Список литературы

1 **Eisenberger, M.** Stability of beams on elastic foundation / M. Eisenberger, D. Yankelevsky, J. Clastornik // Computers and Structures. – Vol. 24. – No. 1. – 1986. – P. 135–139.

2 Stability of end-bearing piles in a non-homogeneous elastic foundation / R. P. West [et al.] // Intern. J. for Numerical and Analytical Methods in geomechanics. – Vol. 21. – 1997. – P. 845–861.

3 **Kraav, T.** Buckling of beams and columns on elastic foundation / T. Kraav, J. Lellep // Proc. 2nd. Intern. conf. on Optimization and Analysis of Structures: Tartu, Estonia, 2013. – P. 52–58.

4 **Aristizabal-Ochoa, J. D.** Stability of slender columns on an elastic foundations with generalised end conditions / J. D. Aristizabal-Ochoa // Ingenieria e Investigation. – Vol. 33. – No. 3. – 2013. – P. 34–40.

5 Analysis of buckling of piles fully embedded in ground according to finite element method / V. Shatri [et al.] // Intern. J. of Current Engineering and Technology. – Vol. 4. – No. 1. – 2014. – P. 201–205.

УДК 621.3

ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ ФИТИЛЯ В ПЛОСКИХ ТЕПЛООТВОДЯЩИХ ОСНОВАНИЯХ, РАБОТАЮЩИХ ПО ПРИНЦИПУ ТЕПЛОВЫХ ТРУБ

П. О. ПОЛЯКОВ, Л. Н. РАБИНСКИЙ, Ю. О. СОЛЯЕВ

Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Предложена методика топологической оптимизации плоских теплоотводящих оснований, работающих по принципу тепловых труб и применяемых для охлаждения микроэлектроники. Рассматриваются основания, выполненные из меди (медные стенки/медный фитиль), и с водой в качестве рабочей жидкости. Предполагается, что толщина слоя фитиля на внутренних стенках изделия может быть переменной, то есть является неизвестной функцией координат, которая определяется в результате решения задачи топологической оптимизации. Целью оптимизации является снижение потерь давления и повышение капиллярного предела рассматриваемой плоской тепловой трубки.

Расчеты проводятся в квазистационарном приближении в плоской постановке и включают в себя модель фильтрации жидкости в пористом фитиле, модель ламинарного течения газа в паропроводе и модель теплопроводности в стенке изделия с учетом эффектов конденсации/испарения рабочей жидкости. Особенностью расчетов является необходимость поиска оптимальной внутренней геометрии фитиля в плоской тепловой трубке для обеспечения одновременного снижения потерь давлений в противонаправленных потоках жидкости (в фитиле) и газа (в паропроводе). Требование по максимальной температуре нагрева в зоне подвода тепла является ограничением задачи оптимизации.

В результате расчетов установлены оптимальные структуры теплоотводящих оснований различной формы с одним или несколькими источниками тепла.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (ФЦП «Исследования и разработки, соглашение №14.574.21.0166, RFMEFI57417X0166).

УДК 539.3

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ЛИНЕЙНО-ВЯЗКОУПРУГОГО МАТЕРИАЛА

С. Г. ПШЕНИЧНОВ

Научно-исследовательский институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

Во многих отраслях современного производства, в том числе в машиностроении, авиационной промышленности, строительстве и т. д., используются материалы, обладающие наследственными свойствами, в частности, линейно-вязкоупругие материалы. Элементы конструкций, изготовленные из таких материалов, в процессе эксплуатации или в аварийных ситуациях могут подвергаться различным динамическим воздействиям, поэтому изучение переходных волновых процессов в линейно-вязкоупругих телах весьма актуально. Одним из важных направлений в данной области, наряду с экспериментами и численными методами, являются аналитические исследования. Однако, ввиду математической сложности количество работ, посвященных построению решений соответствующих нестационарных динамических задач даже в одномерной постановке, относительно невелико. Основные методы, используемые при исследовании задач рассматриваемого класса, изложены, например, в работах [1]–[4]. При этом наиболее распространенной процедурой является применение интегрального преобразования Лапласа по времени с последующим обращением (например, [5]–[7] и другие публикации).

Заметим, что математическая сложность существенно ограничивает класс решенных задач: большинство известных результатов получено либо в ограниченном временном диапазоне, либо при малой вязкости, либо решения представлены в форме, трудно поддающейся анализу.

Целью данной работы является рассмотрение вопросов, связанных с построением решений нестационарных динамических задач линейной вязкоупругости при независящем от времени коэффициенте Пуассона.

Рассмотрим нестационарную динамическую задачу для линейно-вязкоупругого однородного изотропного тела, занимающего область Ω с границей Σ для случая, когда коэффициент Пуассона не зависит от времени: $\nu \equiv \nu_0\ (\mathrm{const})$. Обозначим $T(t)$ ядра объемной и сдвиговой релаксации материала, которые в этом случае одинаковы. Математическую постановку такой задачи составляют уравнения

$$(1-\hat{T})\,\hat{L}\mathbf{u}(\mathbf{x},t)+\mathbf{f}(\mathbf{x},t)=\rho\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x},t)\,; \qquad (1)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{x},t)=(1-\hat{T})\,\hat{l}\,\mathbf{u}(\mathbf{x},t)\,;\quad \mathbf{x}(x_1,x_2,x_3)\in\Omega\,, \qquad (2)$$

граничные условия ($\Sigma=\Sigma_1\bigcup\Sigma_2$)

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}(\mathbf{x},t)\mathbf{n}=\mathbf{p}^{(1)}(\mathbf{x},t)\,,\quad \mathbf{x}\in\Sigma_1\,;\quad \mathbf{u}(\mathbf{x},t)=\mathbf{p}^{(2)}(\mathbf{x},t)\,,\quad \mathbf{x}\in\Sigma_2\,,\quad t>0 \qquad (3)$$

и начальные условия

$$\mathbf{u}(\mathbf{x},0)=\mathbf{b}^{(1)}(\mathbf{x}),\quad \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x},0)=\mathbf{b}^{(2)}(\mathbf{x}),\quad \mathbf{x}\in\Omega\,. \qquad (4)$$

Здесь $\hat{L}$ и $\hat{l}$ – дифференциальные операторы, $\hat{T}$ – интегральный оператор:

$$\hat{L}\mathbf{u}(\mathbf{x},t)=(\lambda_0+\mu_0)\,\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\mathbf{u}(\mathbf{x},t)+\mu_0\Delta\mathbf{u}(\mathbf{x},t)\,; \qquad (5)$$

$$\hat{l}\,\mathbf{u}(\mathbf{x},t)=2\mu_0\,\mathrm{def}\,\mathbf{u}(\mathbf{x},t)+\lambda_0\,\mathrm{div}\,\mathbf{u}(\mathbf{x},t)\,\tilde{\mathbf{I}}\,,\qquad \hat{T}\xi(t)=\int_0^t T(t-\tau)\xi(\tau)\,d\tau\,, \qquad (6)$$

$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ – тензор напряжений; $\mathbf{u}$, $\mathbf{p}^{(1)}$, $\mathbf{p}^{(2)}$, $\mathbf{f}$, $\mathbf{b}^{(1)}$, $\mathbf{b}^{(2)}$ – векторы перемещений, граничных воздействий, объемных сил, начальных перемещений и скоростей; $\mathbf{n}$ – единичная внешняя нормаль; ρ – плотность; Δ – оператор Лапласа; $\tilde{\mathbf{I}}$ – единичный тензор; λ_0,μ_0 – упругие постоянные Ламе; точка обозначает производную по времени t.

Предположим, что область распространения возмущений ограничена, перемещения тела как жесткого целого исключены, ползучесть материала ограничена.

Применим интегральное преобразование Лапласа по времени к уравнениям (1), (2) и граничным условиям (3), принимая во внимание начальные условия (4). С учетом сделанных предположений решение задачи (1)–(6) в изображениях представляется в виде двух слагаемых, одно из которых разлагается в ряд по собственным функциям задачи о свободных колебаниях соответствующего линейно-упругого тела ($T\equiv 0$). Сформулирован ряд утверждений, касающихся точек ветвления и порядка полюсов решения задачи (1)–(6) в изображениях. Некоторые из них являются важным частным случаем более общих утверждений [8].

Рассмотрена ситуация, когда ядро релаксации материала является экспоненциальным двухпараметрическим:

$$T(t)=ae^{-bt}\,,\qquad 0<a<b\,. \qquad (7)$$

Установлено, что при таком ядре особые точки решения в изображениях связаны простым соотношением с особыми точками решения в изображениях для соответствующего упругого тела и находятся из решения кубического уравнения. Сформулированы достаточные условия того, чтобы полюса решения задачи (1)–(6) в изображениях при ядре (7) имели первый порядок, что упрощает выражение для оригинала.

Таким образом, если коэффициент Пуассона не зависит от времени, а ядро релаксации имеет вид (7), то решение задачи (1)–(6) для линейно-вязкоупругого тела (в оригиналах) легко построить, если известно решение соответствующей задачи для упругого тела.

В качестве примера применения предложенного подхода рассмотрена задача о распространении нестационарных волн в поперечном сечении бесконечно длинного линейно-вязкоупругого цилиндра, изначально находящегося в невозмущенном состоянии. Внутренняя поверхность цилиндра жестко заделана, а зависящая от времени нагрузка действует на внешнюю поверхность цилиндра, являясь равномерно распределенной вдоль образующей и обеспечивая условие плоской деформации. Нагрузка, вообще говоря, не является осесимметричной и может иметь как радиальную, так и сдвиговую составляющие и действовать либо на всю поверхность, либо на ее часть. Коэффициент Пуассона материала считается постоянным, а ядро релаксации имеет вид (7).

Решение строится при помощи разложения в ряд Фурье по угловой координате и интегрального преобразования Лапласа по времени. После построения решения в изображениях проводится процедура обращения каждой компоненты ряда Фурье в пространство оригиналов. Для случая, когда зависимость нагрузки от времени имеет характер функции Хевисайда, решение представлено в достаточно простой форме и остается справедливым во всем диапазоне изменения времени без предположения о малости вязкости.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 18-08-00471 а, 17-08-01146а).

Список литературы

1 **Розовский, М. И.** Интегрально-операторный метод в наследственной теории ползучести / М. И. Розовский // Докл. АН СССР. – 1965. – Т. 160. – № 4.– С. 792–795.

2 **Ильясов, М. Х.** Нестационарные вязкоупругие волны / М. Х. Ильясов. – Баку, 2011 –330 с.

3 **Желтков, В. И.** Переходные функции в динамике вязкоупругих тел / В. И. Желтков, Л. А. Толоконников, Н. Г. Хромова // Докл. РАН. – 1993. – Т. 329. – № 6. – С. 718–719.

4 **Лычева Т. Н.** Спектральные разложения в динамических задачах вязкоупругости / Т. Н. Лычева, С. А. Лычев // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 4. – С. 120–150.

5 **Филиппов, И. Г.** Математическая теория колебаний упругих и вязкоупругих пластин и стержней / И. Г. Филиппов, В. Г. Чебан. – Кишинев : Штиинца,1988. – 190 с.

6 **Егорычев, О. А.** Нормальный удар по торцу цилиндрической оболочки / О. А. Егорычев, О. И. Поддаева // Строительная механика и расчет сооружений. – 2006. – № 1. – С. 34–36.

7 **Colombaro, I.** On the propagation of transient waves in a viscoelastic Bessel medium / I. Colombaro, A. Giusti, F. Mainardi // Z. Angew. Math. Phys., 68: 62, DOI: 10.1007/s00033-017-0808-6. (2017).

8 **Пшеничнов, С. Г.** Нестационарные динамические задачи линейной вязкоупругости / С. Г. Пшеничнов // Изв. РАН. МТТ. – 2013. – № 1. – С. 84–96.

УДК 621.3

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ НЕПЛОСКОСТНОСТИ СТЕНКИ ПЛОСКООВАЛЬНОЙ ТРУБЫ ТЕПЛООТВОДЯЩЕГО КАНАЛА НА ВЕЛИЧИНУ ТЕПЛОВОЙ ПРОВОДИМОСТИ ЗОНЫ ЕЕ КОНТАКТА С ОХЛАЖДАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

В. П. РАДЧЕНКО, Д. Л. ВЕНЦЕНОСЦЕВ
Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Рассматривается проблема проектирования эффективных жидкостных систем охлаждения радиоэлектронных компонентов с применением каналов охлаждения плоскоовального сечения. На основе конечно-элементных расчетов исследуется влияние неплоскостности стенок каналов на параметры теплоотведения в рассматриваемых конструкциях. В расчетах учитывается неполное примыкание труб к охлаждаемой поверхности, связанное с отсутствием в конструкции канала центрального отверстия под стягивающие крепежные элементы. Также учитывается