наблюдается увеличение максимальных напряжений, которое составляет 25,8 % для ЛЗ и 26,3 % для ФНЗ. Учет пластических деформаций материала оболочки приводит к выравниванию напряжений как по толщине оболочки, так и по контурам отверстий, а также к уменьшению максимальных напряжений по сравнению с результатами линейно-упругого решения на 58,2 % для $d/r_0 = 2{,}5$ и на 58,3 % – для $d/r_0 = 4$.

Список литературы

1 Теория тонких оболочек, ослабленных отверстиями / А. Н. Гузь [и др.]. – Киев : Наук. думка, 1980. – 636 с. – (Методы расчета оболочек: В 5 т.; Т. 1).

2 **Maksimyuk, V. A.** Variational finite-difference methods in linear and nonlinear problems of the deformation of metallic and composite shells (review) / V. A. Maksimyuk, E. A. Storozhuk, I. S. Chernyshenko // Int. Appl. Mech. – 2012. – 48, No. 6. – P. 613–687.

УДК 621.763

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ УПРУГОСТИ ОРТОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В. В. ТАЛЕЦКИЙ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

При объемном упругом напряженном состоянии связь между напряжениями и деформациями дает *обобщенный закон Гука*, по которому в любой точке упругодеформированного тела каждый из шести компонентов тензора напряжений является линейной функцией шести компонентов тензора деформаций и наоборот. В случае упругого *анизотропного материала* между напряжениями и деформациями при объемном напряженном состоянии будет иметь место система линейных уравнений, которую сокращенно можно записать в виде $\sigma_{ij} = C_{ijkl}\,\varepsilon_{kl}$, где матрица величин C_{ijkl} называется тензором модулей (постоянных коэффициентов) упругости. Таким образом анизотропное тело характеризуется 36 упругими постоянными C_{ijkl}. Но если $C_{ijkl} = C_{klij}$, то остается 21 независимая постоянная. При этом направления главных напряжений и главных деформаций совпадают. Если координатные плоскости совпадают с плоскостями симметрии свойств материала (то есть материал будет обладать одинаковыми свойствами по осям x, y и z), то количество независимых упругих постоянных еще уменьшится и станет равным девяти. Система уравнений примет вид

$$\sigma_x = C_{11}\varepsilon_x + C_{12}\varepsilon_y + C_{13}\varepsilon_z;\ \tau_{xy} = C_{44}\gamma_{xy};$$

$$\sigma_y = C_{21}\varepsilon_x + C_{22}\varepsilon_y + C_{23}\varepsilon_z;\ \tau_{yz} = C_{55}\gamma_{yz};$$

$$\sigma_z = C_{31}\varepsilon_x + C_{32}\varepsilon_y + C_{33}\varepsilon_z;\ \tau_{xz} = C_{66}\gamma_{xz},$$

Такой материал называется *ортотропным*.

Для определения постоянных коэффициентов упругости ортотропного материала можно провести испытание шести образцов в приборе с независимо регулируемыми главными напряжениями [1].

При определении коэффициентов C_{11}, C_{12} и C_{13} один образец испытывается на осевое сжатие в направлении оси $\boldsymbol{x}$, при ограничении деформаций в направлении осей $\boldsymbol{y}$ и $\boldsymbol{z}$, то есть $\varepsilon_y = \varepsilon_z = 0$. Уравнения в этом случае будут иметь вид $\sigma_x = C_{11}\varepsilon_x$; $\sigma_y = C_{21}\varepsilon_x$; $\sigma_z = C_{31}\varepsilon_x$. Тогда $C_{11} = \sigma_x / \varepsilon_x$, $C_{21} = \sigma_y / \varepsilon_x$, $C_{31} = \sigma_z / \varepsilon_x$.

Аналогичными испытаниями второго и третьего образцов ортотропного материала при нагружении по оси $\boldsymbol{y}$ и ограничении деформаций по осям $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{z}$, и при нагружении по оси $\boldsymbol{z}$ и ограничении деформаций по осям $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{y}$ определяем соответственно C_{12}, C_{22}, C_{32} и C_{13}, C_{23} и C_{33}.

Учитывая, что $C_{12} = C_{21}$, $C_{13} = C_{31}$, $C_{23} = C_{32}$, мы при испытании трех образцов определили шесть постоянных коэффициентов упругости.

Для определения коэффициента C_{44} четвертый образец вырезается и помещается в прибор таким образом, чтобы угол наклона плоскости изотропии по оси $\boldsymbol{z}$, к направлению действия напряжений σ_x и σ_y был 45°. Образец нагружается по девиаторической траектории в плоскости $\boldsymbol{xoy}$, ортогональной плоскости изотропии по оси $\boldsymbol{z}$, при этом деформации в направлении оси $\boldsymbol{z}$ ограничиваются. Производится равномерное сжатие образца напряжениями $\sigma_x' = \sigma_y'$. Затем напряжение по оси $\boldsymbol{x}$ увеличиваются с постоянным приращением $\Delta\sigma_x$, а напряжение по оси $\boldsymbol{y}$ уменьшаются с такой же величиной приращения $\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y$ до уровня напряжений σ_x'' и σ_y', после чего образец разгружается до напряжений $\sigma_z' = \sigma_x' = \sigma_y'$. Измеряются полные деформации ε_x и ε_y при напряжениях σ_x'' и σ_y'' и остаточные деформации после разгрузки до $\sigma_x'= \sigma_y'$: ε_{xp} и ε_{yp}. По полным и остаточным деформациям вычисляются упругие осевые деформации $\varepsilon_{ye} = \varepsilon_y - \varepsilon_{yp}$ и $\varepsilon_{xe}= \varepsilon_x - \varepsilon_{xp}$. Коэффициент упругости C_{44} определяется из отношения касательных напряжений τ_{xy}, определенных на площадках с максимальными касательными напряжениями $\tau_{xy} = [(\sigma_y'' - \sigma_y') - (\sigma_x'' - \sigma_x')]/2$, и упругих сдвиговых деформаций этих площадок $\gamma_{xy\,e}= \varepsilon_{ye} - \varepsilon_{xe}$: $C_{44} = \tau_{xy}/\gamma_{xy\,e}$.

При определения коэффициента C_{55} пятый образец вырезается и помещается в прибор таким образом, чтобы угол наклона плоскости изотропии по оси $\boldsymbol{x}$ к направлению действия напряжений σ_y и σ_z был 45°. Образец нагружается по девиаторической траектории в плоскости $\boldsymbol{yox}$, ортогональной плоскости изотропии по оси $\boldsymbol{x}$, при этом деформации в направлении оси $\boldsymbol{x}$ ограничиваются. Шестой образец для определения коэффициента C_{66} вырезается и помещается в прибор таким образом, чтобы угол наклона плоскости изотропии по оси $\boldsymbol{y}$ к направлению действия напряжений σ_x и σ_z был 45°. Образец нагружается по девиаторической траектории в плоскости $\boldsymbol{xoz}$, ортогональной плоскости изотропии по оси $\boldsymbol{y}$, при этом деформации в направлении оси $\boldsymbol{y}$ ограничиваются. Нагружение и разгрузка образцов, измерение деформаций и определение максимальных касательных напряжений и сдвиговых деформаций производится аналогично испытанию четвертого образца, а коэффициенты упругости определяются соответственно по формулам $C_{55} = \tau_{yz}/\gamma_{yz\,e}$ и $C_{66} = \tau_{xz}/\gamma_{xz\,e}$.

Предлагаемая методика повышает точность определения постоянных коэффициентов упругости ортотропного материала за счет меньшего количества испытываемых образцов (по шести образцам определяются девять постоянных коэффициентов упругости), а также за счет проведения всех испытаний в одном приборе.

Приведенную методику можно использовать при определении как коэффициентов упругости, так и коэффициентов деформации, связывающих напряжения и полные деформации.

Список литературы

1 Прибор для исследования свойств грунтов : а. с. №302665 СССР, МКИ G01n 33/24 / А. Л. Крыжановский, Э. И. Воронцов, А. А. Музафаров., Б. Л. Морозов. – №1409204/29-14 ; заявл. 02.03.70 ; опубл. бюл. № 15 // Открытия. Изобретения. Промышленные образцы. Товарные знаки. – 1971. – № 15. – С. 162.

УДК 539.3; 551.332.53

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДУЛЯ ДЕФОРМАЦИИ НЕВОДОНАСЫЩЕННЫХ ГРУНТОВ

Е. Ю. ТРАЦЕВСКАЯ
Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Республика Беларусь

Один из основных законов механики песчаных и глинистых грунтов – закон уплотнения – гласит [1]: «Относительное изменение объема пор породы прямо пропорционально изменению давления», т. е. $de = ad\sigma$, где de – приращение коэффициента пористости при приращении давления $d\sigma$; a – коэффициент сжимаемости, МПа$^{-1}$.

Рассмотрим линейные механические деформации сжатия грунта, вызванные нормальными напряжениями. В общем случае для пылеватых и глинистых неводонасыщенных грунтов, как частного случая дисперсных грунтов, указанные зависимости являются нелинейными, на них влияет большое число факторов и поэтому не существует универсальных уравнений, описывающих эти взаимосвязи [2]. Однако в определенных условиях эти зависимости являются линейными и описываются простыми линейными уравнениями, известными в механике как закон Гука. Для нормальных напряжений он записывается в виде $\sigma = E\zeta$, где E – модуль упругости (модуль Юнга), МПа; ζ – линейные деформации, вызванные нормальными напряжениями σ.