

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ОПЕРАЦИЙ СОРТИРОВКИ КОНТЕЙНЕРОВ НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ СТАНЦИИ

О. И. ДУГИНОВ

*Белорусский государственный университет, г. Минск*

Увеличение объема грузов, отправляемых в контейнерах на Белорусской железной дороге, приводит к возрастанию количества контейнерных поездов. Если на станцию прибывают составы платформ с большегрузными контейнерами, то их сортировка возможна с помощью перегружателей. Данная операция выполняется путем перестановки контейнеров с платформы на платформу или через сортировочную площадку. Рассмотрим работу контейнерной площадки, оборудованной двумя перегружателями. На данную площадку прибывают контейнерные поезда с выгрузкой контейнеров на автомобили.

Формулировка и методы решения варианта задачи оптимизации операций погрузки-разгрузки контейнеров на терминале железнодорожной станции были предложены в работе [1]. Особенность предлагаемого варианта задачи состоит в том, что для каждого перегружателя имеются парковочные места грузовых автомобилей, которые другому недоступны.

Алгоритм решения данной задачи состоит в следующем. Пусть на контейнерном терминале имеется три железнодорожных пути и площадка для парковки автомобилей (рисунок 1).

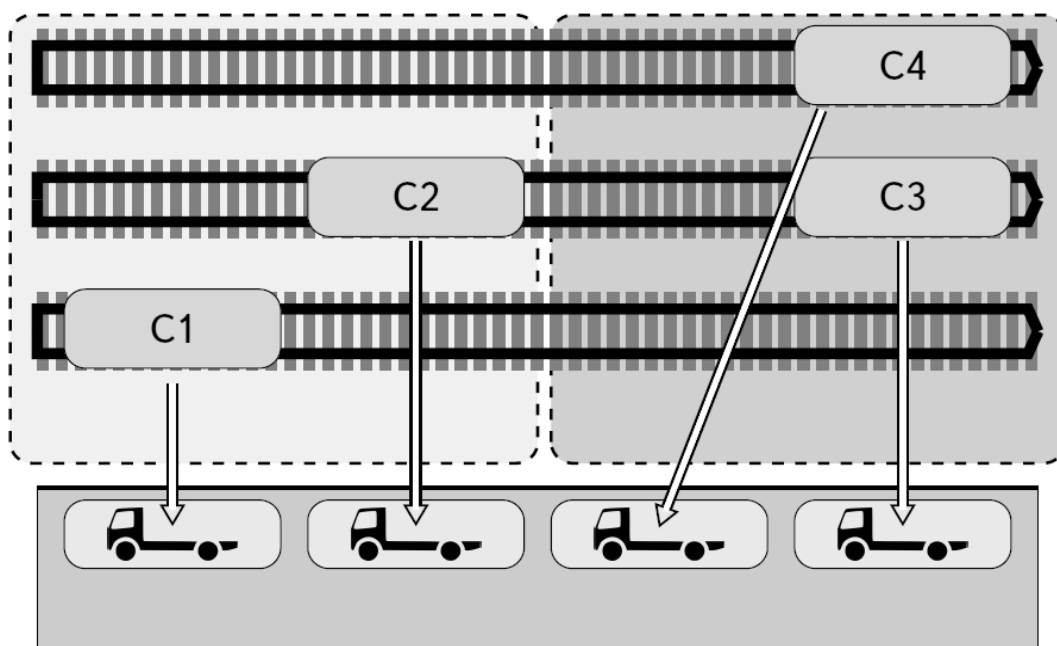


Рисунок 1 – Схематическое изображение разгрузочно-погрузочного терминала железнодорожной станции:  
C1–C4 – контейнеры, перемещаемые на грузовые автомобили

Терминал разбит на непересекающиеся области, обслуживаемые каждым из перегружателей. Выбранный кран перемещает лишь те контейнеры, которые находятся в его области, и только на доступные ему парковочные места. Для каждого контейнера известно время, необходимое для его перемещения на парковочные места. Требуется минимизировать время обработки партии составов, что равносильно минимизации времени работы крана, завершающего работу последним. Сформулированная задача допускает постановку в терминах теории графов.

Задан двудольный граф  $G = (V, E)$ , т. е. граф, множество вершин которого можно разбить на два подмножества  $U$  и  $W$  таким образом, что ребра графа соединяют вершины из разных подмножеств. Вершины множества  $U$  – контейнеры, вершины множества  $W$  – парковочные места автомобилей.

Для определенности будем предполагать, что  $|W| \leq |U|$ . Вершины  $u \in U$  и  $w \in W$  соединены ребром в графе  $G$  тогда и только тогда, когда кран, который работает с контейнером  $u$ , может переместить контейнер  $u$  на парковочное место  $w$ . Для каждого ребра  $e = \{u, w\}$  задано число  $t(e)$  – длительность перемещения контейнера  $u$  на парковочное место  $w$ . Множество  $U$  разбито на  $p$  подмножеств  $U_1, U_2, \dots, U_p$ , называемых компонентами,  $p \geq 1$ .

Подмножество  $M \subseteq E$  ребер графа  $G$ , в котором любые два ребра  $e = \{u_1, w_1\}$  и  $e = \{u_2, w_2\}$  не имеют общих концевых вершин (т. е.  $u_1 \neq u_2$  и  $w_1 \neq w_2$ ), называется паросочетанием графа  $G$ . Паросочетание  $M$  графа  $G$  называется максимальным, если в графе  $G$  нет другого паросочетания с большим числом ребер, которое содержит  $M$ . Зафиксируем в графе  $G$  произвольное максимальное паросочетание  $M$ . Определим вес компоненты  $U_i$  как сумму весов ребер из  $M$  с концевой вершиной, принадлежащей этой компоненте:

$$t(U_i) = \sum_{\substack{\{u,w\} \in M \\ u \in U_i}} t(\{u,w\}).$$

Максимальным весом паросочетания  $M$  будем называть максимальный из весов компонент

$$t(M) = \max_{1 \leq i \leq p} t(U_i).$$

Задача состоит в том, чтобы в графе  $G$  найти максимальное паросочетание с наименьшим максимальным весом.

Сформулируем рассматриваемую задачу в виде задачи целочисленного линейного программирования. Для каждого ребра  $\{u, w\} \in E$  определим переменную  $x_{uw}$ , которая принимает значения из множества  $\{0, 1\}$ . Общий алгоритм решения задачи имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} b &\rightarrow \min \\ \sum_{\substack{\{u,w\} \in E \\ u \in U_i}} x_{uw} &\leq b, \quad \forall i = 1, \dots, p \\ \sum_{\{u,w\} \in E} x_{uw} &\leq 1, \quad \forall u \in U \\ \sum_{\{u,w\} \in E} x_{uw} &= 1, \quad \forall w \in W \\ 0 \leq x_{uw} &\leq 1, \quad \forall \{u, w\} \in E \\ x_{uw} &\in \mathbb{Z}, \quad \forall \{u, w\} \in E \end{aligned}$$

Для решения подобных задач целочисленного линейного программирования существует ряд программных пакетов, включая такие широко известные, как CPLEX, FortMP, Gurobi [3].

Другим подходом к решению рассматриваемой задачи является метод динамического программирования на древесной декомпозиции графа [4, 5]. Идея состоит в том, чтобы на основе известных методов [6] декомпонировать граф  $G$ , и, используя стандартную технику динамического программирования на древесной структуре [4, 5], решить задачу.

#### Список литературы

- 1 **Barketau, M. S.** Minimizing maximum weight of subsets of a maximum matching in a bipartite graph / M. S. Barketau, E. Pesch, Ya. M. Shafransky // *Discrete Applied Mathematics*. – 2015. – Vol. 196. – P. 4–19.
- 2 **Boysen, N.** New bounds and algorithms for the transshipment yard scheduling problem / N. Boysen, F. Jaehn, E. Pesch // *Journal of Scheduling*. – 2012. – Vol. 15. – P. 499–511.
- 3 **Newman, A. M.** A survey of linear and mixed-integer optimization tutorials / A. M. Newman, M. Weiss // *INFORMS Transactions on Education*. – 2013. – Vol. 14. – P. 26–38.
- 4 **Hicks, I. V.** Branch and tree decomposition techniques for discrete optimization / I. V. Hicks, A. M. C. Koster, E. Kolotglu // *Tutorials in operations research*. – 2005. – P. 1–29.
- 5 **Bodlaender, H.** Combinatorial Optimization on Graphs of Bounded Treewidth / H. Bodlaender, A. M. C. Koster // *The computer journal*. – 2008. – Vol. 51. – P. 255–269.
- 6 **Matousek, J.** Algorithms finding tree-decompositions of graphs / J. Matousek, R. Tomas // *Journal of Algorithms*. – 1991. – Vol. 12. – P. 1–22.