

В настоящем докладе предложено для предварительной верификации результатов моделирования использовать упрощенные тестовые задачи, которые могут быть легко воспроизведены и исследованы экспериментально на образцах простой формы. В частности, рассмотрен ряд модельных задач о синтезе изделий в виде тонких пластин и тонкостенных цилиндрических оболочек. В качестве тестового условия, которое может быть установлено на основе расчетов и одновременно проверено экспериментально, предложено использовать условие потери устойчивости рассматриваемых образцов при неравномерном нагреве, который реализуется в процессе синтеза. На основе аналитических и численных конечно-элементных расчетов показано, что предложенная тестовая проверка может быть реализована экспериментально для типовых режимов синтеза изделий из стали и алюминия. Выполнение такой проверки может позволить сделать вывод о достоверности применяемых методов моделирования и о правильности выбранных параметров моделей.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (ФЦП «Исследования и разработки», соглашение № 14.577.21.0280, RFMEFI57717X0280).

УДК 539.4

НАГРУЖЕНИЕ ТРЕХСЛОЙНЫХ КРУГОВЫХ ПЛАСТИН ДИНАМИЧЕСКИМИ ПАРАБОЛИЧЕСКИМИ НАГРУЗКАМИ

Д. В. ЛЕОНЕНКО

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Широкое применение в интенсивно развивающихся отраслях строительства и промышленности (авиа-, ракетостроение, транспортное машиностроение, реакторное оборудование) находят слоистые композитные элементы конструкций.

Здесь рассматриваются малые осесимметричные поперечные колебания несимметричной по толщине упругой трехслойной пластинки круговой формы, возбужденные параболическими нагрузками, имеющими локальный характер.

Постановка задачи и ее решение проводятся в цилиндрической системе координат r, φ, z . Заполнитель считаем легким, т. е. пренебрегаем его работой в тангенциальном направлении. Внешняя вертикальная нагрузка не зависит от координаты φ : $q = q(r, t)$. На контуре пластинки предполагается наличие жесткой диафрагмы, препятствующей относительному сдвигу слоев. В дальнейшем перемещения $w(r, t)$, $\psi(r, t)$, $u(r, t)$ считаем искомыми.

При описании вынужденных колебаний рассматриваемой пластинки внешняя нагрузка $q(r, t)$ и искомый прогиб $w(r, t)$ представляются в виде следующих разложений в ряд по системе собственных ортонормированных функций $v_n \equiv v(\beta_n, r)$:

$$q(r, t) = M \sum_{n=0}^{\infty} v_n q_n(t), \quad w(r, t) = \sum_{n=0}^{\infty} v_n T_n(t), \quad v_n \equiv \frac{1}{d_n} \left[J_0(\beta_n r) - \frac{J_0(\beta_n r_0)}{I_0(\beta_n r_0)} I_0(\beta_n r) \right].$$

Здесь

$$q_n(t) = \frac{1}{M} \int_0^{r_0} q(r, t) v_n r dr, \quad \int_0^{r_0} v_m v_n r dr = \begin{cases} 1, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases}. \quad (1)$$

Рассмотрим несколько случаев локального внешнего осесимметричного силового воздействия на пластинку.

1 Параболическая нагрузка, направленная выпуклостью вверх, действует на круговую часть поверхности пластины, ограниченную окружностью $r = b$. Тогда ее можно записать так:

$$q(r, t) = q_0(t) H_0(b-r) \left(1 - \left(\frac{r}{b} \right)^2 \right). \quad (2)$$

Подставляя (2) в формулу (1) параметров разложения нагрузки в ряд, получаем следующее выражение:

$$q_n(t) = \frac{2q_0(t)}{M_0 d_n \beta_n^2} \left[J_2(\beta_n b) - \frac{J_0(\beta_n r_0)}{I_0(\beta_n r_0)} I_2(\beta_n b) \right].$$

2 Параболическая нагрузка направлена выпуклостью вниз и действует на круговую часть поверхности пластины, ограниченную окружностью радиуса $r = a$. Тогда

$$q(r, t) = q_0(t)H_0(a - r)\left(1 - \frac{r}{a}\right)^2.$$

Отсюда

$$q_n(t) = \frac{4q_0(t)}{M_0 d_n \beta_n^3 a} \left[\sum_{n=1}^{\infty} J_{2n+1}(\beta_n a) + \frac{J_0(\beta_n r_0)}{I_0(\beta_n r_0)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n I_{2n+1}(\beta_n a) \right].$$

Вывод. По результатам проведенных исследований, с точки зрения прочности, при одинаковой равнодействующей вогнутые параболические нагрузки являются наиболее, а прямоугольные – наименее опасными.

УДК 539.3

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СФЕРИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ С ОДНОРОДНОЙ ПРЕГРАДОЙ В ГРУНТЕ

Н. А. ЛОКТЕВА

Московский авиационный институт, Российская Федерация

Д. В. ТАРЛАКОВСКИЙ

НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

Рассматривается, шарнирно опертая прямоугольная пластина, окруженная с двух сторон средами «1» и «2» (рисунок 1). Среда представляет из себя однородный грунт, что позволяет в качестве их моделей использовать однородную изотропную среду. В среде «1» индуцируется сферическая гармоническая волна, которая взаимодействует с преградой. В качестве модели пластины используется декартова система координат $Oxyz$, при этом предполагается, что плоскость Oxy для пластины является срединной, а ось Oz направлена в глубину среды «2».

На пластину набегают гармоническая сферическая волна с амплитудой давления на фронте p_* и частотой ω . В результате ее взаимодействия с пластиной в окружающих средах «1» и «2» возбуждаются давления с амплитудами p_1 и p_2 соответственно.

Основной целью является определение виброускорения, возникающее в среде «2» в результате взаимодействия волн и пластины. Необходимо определить координаты и модуль виброускорения:

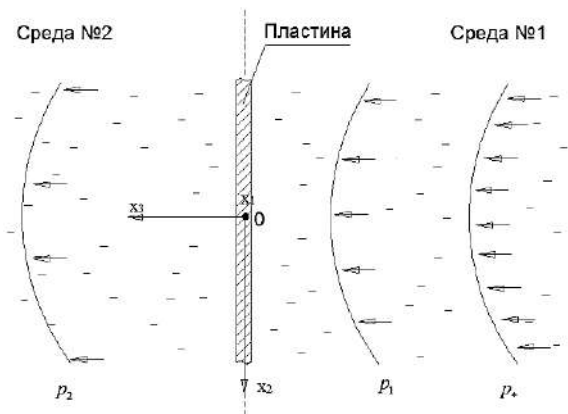


Рисунок 1

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}. \quad (1)$$

Будем считать, что все функции, входящие в уравнения движения преграды и среды, меняются по гармоническому закону.

В качестве преграды рассматривается пластина типа Тимошенко С.П. [1]. Все, входящие в уравнения Тимошенко С. П., функции раскладываются в тригонометрические ряды таким образом, чтобы выполнялись граничные условия, соответствующие шарнирному закреплению краев пластины. В результате разложения в тригонометрические ряды получается следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} -\rho h \omega^2 w_{nm} + \mu h k^2 (\lambda_n \chi_{1nm} + \lambda_n^2 w_{nm}) + \mu h k^2 (\lambda_m \chi_{2nm} + \lambda_m^2 w_{nm}) - (p_{1nm} + p_{2nm}) &= 0; \\ -\rho I \omega^2 \chi_{1nm} + I(\lambda + 2\mu) \lambda_n^2 \chi_{1nm} + I(\lambda + \mu) \lambda_n \lambda_m \chi_{2nm} + \mu I \lambda_m^2 \chi_{1nm} + \mu h k^2 (\chi_{1nm} + \lambda_n w_{nm}) &= 0; \\ -\rho I \omega^2 \chi_{2nm} + I(\lambda + 2\mu) \lambda_m^2 \chi_{2nm} + I(\lambda + \mu) \lambda_n \lambda_m \chi_{1nm} + \mu I \lambda_n^2 \chi_{2nm} + \mu h k^2 (\chi_{2nm} + \lambda_m w_{nm}) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$