \Psi_i,$$

где Ψ_i – податливость i -й пластины, $\Psi_i = 1/G_i$; G_i – жесткость i -й пластины; F – сила, действующая на пластину.

Податливость, жесткость и суммарный прогиб последовательной системы пластин соответственно равны

$$\Psi = \sum_i \Psi_i; \quad G = \frac{1}{\sum_i (1/G_i)}; \quad w = w_i.$$

Тогда доля прогиба i -й пластины в последовательной системе пластин

$$i = \frac{w_i}{w} = \frac{F \cdot \Psi_i}{F \cdot \Psi} = \frac{1/G_i}{\sum_i (1/G_i)} = \frac{1}{G_i \cdot \sum_i (1/G_i)}. \quad (10)$$

Далее определяется термическое расширение продольных связей при работе котла. По мере продвижения дымовых газов по конвективным трубам большая часть тепла передается теплоносителю, поэтому средняя температура нагрева поперечных связей в начале и в конце хода дымовых газов будет уменьшаться. Разность температур при нагреве поперечных связей по ходу дымовых газов $\Delta T_i = T_i - T_0$ (T_i – средняя температура i -й поперечной связи; T_0 – начальная температура). Тогда длину продольных связей после их нагрева можно представить, как $L_{\Sigma i} = L_0(1 + \alpha_i \cdot \Delta T_i)$ (α_i – коэффициент линейного расширения). Максимальное увеличение длины продольных связей, определяемое для каждого из просветов a , b и c , имеет вид

$$L = \begin{pmatrix} |L_{E_1} - L_{E_4}| \\ |L_{E_1} - L_{E_2}| \\ |L_{E_3} - L_{E_4}| \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Тогда прогиб каждой пластины в последовательной системе пластин можно записать следующим образом:

$$w = \begin{pmatrix} w_a \\ w_b \\ w_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 \cdot 1 \\ L_2 \cdot 2 \\ L_3 \cdot 3 \end{pmatrix} \quad (12)$$

Усилия изгиба от действия внутреннего давления на неукрепленные участки плоской стенки трубной решетки.

Избыточное давление в межтрубном пространстве котла определяется для основного режима при расчетных температурах согласно [2]. Поскольку пластина находится под действием равномерно распределенной нагрузки, ее прогиб можно представить в виде [6]:

$$w = \frac{p r}{64D}, \quad (13)$$

где p – избыточное давление в котле.

Уравнения (3) и (13), связывающие прогиб пластины с ее жесткостью и избыточным давлением, записываются в виде матрицы и вектор-столбца. Две нижние строки в матрице и вектор-столбце представляют собой производные от прогиба по радиусу. Граничные условия принимаются однородными, так как пластина закреплена по внешнему и внутреннему диаметрам. Поскольку крутящий момент и окружная поперечная сила при осесимметричном изгибе равны нулю [6], то в пластине возникают только радиальное σ_r , окружное σ_ϕ , и касательное $\tau_{r\phi}$ напряжения и внутренние усилия: радиальный момент M_r , окружной момент M_ϕ и радиальная поперечная сила Q_r . Связь между напряжениями и внутренними усилиями, записанная в векторном виде, и граничные условия могут быть представлены следующим образом:

$$M = \begin{pmatrix} 1 \ln R_0 & R_0^2 & R_0^2 \ln R_0 \\ 1 \ln R_1 & R_1^2 & R_1^2 \ln R_1 \\ 0 & 1/R_0 & 2R_0 & R_0(2 \ln R_0 + 1) \\ 0 & 1/R_1 & 2R_1 & R_1(2 \ln R_1 + 1) \end{pmatrix} \cdot V = \begin{pmatrix} \frac{-p \cdot R^4}{0} \\ 64 \cdot D \\ \frac{-p \cdot R^4}{1} \\ 64 \cdot D \\ \frac{-p \cdot R^3}{0} \\ 16 \cdot D \\ \frac{-p \cdot R^3}{1} \\ 16 \cdot D \end{pmatrix};$$

$$w(R_0) = 0; \quad \frac{d}{dR} w(R_0) = 0; \quad (14)$$

$$w(R_1) = 0; \quad \frac{d}{dR} w(R_1) = 0.$$

Решение ищем численным методом:

$$c = M^{-1} \cdot V. \quad (15)$$

Внутренние усилия в кольцевой пластине, распределенные по окружности, можно записать так [5]:

– радиальный изгибающий момент

$$M_r(r) = -D \left[\frac{d^2}{dr^2} w(r) + \frac{\mu}{r} \cdot \frac{d}{dr} w(r) \right]; \quad (16)$$

– окружной изгибающий момент

$$M(r) = -D \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} w(r) + \mu \cdot \frac{d^2}{dr^2} w(r) \right]; \quad (17)$$

– радиальная сила

$$Q_r(r) = -D \frac{d}{dr} \left[\frac{d^2}{dr^2} w(r) + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} w(r) \right]. \quad (18)$$

Напряжения от действия внутренних усилий

$$r^{(r)} = \frac{6M_r(r)}{2}; \quad (r) = \frac{6M(r)}{2}; \quad (r) = \frac{3Q_r(r)}{2}. \quad (19)$$

Эквивалентное напряжение согласно [5] имеет вид

$$\sigma^{(r)} = \sqrt{[r(r)]^2 + [(r)]^2 - r(r) \cdot (r) + 3(r)}. \quad (20)$$

Численная проверка

Для проверки в качестве примера используем данные для водогрейного котла тепловой мощностью 0,5 МВт с рабочим давлением 1,0 МПа. По результатам теплового расчета выберем следующие размеры кольцевых пластин:

$$R_0 = \begin{Bmatrix} 0,360 \text{ м;} \\ 0,360 \text{ м;} \\ 0,535 \text{ м;} \\ 0,522 \text{ м;} \end{Bmatrix} \quad R_1 = \begin{Bmatrix} 0,510 \text{ м;} \\ 0,500 \text{ м;} \\ 0,695 \text{ м;} \\ 0,695 \text{ м.} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

Предварительно примем, что толщина стенок кольцевых пластин равна 14 мм. Для упрощения расчетов предположим, что длина всех продольных связей одинакова. Половина длины продольных связей составляет 1000 мм. Согласно тепловому расчету температуры нагрева равны, °С: жаровой трубы – 212; конвективных труб второго хода – 131; конвективных труб третьего хода – 120; корпуса – 115. По формулам (10)–(12) с учетом коэффициентов линейного расширения определим максимальный прогиб для каждого из просветов:

$$L_a = 1,27 \text{ мм};$$

$$L_b = 1,07 \text{ мм};$$

$$L_c = 0,06 \text{ мм}.$$

Поскольку максимальное тепловое расширение реализуется в местах с максимальной температурой (см. рисунок 1), то в дальнейших расчетах можно находить распределение прогибов в пластинах только в области просвета a :

$$w_a = \begin{Bmatrix} 0,34 \text{ мм;} \\ 0,28 \text{ мм;} \\ 0,29 \text{ мм;} \\ 0,37 \text{ мм.} \end{Bmatrix}$$

Из выражений (14)–(20) с учетом известного максимального значения прогиба (в данном случае это 0,37 мм) определяются значение нагрузки, действующей при тепловом расширении, и соответствующее значение эквивалентного напряжения. Максимальное значение эквивалентного напряжения, возникающего в четвертой пластине, согласно выражению (20) равно 278,5 МПа. По значениям рабочего давления, которое устанавливается техническим заданием на котел, и коэффициента запаса (согласно [2]) определяется расчетное давление в межтрубном пространстве. Затем из уравнений (14)–(20) рассчитывается эквивалентное напряжение, вызванное прогибом пластины вследствие избыточного давления внутри котла. При расчетном

внутреннем давлении 1,5 МПа это давление равно 41 МПа.

Далее определяем сумму эквивалентных напряжений от действия теплового расширения и избыточного давления на четвертой кольцевой пластине. Затем полученное значение сравним с допускаемым напряжением и уточним толщину кольцевой пластины. При этом изменение толщины пластины или одного из ее диаметров не должно приводить к существенному перераспределению прогиба между всеми пластинами. В рассматриваемом случае сумма напряжений составляет 278,5 + 41 = 319,5 МПа, что превышает значение допускаемого напряжения, равное $\sigma_{02}/1,1 = 295,5$ МПа (для стали 09Г2С $\sigma_{02} = 325$ МПа [4]). При уменьшении внутреннего радиуса четвертой пластины до 510 мм и увеличении ее толщины до 15 мм распределение прогиба между пластинами, согласно (12), будет почти равномерным:

$$w_b = \begin{Bmatrix} 0,33 \text{ мм;} \\ 0,30 \text{ мм;} \\ 0,31 \text{ мм;} \\ 0,33 \text{ мм.} \end{Bmatrix}$$

При толщине четвертой пластины 15 мм максимальный прогиб составляет 0,33 мм, а эквивалентное напряжение – 245,2 МПа. Суммарное напряжение – 286,2 МПа, поэтому толщину четвертой пластины выбираем равной 15 мм. Окончательные размеры кольцевых пластин устанавливаются на стадии финишного проектирования после проведения поверочного расчета согласно [4].

Таким образом, авторами настоящей статьи предложен алгоритм определения прогиба и распределения внутренних напряжений в плоских кольцевых пластинах, подвергнутых тепловому и силовому воздействию. Расчет по предлагаемой методике позволяет без предварительной прорисовки, используя простые конечные выражения, сделать выбор геометрических размеров трубных решеток на предварительной стадии проектирования жаротрубных котлов.

Список литературы

- 1 **Фокин В. М.** Теплогенераторы котельных / В. М. Фокин // Машиностроение. – 2005. – № 1.
- 2 Правила устройства и безопасной эксплуатации паровых и водогрейных котлов. – М. : Энергоиздат, 1994.
- 3 Тепловой расчет котельных агрегатов (нормативный метод) / под ред. Н. В. Кузнецова. – М. : Энергия, 1973.
- 4 РД 10-249-98. Нормы расчета на прочность стационарных котлов и трубопроводов пара и горячей воды. – М. : ОРГРЭС, 1999.
- 5 **Власов, В. З.** Избранные труды / В. З. Власов. Т. 3. – М. : Наука, 1964.
- 6 Соппротивление материалов с основами теории упругости и пластичности / Г. С. Варданян [и др.]. – М. : Изд-во Ассоциации строительных вузов, 1995.
- 7 **Вайнберг, Д. В.** Расчет пластин / Д. В. Вайнберг, Е. Д. Вайнберг. – Киев : Будивельник, 1970.

Получено 01.04.2020

A. Z. Skorohod. Assessment of internal voltage distribution of ring plates in calculation of heat pipe boilers.

A method for calculating the stress-strain state in flat round plates is considered. The proposed algorithm for determining the deflection of plates and the distribution of internal stresses allows us to give practical engineering recommendations when choosing the geometric dimensions of pipe gratings and flat bottoms.