

где  $G$  – функция влияния для сферической оболочки с системой внутренних осцилляторов, представляющая собой нормальные перемещения как решение системы (1), (2) при однородных начальных условиях и внешнем давлении вида  $p = \delta(\tau)\delta(\theta - \xi)$ , где  $\delta(\tau)\delta(\theta - \xi)$  – дельта-функция Дирака.

Для решения уравнения (4) используется преобразование Лапласа

$$w^L(\theta, s) = 2\pi \int_0^\pi G^L(\theta, \xi, s) p^L(\xi, s) \sin \xi d\xi. \quad (5)$$

Функцию  $G^L$  имеет вид

$$G^L(\theta, \xi, s) = G_2^L(\theta, \xi, s) - 2\pi s^2 (s^2 + c^2)^{-1} G_*^L(\xi, s) G_2^L(\theta, \theta_*, s) \sin \theta_*; \quad G_*^L(\xi, s) = G^L(\theta_*, \xi, s); \quad (6)$$

$$G_*^L(\xi, s) = G_2^L(\theta_*, \xi, s) \left( 1 + 2\pi \frac{s^2}{s^2 + c^2} G_2^L(\theta_*, \theta_*, s) \sin \theta_* \right)^{-1}.$$

Здесь  $G_2^L(\theta, \xi, s)$  – изображение функции влияния для оболочки без учета действия осцилляторов [3],  $G_*^L(\xi, s)$  – изображение функции влияния для оболочки с учетом действия осциллятора, закрепленного в точке с угловой координатой  $\theta = \theta_*$ .

Далее, подставляя (6) в (5), находим изображение нормальных перемещений оболочки  $w^L(\theta, s)$  с учетом действия внутренних осцилляторов и внешнего давления  $p$ . Проводя обратное преобразование Лапласа, получаем функцию  $w(\theta, \tau)$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-08-00260 А).

#### Список литературы

- 1 **Mikhailova, E. Yu.** Transient contact problem for liquid filled concentric spherical shells and a rigid barrier / E. Yu. Mikhailova, D. V. Tarlakovskii, G. V. Fedotenkov // Proceedings of the First International Conference on Theoretical, Applied and Experimental Mechanics. – Paphos, Cyprus. – June 17–20. – 2018. – P. 38–391.
- 2 **Горшков, А. Г.** Динамические контактные задачи с подвижными границами / А. Г. Горшков, Д. В. Тарлаковский. – М.: Наука. Физматлит, 1995. – 352 с.
- 3 **Михайлова, Е. Ю.** Нестационарный контакт сферической оболочки и упругого полупространства [Электронный документ] / Е. Ю. Михайлова, Д. В. Тарлаковский, Г. В. Федотенков // Труды МАИ. – 2014. – № 78. – Режим доступа : <http://www.mai.ru/upload/iblock/540/540b786eac60d751a2e5f5b8f745d731.pdf>. – Дата доступа : 20.05.2018.

УДК 539.3

## ПРОБЛЕМЫ РАСЧЕТА ДЕТАЛЕЙ СОПРЯЖЕНИЯ ИЗ КОМПОЗИТОВ В ТРИБОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

*В. В. МОЖАРОВСКИЙ*

*Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Республика Беларусь*

**Краткий обзор литературы.** В настоящее время имеется достаточно большой опыт эксплуатации деталей сопряжения (подшипников скольжения, опор трения, зубчатых колес и т. д.) из композиционных материалов на основе вязкоупругих тканей, стеклянных волокон и других армирующих наполнителей. Однако возрастающие потребности современной инженерной практики требуют создания аналитических и численных методов расчета этих узлов.

Из анализа научно-технической литературы можно сделать вывод о возрастающем интересе к проблеме использования волокнистых композиционных материалов в узлах трения.

Эта проблема является не только актуальной в области механики, но и в других отраслях науки и техники (авиационного, энергетического и космического машиностроения) при разработках инженерных методик расчета сложных конструкций из различных материалов. Коснемся некоторых аспектов исследований в этом направлении. В последнее время предложено ряд математических и физических моделей. Так, в [1] предложена физико-математическая модель, описывающая деформирование и разрушение функционально-градиентных материалов. Математическая модель контакта между цилиндром и функционально-градиентным полупространством представлен Giannakopoulos и Pallot в [2], а трибологические аспекты жесткого штампа подложки в покрытиях были изучены Гюлер и Эрдоган [3].

**Модели контактного взаимодействия волокнистых материалов в трибосистемах.** Прежде чем сделать расчет узлов трения из гетерогенных волокнистых материалов, необходимо выбрать оптимальные модели расчета, разработать схему решений. Следует отметить, что сейчас достигнут значительный прогресс не только в исследованиях механического поведения и прочности композитов, но и в методах получения исходных материалов, способах их обработки, разработке структуры композитов. Это позволило разработать такие композиты, которые могут быть использованы для узлов трибосопряжений, обеспечивающих требуемые износостойкость и жесткость (прочность).

Особое значение приобретает изменение коэффициента трения КМ в зависимости от содержания, свойств волокон и матрицы. Необходимо уметь предсказать (прогнозировать) трибомеханическое поведение в зависимости от модулей упругости отдельных компонентов. Следует учитывать, что если волокна идеально однородны и геометрические характеристики или свойства образующего их материала не изменяются, то трибохарактеристики композита должны непосредственно определяться свойствами материала волокон. Требуется найти оптимальную ориентацию арматуры и создать оптимальный проект, т. е. спроектировать конструкцию, имеющую минимальный коэффициент трения (износ) и массу. Конструкция должна быть изготовлена из композита на основе волокон, которые в заданных условиях имеют лучшие характеристики. В качестве другого критерия, т.е. целевой функции, может быть стоимость материала.

Необходимо исследовать вопрос о том, имеет ли какие-либо преимущества конструкция, армированная волокнами так, что ее упругие характеристики можно считать изотропными, по сравнению с конструкцией, армированной волокнами, уложенными в одном определенном направлении (например, ортотропия или трансверсально-изотропия). При этом важно знать, какая из схем армирования используется наиболее эффективно.

Приведенный ранее обзор современных исследований в области контактного взаимодействия в узлах трения из волокнистых композиционных материалов [5] показывает необходимость создания новых математических моделей, учитывающих расположение волокон в контактирующих телах и их влияния на коэффициент трения.

**Разработка инженерных методов расчета деталей машин из функционально-градиентных композиционных материалов.** В настоящее время создание функционально-градиентных материалов (ФГМ) является перспективным направлением в машиностроении. Технология ФГМ позволяет получать материалы с заданными, различными по объему свойствами. Возьмем, например, создание и расчет зубчатых колес из нового класса ФГМ. Существуют новые технологии создания зубчатых колес, такие как прямое лазерное плавления (DLM), вид процесса – сканирование 3D, метод основан на построении послойного плавления металлического порошка с лазерного сканирования. DLM может непосредственно создать модели – сложные металлические части без использования каких-либо форм и инструментов [4].

**Инженерный метод расчета зубьев зубчатых колес из композиционных функционально-градиентных материалов.** Для расчета зубчатых колес из волокнистых композитов следует учитывать все теоретические и экспериментальные исследования, касающиеся определения зоны контакта при взаимодействии цилиндрических волокнистых элементов (зубьев колес из слоистых и функционально-градиентных материалов), определения максимальных и касательных напряжений с учетом свойств материала, объема содержания волокон в матрице и температуры. Представлены математические модели расчета зубчатых колес из волокнистых композитов.

#### Список литературы

- 1 Герасимов, А. В. Численное моделирование деформирования и разрушения функционально градиентных пористых материалов при взрывном и ударном нагружении / А. В. Герасимов, Р. А. Кректулева // Механика композиционных материалов и конструкций. – 1999. – Т. 5, № 3. – С. 94–106.
- 2 Giannakopoulos, A. E. Two-dimensional contact analysis of elastic graded materials / A. E. Giannakopoulos, P. Pallot // J. Mech. Phys. Solids. – 2000. – No. 48. – P. 1597–1631.
- 3 Guler, M. A. The frictional sliding contact problems of rigid parabolic and cylindrical stamps on graded coatings / M. A. Guler, F. Erdogan // Int. J. Mech. Sci. – 2007. – No. 49. – P. 161–182.
- 4 Sang-Wook Han, Won-Jong Ji, Young-Hoon Moon Hindawi // Publishing Corporation Advances in Mechanical Engineering. – 2014. – Article ID 618464. – P. 1155–1161.
- 5 Choi, S. H. A topological hierarchy-based approach to layered manufacturing of functionally graded / S. H. Choi, H. H. Cheung // Multi-material objects Computers in Industry. – 2009. – Vol. 60. – No. 5. – P. 349–363.