с осями d = 36 мм, e = 26 мм. Обшивка панели имеет следующий формат укладки: [+45°/-45°/0°/90°/0°/0°/+45°/-45°/-45°/+45°/0°/0°/90°/0°/-45°/+45°]. Стрингер представляет собой единую деталь, состоящую из двух половинок L-образного сечения, выполненных из ПКМ.

В процессе формования цельной конструкции в местах стыковки стрингера и обшивки прокладывается технологический элемент – жгут. В рамках данной работы вопросы прочности межслоевого соединения половинок стрингеров, а также мест соединения со жгутом и обшивкой не рассматриваются. Формат укладки стрингера: [+45°/-45°/90°/0°/+45°/-45°/-45°/+45°/0°/90°/-45°/+45°].

В качестве внешней нагрузки рассматривается нестационарное воздействие взрывного характера с энергией взрыва E = 209,2 кДж. Эпицентр взрыва расположен на расстоянии 500 мм от внешней поверхности панели. Взрывная волна имеет сферическую форму. В качестве граничных условий в обоих случаях используется шарнирное опирание вдоль длинных кромок.

Обе рассматриваемые в работе панели изготовлены из углепластика на основе препрега HexPly M21/34%/UD194/IMA (углеродная лента IMA на основе высокопрочного волокна HexTow IMA-12K и эпоксидное модифицированное связующее M21) производства фирмы Hexcel Composites (США), технология изготовления – автоклавная. Толщина монослоя: h = 0,184 мм.

Предполагается, что известны следующие физико-механические характеристики монослоя: модуль упругости в продольном направлении, модуль упругости в поперечном направлении, коэффициент Пуассона, характеризующий поперечное сжатие в продольном направлении, модуль упругости при сдвиге в плоскости листа, плотность. Приведенные механические характеристики соответствуют режиму испытаний RTD (Root Temperature Dry) – испытания композитов при комнатной температуре +23 °С и влажности в состоянии поставки (состояние, в котором находятся образцы сразу после изготовления, содержание влаги в них не превышает 10 % от максимального влагонасыщения при относительной влажности 85 %). Все исходные данные получены от производителя и являются паспортными.

Задача решается с помощью метода конечных элементов (МКЭ) в программном комплексе LS-DYNA (Lawrence Livermore National Laboratory). Для обеспечения равенства прогибов и углов поворота слоёв обшивки и стрингеров используется клеевой контакт «AUTOMATIC_ONE_WAY_SURFACE_TO_SURFACE_TIEBREAK», в местах расположения повреждений присутствует односторонний контакт, который учитывает взаимодействие между зонами расслоений: «AUTOMATIC_SURFACE_TO_SURFACE». Формулировка конечных элементов: «Belytschko-Tsay». Для решения используется явная схема интегрирования полной системы уравнений.

В результате решения определяются: поле давления, действующее на внешнюю поверхность панели в случае взрывного воздействия, поля перемещений и действующих напряжений в слоях. На основе напряжённого состояния определяется распределение индекса разрушения f (разрушение монослоя наступает при f = 1) по следующим критериям разрушения, позволяющим отдельно оценивать прочность матрицы и волокна: Hashin, Chang-Chang, Puck, LaRC03. На основе распределения индексов разрушения определяются коэффициенты запаса прочности в различные моменты времени.

Проводится сравнение напряжённого состояния и распределения индексов разрушения и коэффициентов запаса прочности для различных расположений повреждений (в зонах между стрингерами и под стрингером) и в случаях отсутствия повреждений между слоями. Проводится сравнительный анализ количественного и качественного распределения индексов разрушения по вышеуказанным критериям разрушения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 18-08-01153 А).

УДК 624.131.3

ПОСТРОЕНИЕ ЧИСЛЕННОГО АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ ГРУНТОВЫХ СРЕД В НЕОРТОГОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

В. Ф. МЕЙШ
Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, г. Киев

Ю. А. МЕЙШ
Национальный транспортный университет, г. Киев, Украина

Рассматривается задача динамики грунтовых сред в неортогональной системе координат. Согласно [3], уравнения движения среды в произвольной системе координат в физических величинах имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\frac{v_1}{\sqrt{a_{11}}}\right)+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial r}\left(\sqrt{g}\frac{T_{11}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{11}}}\right)+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\sqrt{g}\frac{T_{12}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{22}}}\right)+\Gamma_{11}^1\frac{T_{11}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{11}}}+$$

$$\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\sqrt{g}\frac{T_{12}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{22}}}\right)+\Gamma_{11}^1\frac{T_{11}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{11}}}+2\Gamma_{12}^1\frac{T_{12}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{22}}}+\Gamma_{22}^1\frac{T_{22}}{\sqrt{a_{22}}\sqrt{a_{22}}}=0;$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\frac{v_2}{\sqrt{a_{22}}}\right)+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial r}\left(\sqrt{g}\frac{T_{12}}{\sqrt{a_{22}}\sqrt{a_{11}}}\right)+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\sqrt{g}\frac{T_{22}}{\sqrt{a_{22}}\sqrt{a_{22}}}\right)+\Gamma_{11}^2\frac{T_{11}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{11}}}+ \quad (1)$$

$$+2\Gamma_{12}^2\frac{T_{12}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{22}}}+\Gamma_{22}^2\frac{T_{22}}{\sqrt{a_{22}}\sqrt{a_{22}}}=0;$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{a_{11}}}\rho v_1\right)+\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{a_{22}}}\rho v_2\right)=0;$$

$$T_{11}=(\rho v_1^2+P),\quad T_{22}=(\rho v_2^2+P),\ T_{12}=\rho v_1 v_2;\qquad g=a_{11}a_{22}-a_{12}^2;$$

где r; φ – пространственные координаты; t – временная координата; $v_1(r,\varphi,t)$ – компонента вектора скорости $\bar{v}$ в направлении координаты r; $v_2(r,\varphi,t)$ – компонента вектора скорости $\bar{v}$ в направлении координаты φ; $\rho(r,\varphi,t)$ – плотность среды; $P(r,\varphi,t)$ – давление в среде; a_{ij} – коэффициент первой квадратичной формы; Γ_{ij}^k $(i, j, k=1, 2)$ – символы Кристофеля II рода, отвечающие за геометрию области в неортогональной криволинейной системе координат [3].

Уравнения движения среды (1) дополняются уравнением состояния грунта. Грунт рассматривается согласно трехкомпонентной нелинейной модели грунтов (воздух, вода, твердая составляющая) [1, 2]. Уравнение состояния данной модели записываются в виде

$$\frac{\rho_0}{\rho}=\sum_{i=1}^{3}\alpha_i\left[\frac{\gamma_i(P-P_0)}{\rho_{i0}c_{i0}^2}+1\right]^{-\chi_i}, \quad (2)$$

где $\chi_i=1/\gamma_i$, γ_i – показатель изентропы i-й компоненты [1, 2]. Для уравнения состояния трехкомпонентной среды (водонасыщенного грунта) (2) вводятся следующие обозначения: α_i – содержание по объему компонент; ρ_{io} – плотность; V_{i0} – их удельный объем; c_{io} – скорость звука в компонентах при атмосферном давлении P_0; i – номер компоненты (1 – воздух, 2 – жидкость, 3 – твердые частички). При давлении $P=P_0$ плотность среды ρ_0 и удельный объем V_0 определяется по формулам

$$\rho_0=\frac{1}{V_0}=\sum_{i=1}^{3}\alpha_i\rho_{i0},\qquad \sum_{i=1}^{3}\alpha_i=1.$$

Таким образом, в дальнейшем рассматривается плоская задача о распространении нестационарных волн в грунтовой среде в обобщенной полярной системе координат [4].

Предполагаемый алгоритм решения основывается на использовании разностных схем Мак-Кормака для численного решения динамических задач о поведении сжимаемой жидкости [5].

Рассмотрим построение численного алгоритма на примере первого уравнения системы (1). Согласно схеме Мак-Кормака разностные соотношения на шаге предиктор имеют вид:

$$(\tilde{\rho}\tilde{v}_1)_{k,l}=(\tilde{\rho}\tilde{v}_1)_{k,l}^n-\tau\left\{\frac{1}{(\sqrt{g})_{k,l}}\frac{1}{\Delta r}\left[\left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{a_{11}}}T_{11}\right)_{k,l}^n-\left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{a_{11}}}T_{11}\right)_{k-1,l}^n\right]+\right.$$

$$+\left(\frac{\sqrt{a_{11}}}{\sqrt{g}}\right)_{k,l}\frac{1}{\Delta\phi}\left[\left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{22}}}T_{12}\right)_{k,l}^n-\left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{22}}}T_{12}\right)_{k,l-1}^n\right]+$$

$$+\left(\Gamma_{11}^{1}\frac{T_{11}}{\sqrt{a_{11}}}\right)_{k,l}^{n}+2\left(\Gamma_{12}^{1}\frac{T_{12}}{\sqrt{a_{22}}}\right)_{k,l}^{n}+\left(\Gamma_{22}^{1}\frac{\sqrt{a_{11}}}{\sqrt{a_{22}}\sqrt{a_{22}}}T_{22}\right)_{k,l}^{n}\Bigg\}.$$

На шаге корректор разностные уравнения имеют следующий вид:

$$(\rho v_1)_{k,l}^{n+1}=0,5\left\{(\rho v_1)_{k,l}^{n}+(\tilde{\rho}\tilde{v}_1)_{k,l}^{n}-\tau\left\{\frac{1}{(\sqrt{g})_{k,l}}\frac{1}{\Delta r}\left[\left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{a_{11}}}\tilde{T}_{11}\right)_{k+1,l}^{n}-\left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{a_{11}}}\tilde{T}_{11}\right)_{k,l}^{n}\right]+\right.\right.$$

$$+\left(\frac{\sqrt{a_{11}}}{\sqrt{g}}\right)_{k,l}\frac{1}{\Delta\varphi}\left[\left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{22}}}\tilde{T}_{12}\right)_{k,l+1}^{n}-\left(\frac{\sqrt{g}}{\sqrt{a_{11}}\sqrt{a_{22}}}\tilde{T}_{12}\right)_{k,l}^{n}\right]+$$

$$\left.\left.+\left(\Gamma_{11}^{1}\frac{\tilde{T}_{11}}{\sqrt{a_{11}}}\right)_{k,l}^{n}+2\left(\Gamma_{12}^{1}\frac{\tilde{T}_{12}}{\sqrt{a_{22}}}\right)_{k,l}^{n}+\left(\Gamma_{22}^{1}\frac{\sqrt{a_{11}}}{\sqrt{a_{22}}\sqrt{a_{22}}}\tilde{T}_{22}\right)_{k,l}^{n}\right\}\right\}.$$

Аналогичным образом аппроксимируются второе и третье уравнения системы (1).

Список литературы

1 **Ляхов, Г. М.** Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах / Г. М. Ляхов. – М. : Наука, 1982. – 286 с.

2 Механический эффект взрыва в грунтах / И. А. Лучко [и др.]. – Киев : Наукова думка, 1989. – 232 с.

3 **Кильчевский, Н. А.** Основы тензорного исчисления с приложениями к механике / Н. А. Кильчевский. – Киев : Наукова Думка, 1972. – 198 с.

4 **Гуляєв, В. І.** Елементи теорії поверхонь / В. І. Гуляєв, І. В. Горбунович, Л. В. Гловач. – Київ : Нац. транспортний ун-т, 2011. – 239 с.

5 **Флетчер, К.** Вычислительные методы в динамике жидкостей / К. Флетчер. Т. 2. – М. : Мир, 1991. – 526 с.

УДК 539.37

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ТРЕХСЛОЙНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С ДИСКРЕТНЫМ РЕБРИСТЫМ НАПОЛНИТЕЛЕМ ПРИ ПРОДОЛЬНОМ УДАРЕ

В. Ф. МЕЙШ, С. П. ОРЛЕНКО

Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, г. Киев

Ю. А. МЕЙШ

Национальный транспортный университет, г. Киев, Украина

Рассматривается трехслойная цилиндрическая оболочка с внутренним дискретным ребристым наполнителем. Полагается, что внутренний и внешний слои представляют собою коаксиальные цилиндрические оболочки с соответствующими толщинами и радиусами срединных поверхностей. Наполнитель представляет собой систему ребер, жестко соединенных с внутренней и внешней оболочками (обшивками). Математически моделью процесса динамического деформирования данной структуры является система гиперболических нелинейных дифференциальных уравнений теории оболочек и стержней типа Тимошенко. Деформированное состояние внутренней и внешней цилиндрических оболочек определяется соответствующими составляющими обобщенных векторов перемещений $\bar{U}_1=(u_1^1,\ u_3^1,\ \varphi_1^1)^T$ и $\bar{U}_2=(u_1^2,\ u_3^2,\ \varphi_1^2)^T$. При рассмотрении наполнителя полагается, что деформированное состояние j-го ребра определяется обобщенным вектором перемещений центра тяжести его поперечного сечения $\bar{U}_j=(u_{1j},u_{3j},\ \varphi_{1j})^T$. Условия контакта, связывающие центры тяжести поперечного сечения соответствующего j-го подкрепляющего ребра со срединными поверхностями внешней и внутренней оболочек, имеют вид

$$u_{1j}=u_1^i(x_j)\pm h_j^i\varphi_1^i(x_j);\quad u_{3j}=u_3^i(x_j),\quad \varphi_{1j}=\varphi_1^i(x_j),\ i=1,\ 2;\quad j=\overline{1,J}. \qquad (1)$$