

Рисунок 1 – Взаимодействие шины колеса с дорожным покрытием

В процессе движения, например, автотранспорта, на шину колеса и дорожные покрытия действуют сразу несколько различных по направлению и значению сил. Под действием этих сил шина в различных ее зонах и дорожное покрытие непрерывно деформируются. Закон деформирования обычно задается реологической моделью в дифференциальной или наиболее общей интегральной форме. Для описания процессов ползучести и релаксации использовали различные ядра интегральных уравнений физических соотношений теории вязкоупругости. Представлена методика определения параметров ядер ползучести и релаксации

с помощью контактного деформирования. Наиболее общей формой выражения связи между напряжениями и деформациями в условиях сложного напряженного состояния в рамках теории линейной вязкоупругости являются интегральные уравнения Больцмана-Вольтерра. Для вязкоупругого покрытия из композита задача решается на основе упругих решений с помощью принципа Вольтерра и методики определения параметров наследственных ядер Ржаницына, Работнова, Колтунова в вязкоупругой модели.

Вследствие ползучести резины шины колеса происходит деформирование контактных тел и определяется изменение параметров контакта во времени. Разработана математическая модель и построена программа расчета взаимодействия шины с упругим покрытием. Предлагаемые подходы могут быть использованы в построении механических моделей работы транспорта с учетом ползучести и релаксации.

Список литературы

- 1 **Можаровский, В. В.** Прикладная механика слоистых тел из композитов / В. В. Можаровский, В. Е. Старжинский. – Минск, 1988. – 271 с.
- 2 **Tutuncu, N.** Exact solutions for stresses in functionally graded pressure vessels / N. Tutuncu, M. Ozturk // Composites: Part B 32.– 2001. – P. 683–686.

УДК 624.04+624.072.2

ДИНАМИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ВНЕЗАПНОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ СИСТЕМЫ «БАЛКА – ОСНОВАНИЕ»

В. А. ГОРДОН, Т. В. ПОТУРАЕВА

Орловский государственный университет им. И. С. Тургенева, Российская Федерация

В настоящей работе поставлена задача построения математической модели переходных динамических процессов в балке на упругом основании при внезапном образовании дефекта в виде изменения граничных условий. До образования дефекта реакция конструкции определяется статическим воздействием. Внезапное образование дефекта приводит к снижению общей жесткости конструкции, которая не обеспечивает статическое равновесие системы. Возникшие инерционные усилия вызывают динамическую реакцию, перераспределение и рост деформаций и напряжений. В результате возможно нарушение штатного функционирования конструкции либо потеря несущей способности и разрушение.

К настоящему времени в научной литературе, относящейся к проблемам динамики систем «балка – основание», имеется множество решенных задач. Подавляющее большинство работ по динамике взаимодействия балки и основания посвящено анализу собственных колебаний. Причем рассматриваются в этих работах собственные и вынужденные колебания балок на упругих основаниях лишь для случаев, когда расчетная схема системы «балка-основание» в нагруженном состоянии не изменяется. Проявление конструктивной нелинейности, т. е. изменения расчетной схемы нагруженной балки на упругом основании и последствия их, описаны лишь в нескольких работах, в которых рассматривалось внезапное частичное или полное разрушение основания.

Постановка задачи. Упругая балка с изгибной жесткостью EI опирается по всей длине l на упругое основание Винклера с коэффициентом жесткости k , жестко закреплена по концам. На внешние слои балки действует равномерно распределенная нагрузка интенсивности q и реакция основания. Обобщенная жесткость системы «балка – основание» характеризуется параметром $\lambda = kl^4/EI$. Предполагается, что в некоторый момент времени $t=0$ у статически деформированной балки связи, препятствующие повороту конечных сечений в опорах, внезапно разрушились, образовав на местах заделки шарниры. Статическое состояние нагруженной балки перестает быть равновесным, и балка перейдет в движение, в ходе которого деформации и напряжения в балке получают динамические приращения.

Решение поставленной задачи строится в следующей последовательности:

1) определяется статический прогиб закреплённой по концам («неповрежденной») балки на упругом основании, который используется в дальнейшем как начальное условие динамического процесса, инициированного в системе внезапным преобразованием граничных условий;

2) определяются частоты и формы собственных изгибных колебаний шарнирно опертой по концам («поврежденной») балки на упругом основании;

3) исследуются вынужденные изгибные колебания нагруженной балки. При этом нагрузка, статический прогиб «неповрежденной» балки и искомый динамический прогиб раскладываются в ряды по формам собственных колебаний «поврежденной» балки.

Ряд численных результатов для различных сочетаний свойств балки и основания представлены на рисунках 1–3 и в таблице 1.

На рисунке 1 приведены эпюры изгибающих моментов $M_{ст}$ в балке в исходном состоянии, когда концы балки жестко закреплены. Наибольший момент развивается в заделке. Обобщенная жесткость представлена в двух вариантах. На рисунке 2 изображены эпюры изгибающих моментов $M_{кв}$ в балке при квазистатическом преобразовании заделок в шарниры. На рисунке 3 показаны эпюры изгибающих моментов $M_{дин}$ в ходе вынужденных колебаний, вызванных внезапными преобразованиями граничных условий (в конкретные моменты времени).

В таблице 1 приведены два коэффициента динамичности $K_1 = M_{дин}/M_{ст}$ и $K_2 = M_{дин}/M_{кв}$.

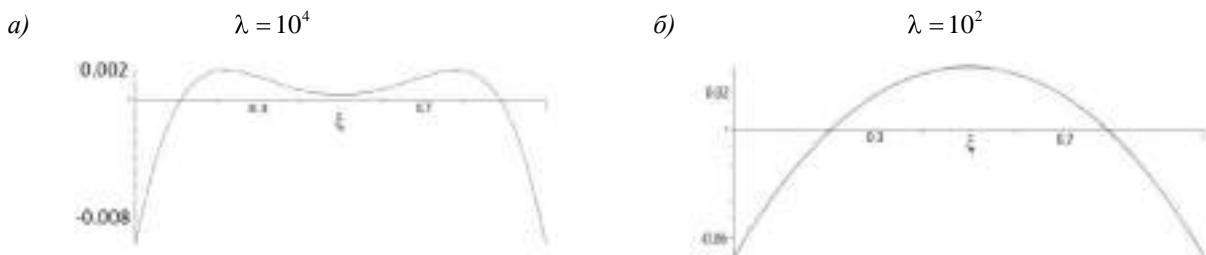


Рисунок 1

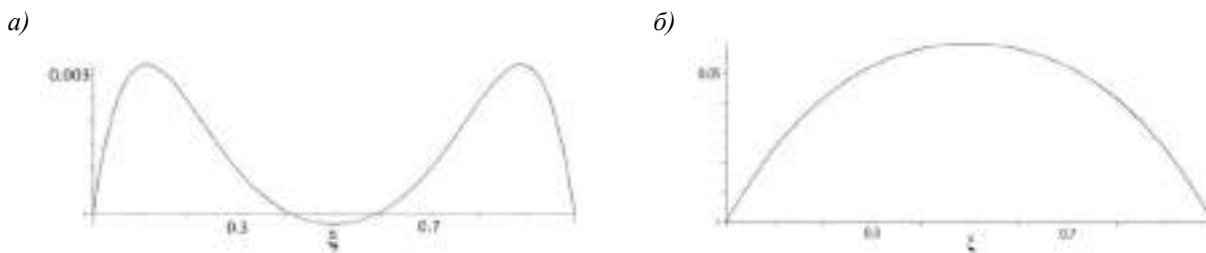


Рисунок 2

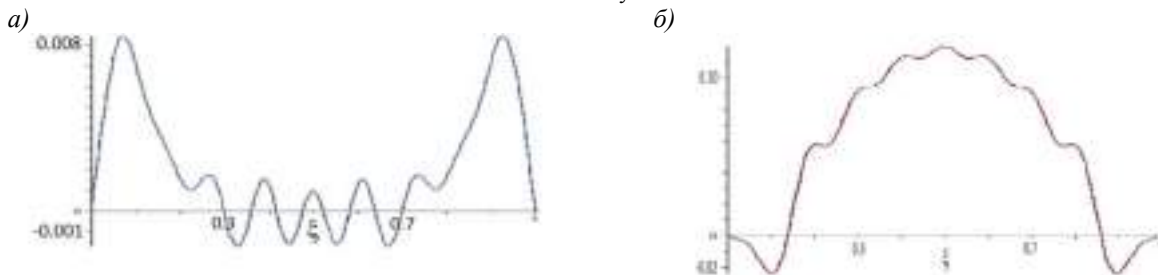


Рисунок 3

Таблица 1

λ	10	10^2	10^3	10^4
α	1,257	2,236	3,976	7,071
$M_{ст}$	0,082	0,071	0,031	0,01
$M_{кв}$	0,112	0,06	0,014	0,0033
$M_{дин}$	0,224	0,128	0,034	0,0085
K_1	2,73	1,8	1,09	0,85
K_2	2	2,13	2,43	2,57

Расчеты показывают, что с ростом обобщенной жёсткости системы «балка-основание» наибольшие моменты смещаются из центральной части в концевые четверти балки. Кроме того, чувствительность системы к внезапным преобразованиям граничных условий снижается с повышением обобщенной жесткости.

УДК 539.3

ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ ЗАДАЧА КРУЧЕНИЯ УСЕЧЁННОГО КОНУСА В СФЕРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

А. В. ГУТОВСКИЙ, А. В. ТОЛКАЧЁВ

Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова, Украина

Рассматривается усечённый конечный сферический конус, который занимает область, описываемую в сферической системе координат соотношениями $r_0 < r < R, 0 < \theta < \alpha < \frac{\pi}{2}, 0 < \phi < 2\pi$. Нижнее основание конуса закреплено, верхнее – свободно от напряжений, к боковой поверхности прилагается скручивающее усилие, не зависящее от r .

Необходимо определить смещения, которые удовлетворяют краевым условиям и уравнениям равновесия Ламе:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u_\phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial u_\phi}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{\sin^2 \theta} u_\phi = 0 & r_0 < r < R \\ u_\phi|_{r=r_0} = 0 & \left(r \frac{\partial u_\phi}{\partial r} - u_\phi \right)|_{r=R} = 0 \\ u_\phi|_{\theta=0} = 0 & \left(\frac{\partial u_\phi}{\partial \theta} - \operatorname{ctg} \theta u_\phi \right)|_{\theta=\alpha} = \bar{f}(r) \end{cases} \quad (1)$$

Исходная задача сводится к одномерной путём применения специального интегрального преобразования, выведенного из решения соответствующей задачи Штурма-Лиувилля:

$$\begin{cases} v'' + v' - (q^2 - 1/4)v = 0 & -\infty < \ln r_0 = a < t < b = \ln R < +\infty \\ v|_{t=a} = 0 & (v' - v)|_{t=b} = 0 \Leftrightarrow (\ln v)'|_{t=b} = 1, v \neq 0 \end{cases} \quad (2)$$

Собственные функции этой задачи :

$$K(r, q_k) = \frac{1}{\sqrt{r}} \cdot \begin{cases} \left[\operatorname{sh} \left(q_k \ln \frac{r}{r_0} \right), \frac{R}{r_0} > e^{2/3} \right. \\ \left. \ln \frac{r}{r_0}, \frac{R}{r_0} = e^{2/3} \right. \\ \left. - \sin \left(q_k \ln \frac{r}{r_0} \right), k = \overline{1, \infty} \right] & k = 0 \end{cases} \quad (3)$$

А собственные числа находятся из нелинейных уравнений: