УДК 539.3

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С СИСТЕМОЙ ВНУТРЕННИХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНЕГО ДАВЛЕНИЯ

Е. Ю. МИХАЙЛОВА, Г. В. ФЕДОТЕНКОВ
Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

Д. В. ТАРЛАКОВСКИЙ
НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

Исследуется нестационарное движение тонкой сферической оболочки толщиной h и радиусом R с системой осцилляторов под действием внешнего давления p, симметрично распределенного относительно ее оси в начальный момент времени $\tau = 0$ (рисунок 1).

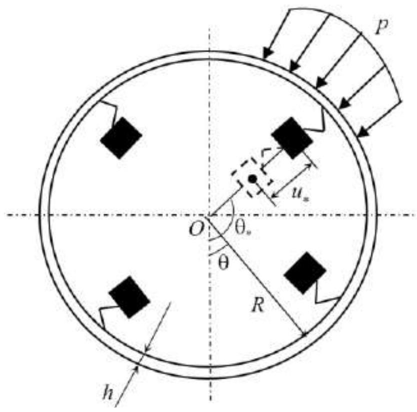

Рисунок 1

Математическая модель динамического процесса включает в себя (все соотношения приведены в безразмерной форме, все линейные величины отнесены к радиусу оболочки):

– уравнения движения оболочки типа уравнений С. П. Тимошенко [1]:

$$\ddot{\mathbf{w}} = \mathbf{Lw} + \mathbf{p},\ \mathbf{w} = (u, w, \chi)^T;\ \mathbf{L} = (L_{ij})_{3\times3};\ \mathbf{p} = (0, p, 0)^T; \quad (1)$$

$$L_{11} = \left(\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + \mathrm{ctg}\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \eta^2\left(2 - k^2\right) - \frac{1}{\sin^2\theta};$$

$$L_{12} = \left[2\left(1-\eta^2\right) + \eta_2^2 k^2\right]\frac{\partial}{\partial\theta},\ L_{13} = -\gamma^2\left(\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + \mathrm{ctg}\theta\frac{\partial}{\partial\theta} - \frac{1}{\sin^2\theta}\right) + \eta_2^2 k^2;$$

$$L_{21} = -\left[2\left(1-\eta^2\right) + \eta^2 k^2\right]\left(\frac{\partial}{\partial\theta} + \mathrm{ctg}\theta\right),\ L_{22} = \eta^2 k^2\left(\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + \mathrm{ctg}\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) - 4\left(1-\eta^2\right);$$

$$L_{23} = \eta^2 k^2\left(\frac{\partial}{\partial\theta} + \mathrm{ctg}\theta\right),\ L_{31} = \gamma^{-2}L_{13},\ L_{32} = -\eta^2 k^2\gamma^{-2}\frac{\partial}{\partial\theta},\ L_{33} = -\gamma^{-2}L_{13},\ k^2 = \frac{5}{6},$$

где u, w, χ – тангенциальные, нормальные перемещения и угол попорота сечения, нормального к срединной поверхности за счет сдвиговых деформаций; $\eta = c_2/c_1$; c_1, c_2 – скорости распространения волн растяжения-сжатия и сдвига в материале оболочки; точками обозначены производные по безразмерному времени $\tau = c_1 t/R$; t – размерное время;

– уравнение движения осциллятора

$$\ddot{u}_* + c^2\left(u_* - w_*\right) = 0,\ P(\tau) = u_* - w_*,\ w_*(\tau) = w(\theta_*, \tau), \quad (2)$$

где $c^2 = c'R^2/c_1^2 m$, $P = P'/cR$; c' – размерная жесткость пружины; m – масса осциллятора; P' – размерная сила, действующая на оболочку со стороны осциллятора; u_* – радиальное смещение осциллятора относительно его точки крепления к оболочке; w_* – нормальные перемещения оболочки в точке крепления осциллятора;

– начальные условия:

$$u|_{\tau=0} = w|_{\tau=0} = \chi|_{\tau=0} = 0,\ \dot{u}|_{\tau=0} = \dot{w}|_{\tau=0} = \dot{\chi}|_{\tau=0} = 0,\ u_*|_{\tau=0} = \dot{u}_*|_{\tau=0} = 0. \quad (3)$$

Для решения данной задачи получено разрешающее уравнение, базирующееся на принципе суперпозиции [2]:

$$w(\theta, \tau) = 2\pi\int_0^\tau\int_0^\pi G(\theta, \xi, \tau - t)\, p(\xi, t)\sin\xi d\xi dt, \quad (4)$$

где G – функция влияния для сферической оболочки с системой внутренних осцилляторов, представляющая собой нормальные перемещения как решение системы (1), (2) при однородных начальных условиях и внешнем давлении вида $p = \delta(\tau)\delta(\theta - \xi)$, где $\delta(\tau)\delta(\theta - \xi)$ – дельта-функция Дирака.

Для решения уравнения (4) используется преобразование Лапласа

$$w^L(\theta, s) = 2\pi \int_0^\pi G^L(\theta, \xi, s)\, p^L(\xi, s) \sin\xi d\xi. \tag{5}$$

Функцию G^L имеет вид

$$G^L(\theta,\xi,s) = G_2^L(\theta,\xi,s) - 2\pi s^2 \left(s^2 + c^2\right)^{-1} G_*^L(\xi,s) G_2^L(\theta,\theta_*,s)\sin\theta_*;\ G_*^L(\xi,s) = G^L(\theta_*,\xi,s);$$
$$G_*^L(\xi,s) = G_2^L(\theta_*,\xi,s)\left(1 + 2\pi \frac{s^2}{s^2+c^2} G_2^L(\theta_*,\theta_*,s)\sin\theta_*\right)^{-1}. \tag{6}$$

Здесь $G_2^L(\theta,\xi,s)$ – изображение функции влияния для оболочки без учета действия осцилляторов [3], $G_*^L(\xi,s)$ – изображение функции влияния для оболочки с учетом действия осциллятора, закрепленного в точке с угловой координатой $\theta = \theta_*$.

Далее, подставляя (6) в (5), находим изображение нормальных перемещений оболочки $w^L(\theta,s)$ с учетом действия внутренних осцилляторов и внешнего давления p. Проводя обратное преобразование Лапласа, получаем функцию $w(\theta,\tau)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 16-08-00260 А).

Список литературы

1 **Mikhailova, E. Yu.** Transient contact problem for liquid filled concentric spherical shells and a rigid barrier / E. Yu. Mikhailova, D. V. Tarlakovskii, G. V. Fedotenkov // Proceedings of the First International Conference on Theoretical, Applied and Experimental Mechanics. – Paphos, Cyprus. – June 17–20. – 2018. – P. 38–391.

2 **Горшков, А. Г.** Динамические контактные задачи с подвижными границами / А. Г. Горшков, Д. В. Тарлаковский. – М. : Наука. Физматлит, 1995. – 352 с.

3 **Михайлова, Е. Ю.** Нестационарный контакт сферической оболочки и упругого полупространства [Электронный документ] / Е. Ю. Михайлова, Д. В. Тарлаковский, Г. В. Федотенков // Труды МАИ. – 2014. – № 78. – Режим доступа : http://www.mai.ru/upload/iblock/540/540b786eac60d751a2e5f5b8f745d731.pdf. – Дата доступа : 20.05.2018.

УДК 539.3

ПРОБЛЕМЫ РАСЧЕТА ДЕТАЛЕЙ СОПРЯЖЕНИЯ ИЗ КОМПОЗИТОВ В ТРИБОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В. В. МОЖАРОВСКИЙ
Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Республика Беларусь

Краткий обзор литературы. В настоящее время имеется достаточно большой опыт эксплуатации деталей сопряжения (подшипников скольжения, опор трения, зубчатых колес и т. д.) из композиционных материалов на основе вискозных тканей, стеклянных волокон и других армирующих наполнителей. Однако возрастающие потребности современной инженерной практики требуют создания аналитических и численных методов расчета этих узлов.

Из анализа научно-технической литературы можно сделать вывод о возрастающем интересе к проблеме использования волокнистых композиционных материалов в узлах трения.

Эта проблема является не только актуальной в области механики, но и в других отраслях науки и техники (авиационного, энергетического и космического машиностроения) при разработках инженерных методик расчета сложных конструкций из различных материалов. Коснемся некоторых аспектов исследований в этом направлении. В последнее время предложено ряд математических и физических моделей. Так, в [1] предложена физико-математическая модель, описывающая деформирование и разрушение функционально-градиентных материалов. Математическая модель контакта между цилиндром и функционально-градиентным полупространством представлен Giannakopoulos и Pallot в [2], а трибологические аспекты жесткого штампа подложки в покрытиях были изучены Гюлер и Эрдоган [3].