

## КОЛЕБАНИЯ И ВИБРОРАЗОГРЕВ ЖЕСТКО ЗАЩЕМЛЕННОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ПЬЕЗО-АКТУАТОРАМИ ПРИ УЧЕТЕ ЕЕ ГИБКОСТИ И ДЕФОРМАЦИИ СДВИГА

И. Ф. КИРИЧОК

*Институт механики им. С. П. Тимошенко НАН Украины, г. Киев*

В конструкциях современной техники для снижения уровня амплитуд колебаний тонкостенных элементов типа балок, пластин и оболочек наряду с пассивными методами демпфирования находят применения активные методы, когда в структуру элемента вводятся пьезоэлектрические составляющие. Одним из наиболее распространенных методов активного гашения вынужденных колебаний является нанесение на внешние поверхности тонкостенного элемента пьезоэлектрических слоев, к электродам которых подводится разность электрических потенциалов соответствующей амплитуды и фазы для нейтрализации действия механического возбуждения. Во многих случаях тонкостенные элементы выполнены из неупругих податливых на сдвиг материалов и находятся под воздействием интенсивных циклических нагрузок, которые вызывают высокий уровень механических напряжений, прогибов и диссипативного разогрева. Эти обстоятельства требуют разработки уточненных теорий электротермомеханического поведения тонкостенных элементов конструкций, учитывающих деформации поперечного сдвига, инерцию поворота, геометрическую нелинейность и диссипативный разогрев.

В данном сообщении даны уточненная постановка и численное решение задачи о вынужденных осесимметричных колебаниях и диссипативном разогреве гибкой цилиндрической оболочки длины  $l$  и радиуса срединной поверхности  $R$ , состоящей из внутреннего пассивного (без пьезоэффекта) трансверсально-изотропного слоя толщины  $h_0$  и внешних пьезокерамических слоев толщины  $h_1$  с противоположной толщиной поляризацией, выполняющих роль актуатора. Материалы слоев являются вязкоупругими. Оболочка отнесена к ортогональной системе координат  $\alpha, \theta, z$ . Поверхности пьезослоев электродированы. Electroды, контактирующие с пассивными слоями, поддерживаются при нулевом электрическом потенциале. Внешние электродированные поверхности бесконечно тонкими кольцевыми разрезами с координатами  $\alpha_1, \alpha_2$  ( $0 \leq \alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2 \leq l$ ) разделены на отдельные участки. Оболочка нагружена осесимметричным поперечным давлением  $q = p \cos \omega t$ , гармонически изменяющемся во времени  $t$  с близкой к резонансной круговой частотой  $\omega$  и постоянной амплитудой  $p$ . Для компенсации действия механической нагрузки к электродам актуатора с той же частотой  $\omega$  на участке  $s = 2\pi R \Delta$  ( $\Delta = \alpha_2 - \alpha_1$ ) в противофазе подводится разность электрических потенциалов амплитуды  $\pm V_a$ . На участках  $\alpha < \alpha_1, \alpha > \alpha_2$  электроды закорочены. Торцы оболочки жестко зашпелены в осевом и в нормальном направлениях. На ее поверхностях реализуются условия конвективного теплообмена с окружающей средой.

Математически рассматриваемая задача описывается уравнениями теории оболочек с использованием гипотез С. П. Тимошенко, учитывающих деформации поперечного сдвига и инерцию вращения нормального элемента для механических переменных. Относительно электрических величин в пьезослоях предполагается, что тангенциальными составляющими вектора электрической индукции  $D_\alpha, D_\theta$  можно пренебречь. При этом из уравнений электростатики следует, что нормальная составляющая вектора электрической индукции  $D_z = \text{const}$  не зависит от толщиновой координаты  $z$ . Составляющие вектора электрической напряженности  $E_\alpha, E_\theta$  находятся из уравнений состояния  $D_\alpha = 0, D_\theta = 0$ . Используется вариант геометрически нелинейной теории оболочек при удержании квадратов углов поворота в кинематических соотношениях. Нелинейными являются и уравнения движения. Вязкоупругие свойства материалов описываются концепцией комплексных модулей. Температура виброзагрева постулируется постоянной по толщине пакета слоев.

Решение задачи строится путем разложения по временной координате  $t$  искомым величин в гармонические ряды с удержанием одной моды для переменных, характеризующих изгиб оболочки, и членов включительно до второй гармоники для переменных ее плоского деформирования. Полученная система нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений относительно коэффициентов разложения линеаризуется методом квазилинеаризации и затем решается численным мето-

дом дискретной ортогонализации. Уравнение теплопроводности с нелинейной диссипативной функцией интегрируется методом конечных разностей с использованием явной схемы.

Численными расчетами исследовано влияние деформации поперечного сдвига, геометрической нелинейности, размещения актуаторов и их размеров на амплитудно- и температурно-частотные характеристики оболочки при жестком закреплении ее торцов. Показана эффективность активного демпфирования колебаний оболочки с помощью пьезоэлектрических актуаторов. Для определения значения потенциала  $V_a$ , компенсирующего механическую нагрузку  $p$ , использовалась линейная зависимость  $V_a = k_a(\Delta / l)p$ , в которой коэффициент управления ( $k_a$  определяется как отношение амплитуды максимального прогиба, обусловленного на частоте линейного резонанса единичной механической нагрузкой ( $p = 1$  Па), к соответствующему прогибу при подводе к электродам актуатора единичного электрического потенциала ( $V_a = 1$  В). Установлено, что для гашения наиболее энергоемкой первой моды изгибных колебаний наиболее эффективным является актуатор с параметром  $(\Delta / l = 0,57$ , центр которого совпадает с координатой максимальных прогибов оболочки. Исследовано влияние коэффициента теплообмена на критическое значение амплитуды механического нагружения, при котором установившаяся температура виброразогрева приводит к деполаризации пьезокерамики и потери демпфирующей способности системы. При амплитудах механической нагрузки, превышающих критическую ( $p \geq p_k$ ), существует критическое время  $t_k$  потери функциональной способности системы. На основании решения нестационарной задачи теплопроводности показано, что зависимости критической амплитуды механической нагрузки  $p_k$  от критического времени  $t_k$  при различных коэффициентах теплообмена характеризуются кривыми, аналогичными кривым Велера из теории циклического разрушения материалов.

УДК 539.384

## УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИЙ ИЗГИБ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ, ЗАЩЕМЛЕННОЙ ПО КОНТУРУ, НА СЛОЖНОМ ОСНОВАНИИ

А. Г. КОЗЕЛ

*Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель*

А. С. ОКОНЕЧНИКОВ

*Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация*

Приводятся постановка и решение краевой задачи об изгибе упругопластической трехслойной пластины с легким наполнителем, защемленной по контуру, на двухпараметрическом основании Пастернака. В тонких несущих слоях принимаются гипотезы Кирхгофа, в несжимаемом по толщине легком относительно толстом наполнителе нормаль остается прямолинейной, не изменяет своей длины, но поворачивается на некоторый дополнительный угол  $\psi(r)$ . Постановка задачи проводится в цилиндрической системе координат, связанной со срединной плоскостью наполнителя. На внешние слои стержня действует распределенная осесимметричная нагрузка  $q(r)$  и реакция основания модели Пастернака:

$$q_R(r) = -\kappa_0 w + t_f \Delta w,$$

где  $\kappa_0$ ,  $t_f$  – коэффициенты сжатия и сдвига;  $\Delta$  – оператор Лапласа.

Система дифференциальных уравнений равновесия в усилиях, описывающая деформирование круговой упругой трехслойной пластины на упругом основании была получена с помощью принципа Лагранжа, поэтому ее можно применить и здесь как исходную.

Выделяя в обобщенных внутренних усилиях линейные и нелинейные составляющие и подставляя их выраженными через перемещения в уравнения равновесия, получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} L_2(a_1 u + a_2 \psi - a_3 w_{,r}) &= p_\omega, \\ L_2(a_2 u + a_4 \psi - a_5 w_{,r}) &= h_\omega, \end{aligned}$$