

УДК 531/534:[57+61]

Д. А. ЧЕРНОУС

*Белорусский государственный университет транспорта, Гомель*

## **ВАРИАНТ РАСЧЕТНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ СИЛЫ В СКЕЛЕТНОЙ МЫШЦЕ**

Предложена методика расчетного определения зависимости силы в скелетной мышце от ее удлинения в состоянии равновесия скелетно-мышечной системы. Методика реализована на примере упрощенной двухстержневой модели верхней конечности человека.

**Введение.** Скелетные мышцы во многом определяют процесс жизнедеятельности всего организма человека. В связи с этим, одной из основных задач биомеханики является прогнозирование динамических и кинематических параметров функционирования мышц. Решение данной задачи возможно только при наличии максимально полной информации о механических характеристиках исследуемых мышечных тканей. В настоящее время для определения характеристик скелетных мышц используются три основных подхода.

1 Механические испытания препаратов [1, 2] (изолированных или частично изолированных мышц). Основным недостатком данного подхода является невозможность однозначно сопоставить полученные на препарате данные конкретной мышце в организме.

2 Индентирование поверхности тела в месте расположения исследуемой мышцы [3, 4]. Однако в данном случае значение силы сопротивления, действующей на индентор, определяется не только жесткостью мышцы, но и механическими характеристиками окружающих ее биотканей. Кроме того, особенности внутренней структуры скелетной мышцы обуславливают существенные различия механических характеристик в поперечном (по отношению к мышечному моноволокну) и продольном направлении. При этом индентирование производится в поперечном направлении, а реализация сократительной функции – в продольном.

3 Восстановление значений силы, действующей в скелетной мышце, и текущей длины данной мышцы по результатам выполнения заданных физических упражнений [5–7]. Решение подобной задачи в общем случае затруднено сложностью строения и многообразием движений элементов опорно-двигательной системы человека.

Вместе с тем при биомеханическом описании функционирования данной системы традиционно используют различные упрощающие модельные представления. В частности, совокупность мышц, которые при данном дви-

жении обеспечивают изменение одной обобщенной координаты, объединяют в один «эквивалентный» сгибатель (или разгибатель) [8]. Такие эквивалентные мышцы совместно с соответствующими сухожилиями моделируют деформируемыми невесомыми тягами, которые крепятся к костям скелета. Сами кости при этом моделируются массивными абсолютно жесткими стержнями, соединенными между собой в сферических шарнирах [9]. В частности, в работе [10] была предложена упрощенная биомеханическая модель верхней конечности человека, состоящая из двух шарнирно соединенных стержней и двух деформируемых тяг. Однако в известных публикациях, посвященных моделированию движения элементов опорно-двигательной системы [9–11], значения механических характеристик скелетных мышц и генерируемых мышцами сил считались заданными. При этом расчетным путем определялись временные зависимости обобщенных координат рассматриваемой системы.

Представляется возможным решение обратной задачи, в рамках которой задаются смещения стержней в упрощенной модели (костей) и подлежат определению силы в тягах (мышцах). Так как заданные смещения элементов системы однозначно определяют текущие длины имеющихся в системе тяг, то решение описанной задачи позволяет построить для исследуемой мышцы диаграмму «сила-удлинение», то есть охарактеризовать деформационное поведение данной мышцы.

В связи с вышесказанным, целью настоящей работы является разработка расчетной методики определения зависимости силы в скелетной мышце от ее удлинения. Данная методика реализуется в рамках упрощенной стержневой модели верхней конечности человека.

**Описание расчетной методики.** В качестве модели верхней конечности рассмотрим систему, представленную на рисунке 1. Звено 1, имеющее массу  $m_1$  и длину  $l_1$ , в данной системе моделирует плечевую кость, а звено 2 массой  $m_2$  и длины  $l_2$  – кости предплечья. Для описания процесса поднятия груза 3 массой  $m_3$  в рассматриваемую систему введем две тяги 4 и 5, которые моделируют эквивалентный сгибатель и разгибатель соответственно.

В отличие от модели, предложенной в работе [10], расположение тяг в схеме на рисунке 1 приведено в соответствие с биометрическими данными [6–8]. А именно: расстояние от верхней точки крепления эквивалентного сгибателя до плечевого сустава (шарнир  $A$ ) пренебрежимо мало; расстояние от верхней точки крепле-

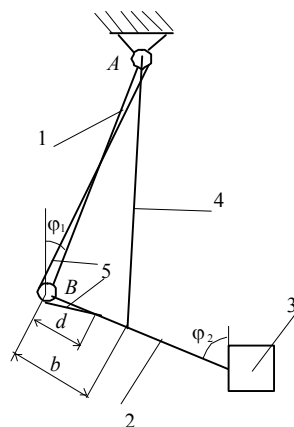


Рисунок 1 – Биомеханическая модель руки человека

ния эквивалентного разгибателя до плечевого сустава определяется эффективным радиусом сустава  $r$  ( $r \approx 0,01$  м); в исходном положении системы ( $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ ) нижние точки крепления эквивалентных мышц плеча находятся ниже локтевого сустава (шарнир  $B$ ).

Описание динамики системы, представленной на рисунке 1, при генерации в тяге 4 сжимающей силы представляется весьма трудоемкой задачей, которая может быть решена только численно [11]. В рамках настоящей работы будем рассматривать состояние равновесия данной системы при заданных значениях углов отклонения стержней от вертикали. Не снижая общности дальнейших выкладок, примем, что  $\varphi_1 = 0$ ,  $\varphi_2 = \varphi$ . Составив для каждого стержня в модели по три уравнения равновесия и произведя математические преобразования, получим следующие соотношения для сжимающих сил в сгибателе  $T_a$  (активная тяга 4) и разгибателе  $T_p$  (пассивная тяга 5)

$$T_a = \frac{gl_2 l_m}{bl_1} \left( \frac{m_2}{2} + m_3 \right), \quad T_p = T_a \frac{l_1}{r} \sin(\varphi - \alpha). \quad (1)$$

Здесь для краткости записи введены обозначения

$$l_m = \sqrt{l_1^2 + b^2 + 2l_1 b \cos \varphi}, \quad \alpha = \arcsin \left( \frac{l_1}{l_m} \sin \varphi \right);$$

$g$  – ускорение свободного падения.

Если в исходном состоянии системы тяги не были деформированы, то заданное значение угла  $\varphi$  однозначно определяет деформацию тяг

$$\varepsilon_a = \frac{l_m}{l_1 + b} - 1, \quad \varepsilon_p = \frac{\pi r \varphi}{l_1 + d}, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_a$ ,  $\varepsilon_p$  – относительные деформации четвертой и пятой тяги соответственно.

Соотношения (1) и (2) позволяют в параметрической форме определить зависимость силы, генерируемой в эквивалентном сгибателе, от его относительного укорочения, а также – зависимость силы в эквивалентном разгибателе от его относительного удлинения в пассивном состоянии. Полученные расчетные зависимости представлены на рисунке 2. При вычислениях использованы следующие значения исходных параметров модели [9]:  $l_1 = l_2 = 0,35$  м;  $r = 0,01$  м;  $b = 0,03$  м;  $d = 0,02$  м;  $m_1 = m_2 = 1$  кг;  $m_3 = 3$  кг. С целью обобщения полученных результатов на рисунке 2 использована нормировка сил в мышцах. При этом

$$T_{a \max} = \frac{gl_2(l_1 + b)}{bl_1} \left( \frac{m_2}{2} + m_3 \right), \quad T_{p \max} = \frac{l_1}{2r} T_{a \max}.$$

Анализ полученных зависимостей позволяет сделать вывод о том, что генерируемая мышцей сила линейно уменьшается с ростом сжимающей

деформации. Данный вывод подтверждается экспериментальными данными, полученными на единичных мышечных волокнах [2]. При малых относительных удлинениях сила в пассивной мышце практически пропорциональна продольной деформации. В диапазоне деформации  $\varepsilon > 20\%$  жесткость разгибателя плавно уменьшается с ростом относительного удлинения. Данные наблюдения соответствуют приведенным в работе [12] диаграммам «сила-длина» для изолированного мышечного волокна.

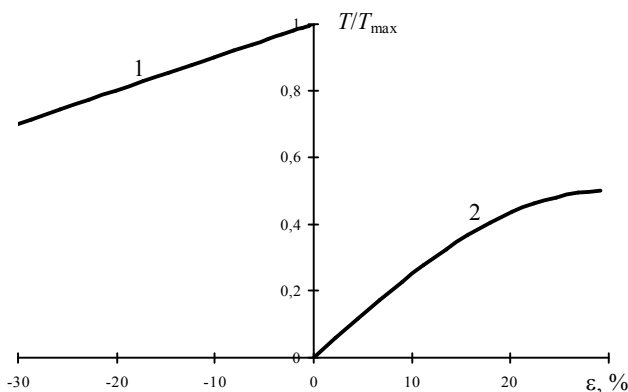


Рисунок 2 — Зависимость относительной силы в эквивалентном сгибателе (кривая 1) и разгибателе (кривая 2) от деформации соответствующей мышцы

**Заключение.** Показано, что для определения зависимости силы в скелетной мышце от ее относительного удлинения (укорочения) достаточно знать длины и массы элементов рассматриваемой скелетно-мышечной системы и положения точек крепления мышц. Характер установленных при этом зависимостей согласуется с экспериментальными диаграммами, полученными для изолированных мышц.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Hill, A. V. First and last experiments in muscle mechanics / A. V. Hill. – Cambridge, 1970. – 141 p.
- 2 Дещеревский, В. И. Математические модели мышечного сокращения / В. И. Дещеревский. – М.: Наука, 1977. – 160 с.
- 3 Bosboom, E. M. H. Passive transverse mechanical properties of skeletal muscle under in vivo compression / E. M. H. Bosboom [et al.] // Journal of Biomechanics. – 2001. – Vol. 34. – P. 1365–1368.
- 4 Шилько, С. В. Биомеханическая интерпретация данных миометрии скелетных мышц спортсменов / С. В. Шилько, Д. А. Черноус, К. К. Бондаренко // Российский журнал биомеханики. – 2009. – Т. 13, № 1. – С. 7–17.
- 5 Морецкий, А. Исследование и моделирование биомеханических свойств ске-

летных мышц / А. Морецкий, К. Фиделюс, К. Кендзиор // Механика полимеров. – 1975. – № 4. – С. 629–633.

6 **Зацюрский, В. М.** Нахождение усилий мышц человека по заданному движению / В. М. Зацюрский, Б. И. Прилуцкий // Современные проблемы биомеханики. – 1992. – Вып. 7. – С. 81–123.

7 **Колесников, Г. Н.** Биомеханическая модель скелетно-мышечной системы, построенная без субъективных критериев оптимальности / Г. Н. Колесников. – Российский журнал биомеханики. – 2004. – Т. 8, № 3. – С. 19–29.

8 **Зацюрский, В. М.** Биомеханика двигательного аппарата человека / В. М. Зацюрский, А. С. Аруин, В. Н. Селуянов. – М.: Физкультура и спорт, 1981. – 143 с.

9 **Бегун, П. И.** Моделирование в биомеханике / П. И. Бегун, П. Н. Афонин. – М.: Высш. шк., 2004. – 390 с.

10 **Глинский, Д. В.** Анализ равновесия элементов опорно-двигательной системы человека / Д. В. Глинский, Д. А. Черноус // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки: междунар. сб. науч. тр. – Гомель: БелГУТ, 2010. – Вып. 4. – С. 53–58.

11 **Покатилов, А. Е.** Биодинамические исследования спортивных упражнений в условиях упругой опоры / А. Е. Покатилов, В. И. Загrevский, Д. А. Лавшук. – Минск: Изд-во БГУ, 2008. – 280 с.

12 **Lee, E. J.** New insights into the passive force enhancement in skeletal muscles / E. J. Lee, V. Joumaa, W. Herzog // Journal of Biomechanics. – 2007. – Vol. 40, No. 5. – P. 719–727.

*D. A. CHERNOUS*

#### **VARIANT OF CALCULATION DETERMINATION OF FORCE IN THE SKELETAL MUSCLE**

The calculation method of the force in skeletal muscle dependence on its extension in the equilibrium state of the musculoskeletal system is proposed. The method is realized by the example of a simplified two-rod model of the human upper limb.

Получено 22.07.2014