УДК 539.3

СТАТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ИЗГИБАЕМОЙ ПЛАСТИНКИ В ВИДЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА С ЗАЩЕМЛЕННЫМИ КАТЕТАМИ

П. Д. СКАЧЁК
Белорусский национальный технический университет, г. Минск

При строительстве зданий и сооружений по индивидуальным проектам возникает сложность в расчете нетиповых конструкций. Одним из видов таких конструкций являются плиты треугольного очертания. Основной задачей расчета является исследование напряженно-деформированного состояния данной конструкции. В инженерной практике при решении сложных дифференциальных уравнений теории упругости применяются различные приближенные методы. К целой группе таких методов относят вариационные методы. В докладе рассматривается расчет изгибаемой треугольной пластинки на статическую нагрузку одним из таких методов – методом Ритца, основанным на принципе Лагранжа. Расчет сводится к нахождению функции прогибов *W(x,y)*, отвечающей условию минимума полной потенциальной энергии пластинки:

$$Э = U + П, \tag{1}$$

где U – энергия деформации пластинки; П – потенциал внешних сил.

Функция *W(x,y)* ищется в виде двойного ряда:

$$W(x,y) = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} A_{mn}\left(\cos\frac{m\pi x}{2a} - \cos\frac{m+2\ \ \pi x}{2a}\right)\left(\cos\frac{n\pi y}{2b} - \cos\frac{n+2\ \ \pi y}{2b}\right), \tag{2}$$

где A_{mn} – неизвестные коэффициенты; *a*, *b* – габаритные размеры пластинки (рисунок 1).

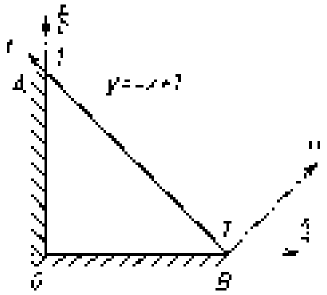

Рисунок 1 – Геометрическая схема пластинки

Подбор функции (2) осуществляется таким образом, чтобы она обязательно удовлетворяла кинематическим граничным условиям:

– на грани ВО: $W(x,0) = \dfrac{\partial W(x,0)}{\partial y} = 0$; (3)

– на грани АО: $W(0,y) = \dfrac{\partial W(0,y)}{\partial x} = 0$. (4)

На гипотенузе АВ функция (2) должна удовлетворять статическим граничным условиям:

– изгибающий момент – $\dfrac{\partial^2 W(x,y)}{\partial n^2} + \mu\dfrac{\partial^2 W(x,y)}{\partial \tau^2} = 0$; (5)

– обобщенная поперечная сила – $\dfrac{\partial^3 W(x,y)}{\partial n^3} + \ 2-\mu\ \dfrac{\partial^3 W(x,y)}{\partial n \partial \tau^2} = 0,$ (6)

где μ – коэффициент Пуассона.

Эти статические граничные условия (5), (6) выполняются автоматически при взятии достаточного числа членов ряда (2). Полная энергия системы (1) есть функционал, вычисляя который, получаем многочлен с неизвестными A_{mn}. Дифференцируем полученный многочлен по A_{mn} и получаем систему линейных алгебраических уравнений с неизвестными A_{mn}. Результатом решения системы является нахождение коэффициентов A_{mn}. Таким образом, определяется функция прогибов *W*(*x*,*y*) (2), дифференцированием которой находятся внутренние усилия.

В качестве примера выполнен расчет треугольной плиты на действие равномерно распределенной нагрузки, линейно распределенной по гипотенузе нагрузки и сосредоточенной силы, приложенной в центре гипотенузы. Получены поверхности перемещений, изгибающих моментов, крутящих моментов и поперечных сил.