

$$\begin{aligned}
b_1 w_{,r}^{(n)}(R) - \int_0^r \int_0^r (a_2 h_\omega^{(n-1)} - a_4 p_\omega^{(n-1)}) dr dr \Big|_{r=R} + C_1^{(n)} R &= 0, \\
b_2 w_{,r}^{(n)}(R) + \int_0^r \int_0^r (a_1 h_\omega^{(n-1)} - a_2 p_\omega^{(n-1)}) dr dr \Big|_{r=R} + C_3^{(n)} R &= 0, \\
C_5^{(n)} J_0(\sqrt{a} \kappa R) + C_7^{(n)} J_0(\sqrt{a} \kappa R) + w_p^{(n)}(R) &= 0, \\
-\kappa(\sqrt{a} C_5^{(n)} J_1(\sqrt{a} \kappa R) + \sqrt{a} C_7^{(n)} J_1(\sqrt{a} \kappa R)) + w_p^{\prime(n)}(R) &= 0.
\end{aligned}$$

Здесь использовано то, что

$$w_{,r}^{(n)} = -\kappa(\sqrt{a} C_5^{(n)} J_1(\sqrt{a} \kappa R) + \sqrt{a} C_7^{(n)} J_1(\sqrt{a} \kappa R)) + w_p^{\prime(n)}(R).$$

Отсюда получаем следующие константы интегрирования:

$$\begin{aligned}
C_1^{(n)} &= \frac{1}{R} \int_0^r \int_0^r (a_2 h_\omega^{(n-1)} - a_4 p_\omega^{(n-1)}) dr dr \Big|_{r=R}, \\
C_3^{(n)} &= -\frac{1}{R} \int_0^r \int_0^r (a_1 h_\omega^{(n-1)} - a_2 p_\omega^{(n-1)}) dr dr \Big|_{r=R}, \\
C_5^{(n)} &= \frac{w_p^{\prime(n)}(R) J_0(\sqrt{a} \kappa R) + \kappa \sqrt{a} J_1(\sqrt{a} \kappa R) w_p^{(n)}(R)}{\kappa(\sqrt{a} J_1(\sqrt{a} \kappa R) J_0(\sqrt{a} \kappa R) - \sqrt{a} J_1(\sqrt{a} \kappa R) J_0(\sqrt{a} \kappa R))}, \\
C_7^{(n)} &= \frac{w_p^{\prime(n)}(R) J_0(\sqrt{a} \kappa R) + \kappa \sqrt{a} J_1(\sqrt{a} \kappa R) w_p^{(n)}(R)}{\kappa(\sqrt{a} J_1(\sqrt{a} \kappa R) J_0(\sqrt{a} \kappa R) - \sqrt{a} J_0(\sqrt{a} \kappa R) J_1(\sqrt{a} \kappa R))}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Таким образом, система (4) с константами интегрирования (5) дают рекуррентное решение для упругопластической круговой трехслойной пластины с легким наполнителем и заделанным контуром, изгибаемой на упругом основании произвольной симметричной нагрузкой  $q(r)$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке БР ФФИ (проект № Т19РМ-089).

УДК 517.9

## КЛАСС ЭКОНОМИЧНЫХ АБСОЛЮТНО УСТОЙЧИВЫХ МЕТОДОВ РАСЩЕПЛЕНИЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА СО СМЕШАННЫМИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ ОПЕРАТОРАМИ

*Ек. Л. КУЗНЕЦОВА*

*Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация*

Новый класс конечно-разностных методов расщепления численного решения дифференциальных уравнений параболического типа, содержащих смешанные дифференциальные операторы, предложен и обоснован по аппроксимации, устойчивости и сходимости и описывает явления переноса потенциала в средах, характеристики которых описываются симметрическими тензорами второго ранга.

Методы основаны, во-первых, на использовании апостериорной информации о решении на верхних временных слоях и, во-вторых, на более глубоком расщеплении смешанных дифференциальных операторов по координатным направлениям, чем в классических конечно-разностных методах. Использование информации о решении, полученной на верхнем временном слое, существенно увеличивает запас устойчивости конечно-разностных схем, а более глубокое расщепление смешанных дифференциальных операторов приводит к экономичным и неявным (т.е. более устойчивым) конечно-разностным схемам, порядок аппроксимации и устойчивость которых не зависят от размерности пространства.

Одним из самых эффективных конечно-разностных методов численного решения нестационарных задач механики сплошной среды вообще и задач, описывающих распространение потенциаль-

ных векторных полей, являются методы расщепления дифференциальных операторов как по координатным направлениям, так и по физическим явлениям.

При расщеплении дифференциальных операторов по координатным направлениям основным является вопрос о возможности представления дивергентных операторов в виде оператора суммирования операторов, содержащих производные только по одной пространственной переменной. Тогда можно построить конечно-разностные схемы, аппроксимирующие локально одномерные дивергентные операторы, являющиеся экономичными в смысле пропорциональности числа операций типа умножения количеству узлов конечно-разностной сетки.

При наличии в дифференциальных уравнениях смешанных дифференциальных операторов (такие операторы существуют при описании потенциальных векторных полей в средах с характеристиками переноса в виде тензоров) все существующие экономичные конечно-разностные схемы расщепления аппроксимируют эти смешанные производные на нижних временных слоях (явно), что существенно снижает запас устойчивости и при определенных условиях может приводить к неустойчивости конечно-разностной схемы.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 17-08-01127, и гранта Президента Российской Федерации МД-1798.2019.8.

УДК 531.314

### **АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ НЕОДНОРОДНЫХ ПОРИСТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПОД ДЕЙСТВИЕМ ОСЕВЫХ СИЛ И ВНЕШНЕГО ДАВЛЕНИЯ**

*А. С. КУРБАТОВ, А. А. ОРЕХОВ*

*Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация*

Предложена методика аналитического и полуаналитического решений задач нелинейной динамики неоднородных пористых цилиндрических оболочек под действием осевых сил и внешнего давления. Для построения аналитического решения уравнения движения строятся на основе вариационного формализма Де Дондера-Вайля, после чего нелинейная задача решается с выделением  $N$  главных форм колебаний и отсечением последующих форм. Уравнения, не содержащие производных по времени, могут быть интерпретированы как уравнения связей (стационарных). Проанализировано влияние количества учтенных форм колебаний на сходимость решения. Результаты аналитического решения сравнивались с созданными численными конечно-разностными и конечно-элементными моделями. Стоит отметить, что конечно-разностная аппроксимация уравнений Гамильтоновой механики значительно уменьшает скорость расчета на тестовых задачах без потери точности решения. Для реализации конечно-элементной модели применялся метод установления, что позволяет повысить сходимость решения по сравнению с классическими методами.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 19-08-00938а, 17-08-01461а.

УДК 539.386

### **ПЛОСКОПОЛЯРИЗОВАННЫЕ ВОЛНЫ СДВИГА В РЕГУЛЯРНО-СЛОИСТЫХ СРЕДАХ ПРИ НЕИДЕАЛЬНОМ КОНТАКТЕ НА ГРАНИЦАХ РАЗДЕЛА**

*В. В. ЛЕВЧЕНКО*

*Институт последипломного образования Национального университета пищевых технологий,  
г. Киев, Украина*

Развитие современных технологий строительства и проектирования современной техники требует создания новых материалов с уникальными свойствами. Одними из таких материалов являются слоистые и регулярно-слоистые композитные материалы. Применение таких материалов требует изучения