

## РАСЧЕТ РЕАКТИВНЫХ ДАВЛЕНИЙ И ФАКТИЧЕСКОЙ ЗОНЫ КОНТАКТА В ШАРНИРНОМ УЗЛЕ БАЛКИ, ОПИРАЕМОЙ НА СТЕНЫ

П. Д. СКАЧЁК

*Белорусский национальный технический университет, г. Минск*

Рассматриваются шарнирные узлы опирания балок на стену (рисунок 1). Задачами расчета являются: определить область контакта, построить поверхности контактных напряжений и вертикальных перемещений при различных показателях гибкости, установить зависимость между максимальным изгибающим моментом в балке от размеров контактной зоны.

Принимаются следующие допущения:

- для балки справедливы гипотезы изгиба;
- стены моделируются в виде упругого четвертьпространства;
- связи Б. Н. Жемочкина принимаются односторонними, работающими только на сжатие;
- в зоне контакта не учитываются касательные напряжения.

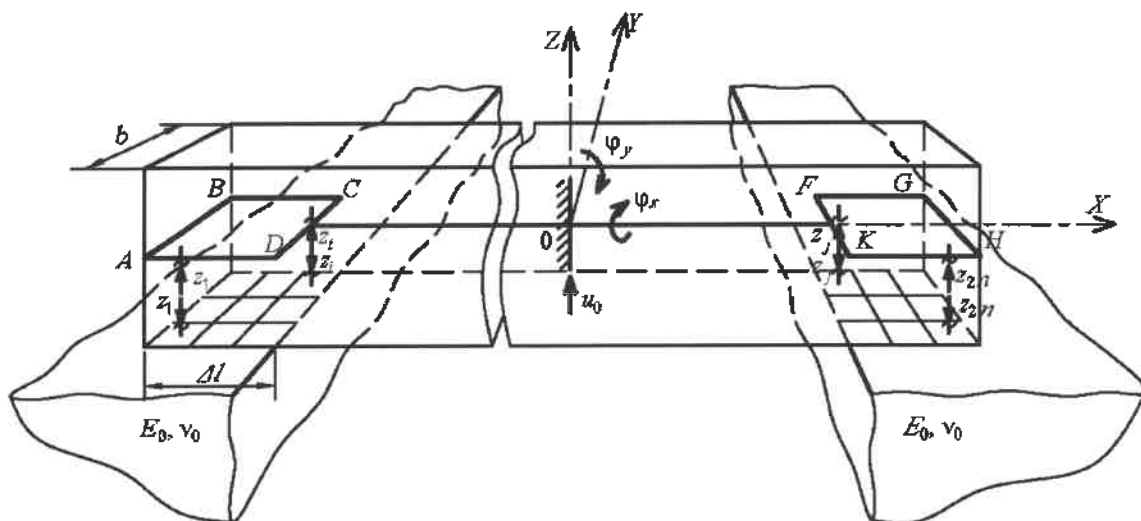


Рисунок 1 – Расчетная схема балки:

$ABCD$  и  $KFGH$  – элементы срединной плоскости балки;  $XOY$  – система координат, начало которой совпадает с серединой пролета балки, ось  $X$  – направлена вдоль продольной оси балки; ось  $Y$  – горизонтальная ось, перпендикулярная оси  $X$ ; ось  $Z$  – вертикальная ось, перпендикулярная оси  $X$ ;  $b$  – ширина балки;  $\Delta l$  – глубина опирания балки;  $E_0, \nu_0$  – модуль деформаций и коэффициент Пуассона упругого четвертьпространства;  $u_0, \varphi_x, \varphi_y$  – вертикальное и угловые перемещения середины балки относительно осей  $X$  и  $Y$  соответственно;  $z_i$  – усилия в связи Б. Н. Жемочкина;  $n$  – количество участков Б. Н. Жемочкина в одном узле

На расчетной схеме балка изображается ее продольной осью. В местах контакта со стенами балка заменяется срединными плоскостями  $ABCD$  и  $KFGH$ , жесткость которых в направлении оси  $Y$  принимается бесконечной. Расчет выполняется методом Б.Н. Жемочкина. Для этого область контакта разбивается на прямоугольные участки (участки Б. Н. Жемочкина) (см. рисунок 1). Предполагается, что контакт балки и стен осуществляется через жесткие односторонние связи, устанавливаемые в середине каждого участка Б. Н. Жемочкина. Принимается, что усилия  $z_i$  в связях Б. Н. Жемочкина вызывают равномерное распределение контактных напряжений по участку Б. Н. Жемочкина. В середине пролета балки вводится условное защемление, препятствующее вертикальному перемещению  $u_0$  и угловым перемещениям  $\varphi_x, \varphi_y$  относительно осей  $X$  и  $Y$  соответственно. Полученная статически неопределимая система считается смешанным методом строительной механики, где за основные неизвестные принимаются усилия  $z_i$  в связях Б. Н. Жемочкина и перемещения во введенном защемлении  $u_0, \varphi_x, \varphi_y$ .

По расчетной схеме составляется система линейных алгебраических уравнений (1) смешанного метода строительной механики:

$$\begin{cases}
\delta_{1,1}z_1 + \dots + \delta_{1,n}z_n + u_0 + \varphi_x \cdot y_1 + \varphi_y \cdot x_1 + \Delta_{1,F} = 0; \\
\dots \\
\delta_{n,1}z_1 + \dots + \delta_{n,n}z_n + u_0 + \varphi_x \cdot y_n + \varphi_y \cdot x_n + \Delta_{n,F} = 0; \\
\delta_{n+1,n+1}z_{n+1} + \dots + \delta_{n+1,2n}z_{2n} + u_0 + \varphi_x \cdot y_{n+1} + \varphi_y \cdot x_{n+1} + \Delta_{n+1,F} = 0; \\
\dots \\
\delta_{2n,n+1}z_{n+1} + \dots + \delta_{2n,2n}z_{2n} + u_0 + \varphi_x \cdot y_{2n} + \varphi_y \cdot x_{2n} + \Delta_{2n,F} = 0; \\
-\sum_{i=1}^{2n} z_i + R_F = 0; -\sum_{i=1}^{2n} z_i \cdot y_i + M_{xF} = 0; -\sum_{i=1}^{2n} z_i \cdot x_i + M_{yF} = 0,
\end{cases} \quad (1)$$

где  $\delta_{i,j}$  – перемещение точки  $i$  от действия единичной силы, приложенной в точке  $j$ ;  $z_i$  – неизвестное усилие в связи  $i$  Б.Н. Жемочкина;  $u_0$ ,  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$  – неизвестные вертикальное и угловые перемещения во введенном защемлении;  $(x_i, y_i)$  – координаты центра тяжести участка Б. Н. Жемочкина с номером  $i$ ;  $\Delta_{i,F}$  – перемещение точки  $i$  от действия внешней нагрузки  $F$ ;  $R_F$  – реакция во введенном защемлении от действия внешней нагрузки  $F$ ;  $M_{xF}$ ,  $M_{yF}$  – реактивные моменты относительно осей  $X$  и  $Y$  от действия внешней нагрузки  $F$ , соответственно;  $n$  – количество участков Б. Н. Жемочкина в одном узле.

После вычисления коэффициентов  $\delta_{i,j}$  и свободных членов формируется матрица и вектор-столбец свободных членов системы уравнений (1). Далее решается СЛАУ (1) матричным методом. В результате имеем найденный вектор-столбец неизвестных  $\bar{z}$ , в котором первые  $2n$  компонент – усилия в связях Б. Н. Жемочкина, а оставшиеся три компоненты – перемещения во введенном защемлении.

Среди первых  $2n$  компонент будут как положительные, так и отрицательные. Первые свидетельствуют о том, что усилие в связи Б. Н. Жемочкина – усилие сжатия, вторые – усилие в связи Б. Н. Жемочкина – усилие растяжения. Однако, согласно введенному допущению, что связи односторонние, работающие только на сжатие, следует «отрицательные» связи исключить из работы. Так как расчетная схема балки статически неопределимая, то выключение из работы одной из связей вызывает перераспределение усилий в других связях. Таким образом, итерационный процесс состоит в последовательном «выключении» из работы «отрицательных» связей с пересчетом вектора-столбца неизвестных  $\bar{z}$  на каждой итерации. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока первые  $2n$  компонент вектора  $\bar{z}$  не примут неотрицательные значения и на границе отрыва не будут тождественно равняться нулю.

По картине оставшихся связей Б. Н. Жемочкина судят о фактической области контакта балки и стен. Для построения поверхности напряжений равномерно распределяют найденные усилия по соответствующему участку Б. Н. Жемочкина.

Результаты выполненного исследования:

1 Приведен итерационный процесс определения области контакта, основным критерием останова которого являются положительные компоненты найденного вектора неизвестных  $\bar{z}$ .

2 Получены решения контактной задачи при различных показателях гибкости  $\lambda$  и установлено, что с увеличением данного показателя фактическая область контакта опираемых конструкций уменьшается.

3 Построены изолинии вертикальных перемещений точек поверхности упругого четвертьпространства. Установлено, что в предельном случае при  $\lambda=0$  решение соответствует вдавливанию жесткого штампа в упругое четвертьпространство.

4 Численно установлено влияние размеров области контакта на величины расчетного пролета балки и максимального изгибающего момента.