

УДК 517.977

А. Е. ЛАМОТКИН, Д. А. ПРОНЧАТОВ

Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Россия

АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТИ УЛУЧШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ТОРМОЗНЫХ СИСТЕМ

В работе обсуждается задача об оптимальном торможении абсолютно твердого диска, служащего простой моделью колеса автомобиля, рассматриваются некоторые современные модели тормозных систем и проводится их сравнительный анализ в рамках поставленной задачи.

Ключевые слова: автомобиль, тормозная система, оптимальное торможение, антиблокировочная система.

Введение. Стремительное развитие электронных тормозных систем и появление автомобилей с автопилотом придает особый интерес задаче о поиске оптимального алгоритма торможения (например, с наименьшим тормозным путём). Один из возможных путей решения данной задачи связан с применением теории оптимального управления. В работе рассматривается механическая модель торможения абсолютно твердого диска, основанная на учете сухого трения, и поставлена задача об оптимальном управлении для достижения наименьшего тормозного пути.

Задача об оптимальном торможении диска. Рассмотрим механическую модель торможения диска, который примем в качестве простейшей модели колеса автомобиля. На рисунке 1 указаны силы, действующие на диск, в предположении, что он катится слева направо без проскальзывания. Нормальная реакция N смещена на величину δ , что приводит к возникновению сопротивления качению, mg – сила тяжести диска, M – момент, прикладываемый тормозной системой, $F_{\text{тр}}$ – сила сухого трения.

Уравнения движения диска имеют вид:

$$m\dot{v}_x = (F_{\text{тр}})_x,$$

$$N - mg = 0,$$

$$J\dot{\omega}_z = M_z + (F_{\text{тр}})_x R + M_{Cz}(\vec{N}).$$

где m – масса диска; v_x , $(F_{\text{тр}})_x$ – проекции скорости v центра масс диска и силы трения $F_{\text{тр}}$ на ось x ; J – момент инерции относительно оси Cz (она направлена перпендикулярно плоскости диска в сторону читателя); ω_z , M_z – проекции векторов угловой скорости и тормозящего момента на ось z ;

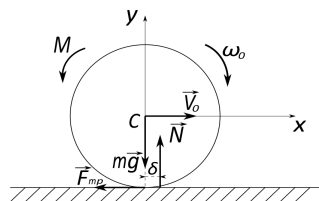


Рисунок 1 – Расчетная схема

$M_{C_z}(\vec{N})$ – момент нормальной реакции относительно оси Cz . Точка над переменной обозначает дифференцирование по времени.

Будем различать два типа силы сухого трения [1, 3]. Первый – сила трения сцепления, действующая на диск, катящийся без проскальзывания. Для неё справедливо неравенство $F_{\text{тр}} \leq f_1 N$, а точное значение определяется в зависимости от величины действующего момента. Второй тип – сила трения скольжения, действующая на диск, движущийся с проскальзыванием, которая рассчитывается по формуле $F_{\text{тр}} = f_2 N$. Причем, как известно из практики, коэффициент трения сцепления f_1 больше коэффициента трения скольжения f_2 .

Момент трения качения описывается неравенством [1]

$$|M_{C_z}(\vec{N})| \leq \delta N,$$

при $\omega = 0$ его точное значение зависит от величин иных сил и моментов, а равенство достигается при качении.

С учетом вышеизложенного можно выделить три случая движения диска. Рассмотрим каждый в отдельности.

1) *Качение без проскальзывания*, при котором $v_x = -\omega_z R$. В этом случае

$$M_{C_z}(\vec{N}) = -\text{sgn}(\omega_z) mg \delta,$$

значение силы трения определяется из уравнений движения с учетом уравнения кинематической связи

$$(F_{\text{тр}})_x = -\frac{M_z - \text{sgn}(\omega_z) mg \delta}{J/mR + R},$$

а проскальзывания не будет при выполнении условия

$$\left| \frac{M_z - \text{sgn}(\omega_z) mg \delta}{J/mR + R} \right| \leq f_1 mg. \quad (1)$$

Уравнения движения диска запишутся так:

$$\begin{cases} \dot{\omega}_z = \frac{M_z - \text{sgn}(\omega_z) mg \delta}{J + mR^2}; \\ \dot{v}_x = -\frac{M_z - \text{sgn}(\omega_z) mg \delta}{J/R + mR}. \end{cases} \quad (2)$$

Если выполнено условие

$$\left| \frac{M_z - \text{sgn}(\omega_z) mg \delta}{J/mR + R} \right| > f_1 mg, \quad (3)$$

то сила трения достигает предельного значения $(F_{\text{тр}})_x = -\text{sgn}(M_z) f_1 mg$, а уравнения движения примут вид

$$\begin{cases} \dot{\omega}_z = \frac{M_z - \text{sgn}(M_z) f_1 mg R - \text{sgn}(\omega_z) mg \delta}{J}; \\ \dot{v}_x = -\text{sgn}(M_z) f_1 g. \end{cases} \quad (4)$$

2) Движение заблокированного колеса $\omega_z = 0$. Здесь значение силы трения скольжения $(F_{\text{тр}})_x = -\text{sgn}(v_x) f_2 mg$, а момент трения качения определяется из уравнений движения и условия кинематической связи

$$M_{C_z}(\vec{N}) = \text{sgn}(v_x) f_2 mgR - M_z,$$

причем должно выполняться ограничение

$$|\text{sgn}(v_x) f_2 mgR - M_z| \leq \delta mg. \quad (5)$$

В этом случае уравнения движения

$$\begin{cases} \omega_z = 0; \\ \dot{v}_x = -\text{sgn}(v_x) f_2 g. \end{cases} \quad (6)$$

Если выполнено условие

$$|\text{sgn}(v_x) f_2 mgR - M_z| > \delta mg, \quad (7)$$

то момент трения качения достигает предельного значения

$$M_{C_z}(\vec{N}) = -\text{sgn}(M_z) \delta mg,$$

а уравнения движения принимают вид

$$\begin{cases} \dot{\omega}_z = \frac{M_z - \text{sgn}(v_x) f_2 mgR - \text{sgn}(M_z) mg \delta}{J}; \\ \dot{v}_x = -\text{sgn}(v_x) f_2 g. \end{cases} \quad (8)$$

3) Общей случай $v_x \neq -\omega_z R$, $\omega_z \neq 0$.

Сила трения скольжения и момент трения качения соответственно равны

$$(F_{\text{тр}})_x = -\text{sgn}(v_x + \omega_z R) f_2 mg, \quad M_{C_z}(\vec{N}) = -\text{sgn}(\omega_z) mg \delta,$$

где $(v_x + \omega_z R)$ – проекция скорости точки касания на ось x , и уравнения движения имеют вид

$$\begin{cases} \dot{\omega}_z = \frac{M_z - \text{sgn}(v_x + \omega_z R) f_2 mgR - \text{sgn}(\omega_z) mg \delta}{J}; \\ \dot{v}_x = -\text{sgn}(v_x + \omega_z R) f_2 g. \end{cases} \quad (9)$$

Уравнения (1)–(9) могут быть интерпретированы, как уравнение движения точки в фазовой плоскости переменных v_x и ω . Тогда задача об оптимальном торможении сводится к тому, что требуется перевести точку на фазовой плоскости из произвольного положения (ω_0, v_0) в положение $(0, 0)$, минимизируя при этом критерий качества, за который предлагается взять тормозной путь диска (10).

$$I = \int_0^T |V_x(t)| dt, \quad (10)$$

где T – момент торможения диска.

Сравнительный анализ тормозных систем. Рассмотрим два алгоритма торможения, которые имитируют действие современных тормозных систем.

1) Тормозная система без антиблокировочной системы (АБС) [4] –

$$M = \begin{cases} M_0 t^n, & t \in [0, t_0], \\ 0,89mgR, & t \in [t_0, t_\omega], \\ f_2 mgR, & t \in [t_\omega, t_v], \end{cases} \quad (11)$$

где M_0, n – параметры тормозной системы; $t_0 = \sqrt[n]{\frac{0,89mgR}{M_0}}$, t_ω – момент блокировки колеса; t_v – момент полной остановки колеса.

2) Тормозная система с АБС [2] –

$$M = \begin{cases} M_0 t^n, & t \in [0, t^*], \\ M^* (1 + \mu \cdot \sin 2\pi v(t - t^*)), & t \in [t^*, t_\omega], \\ f_2 mgR, & t \in [t_\omega, t_v], \end{cases} \quad (12)$$

где v – частота срабатывания электронного блока АБС, $M^* = M_0(t^*)^n$,

$\mu = \frac{n}{2\pi v t^*}$, t^* – момент времени, при котором коэффициент проскальзывания

$s = \frac{|v_x + \omega_z R|}{|v_x|}$ достигает заданного значения $s^* \in [0, 1]$.

Эти две системы мы будем сравнивать с системой

$$M = \begin{cases} M_0 t^n, & t \in [0, t_0], \\ f_1 g(J/R + mR) - mg\delta, & t \in [t_0, t_v], \end{cases} \quad (13)$$

в которой $t_0 = \sqrt[n]{\frac{f_1 g(J/R + mR) - mg\delta}{M_0}}$.

На основании уравнений (1)–(9) была составлена численная модель и проведены расчеты тормозного пути (10) для систем (11)–(13), при следующих параметрах: $m = 1$ кг, $R = 1$ м, $f_1 = 0,8$, $f_2 = 0,6$, $\delta = 0,1$ м, $v_0 = 10$ м/с, $\omega_0 = 10$ рад/с, $M_0 = 10$ Н·м, $n = 2$.

В результате для системы (11) длина тормозного пути составила $l = 7,49863$ м, а время торможения $T = 1,4$ с. Для системы (12) получилось $l = 7,485739$ м, $T = 1,4$ с, а система (13) ожидаемо показала наилучший результат $l = 7,474136$ м, $T = 1,3$ с.

Лучший результат системы (13) объясняется тем, что приложенный на втором этапе торможения момент позволяет развивать наибольшую силу сухого трения (в данной задаче это предельное значение силы трения сцепления), что позволяет наилучшим образом снижать скорость. В представ-

ленном классе систем, закон изменения момента (13) является оптимальным в рамках указанной задачи.

Системы (11) и (12) на практике не предназначены для развития максимальной силы трения, их основная задача – предотвратить преждевременную блокировку колеса, которая может существенно снизить управляемость автомобиля.

Если оценить алгоритм (13) с точки зрения практического использования, становится ясно, что он не является эффективным, так как его оптимальность сохраняется только для конкретных значений f_1 и f_2 . На практике же эти коэффициенты могут меняться (например, вследствие наледи, луж и т. п.). Кроме того, в алгоритм (13) не заложены условия для предотвращения блокировки колеса, что делает его на практике хуже, чем алгоритмы (11) и (12).

Таким образом, можно сделать вывод, что с помощью теории оптимального управления действительно можно улучшить современные алгоритмы торможения. Однако классическая постановка задачи дает неэффективное с практической точки зрения решение, так как не учитывает возможность изменения коэффициентов трения во время торможения. В связи с этим в дальнейшем авторы планируют рассмотреть задачу об оптимальном торможении, как задачу управления с неполной информацией.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Аппель, П.** Теоретическая механика. Т. 1 / П. Аппель. – М. : Физматлит, 1982. – 515 с.

2 **Балакина, Е. В.** Повышение эффективности математического моделирования процесса торможения автомобильного колеса в режиме реального времени / Е. В. Балакина, В. М. Зотов, Н. М. Зотов // Материалы 65-й Международной научно-технической конференции Ассоциации автомобильных инженеров (ААИ) "Приоритеты развития отечественного автотракторостроения и подготовки инженерных и научных кадров" Международного научного симпозиума «Автотракторостроение – 2009». Кн. 1. – М. : МГТУ «МАМИ», 2009. – С. 28–33.

3 **Джеллетт, Д. Х.** Трактат по теории трения / Д. Х. Джеллетт. – М.-Ижевск : РХД, 2010. – 264 с.

4 **Зотов, В. М.** Математическая модель тормозной системы колеса автомобиля, не содержащего антиблокировочные механизмы / В. М. Зотов [и др.] // Изв. ВолгГТУ. – 2007. – № 2(8). – С. 39–42.

5 **Красовский, Н. Н.** Теория управления движением / Н. Н. Красовский – М. : Наука, 1968. – 476 с.

A. E. LAMOTKIN, D. A. PRONCHATOV
Ural Federal University, Yekaterinburg, Russia

ANALYSIS OF THE POSSIBILITY OF IMPROVING SOME BRAKE SYSTEMS

The problem of optimal braking of an absolutely rigid disk as a simple model of a car wheel is discussed, some modern models of brake systems are considered and their comparative analysis is carried out within the limits of the presented problem.

Получено 29.05.2017