

ний. В дополнение к особенностям формирования структурных и динамических свойств диады интерес представляет роль дополнительных связей, представленных в структуре диады устройством преобразования движения. Задача исследования заключается в разработке подхода к определению характерных особенностей диады в зависимости от дополнительных связей, формирующих взаимодействие элементов структурного образования в процессе свободных колебаний.

Применяется формализм Лагранжа; используется аналитический аппарат интегральных преобразований Лапласа, в рамках которого системе дифференциальных уравнений с начальными условиями сопоставляется система линейных алгебраических уравнений.

Предложена формализованная концепция обоснования существования характерных точек и характерных режимов диады. Под характерным режимом авторами понимается режим свободных колебаний диады, который совершается относительно характерной точки. Эта точка обладает следующими свойствами: характерная точка неподвижна в заданной системе координат, при условии, что начальные скорости равны нулю; характерная точка совпадает с центром масс; характерная точка обладает тем свойством, что определяет границы физической реализации диады. Параметр устройства преобразования движения для рассматриваемого семейства диад служит фактором, определяющим положение приведенного центра масс, для фиксированных в пространстве диад либо фактором, определяющим положение диады в пространстве при условии фиксации приведенного центра масс диады в некоторой точке пространства.

Работа выполнена в рамках НИОКР «Разработка методов для оценки динамических свойств движений элементов механических колебательных систем с учетом связности движений и проявления их форм самоорганизации при действии вибрационных возмущений» № АААА-А16-116112350118-4.

#### Список литературы

- 1 Clarence, W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice / W. de Silva Clarence. – Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. – 957 p.
- 2 Елисеев, А. В. Динамика вибрационных взаимодействий элементов технологических систем с учетом неудерживающих связей : [монография] / А. В. Елисеев, В. В. Сельвинский, С. В. Елисеев. – Новосибирск : Наука, 2015. – 332 с.
- 3 Елисеев, А. В. Диады в механических колебательных системах: модель формирования динамических взаимодействий / А. В. Елисеев, А. В. Николаев, С. В. Миронов // Проблемы механики современных машин : материалы VII Междунар. науч. конф. – Улан-Удэ : Изд-во ВСГУТУ, 2018. – Т. 1. – С. 33–40.
- 4 Николаев, А. В. Математическое моделирование: особенности динамических свойств структурных образований в составе механических колебательных систем / А. В. Николаев, А. В. Елисеев // Автоматизированное проектирование в машиностроении. – 2018. – № 6. – С. 63–65.
- 5 Елисеев, С. В. Прикладной системный анализ и структурное математическое моделирование (динамика транспортных и технологических машин: связность движений, вибрационные взаимодействия, рычажные связи) : [монография] / С. В. Елисеев ; отв. ред. А. И. Артюшин. – Иркутск : ИрГУПС, 2018. – 692 с.
- 6 Елисеев, А. В. Динамические свойства диады с разнородными парциальными системами. / А. В. Елисеев // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2017. – Т. 21. – № 5 (124). – С. 32–53. 10.21285/1814-3520-2017-5-32-53.
- 7 Хоменко, А. П. Структурные образования в механических колебательных системах: диада как форма взаимодействия элементов / А. П. Хоменко, С. В. Елисеев // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2017. – № 2 (54). – С. 8–14.

УДК 539.377

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ТОНКОСТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ СЕЛЕКТИВНОМ ЛАЗЕРНОМ СПЕКАНИИ

С. И. ЖАВОРОНОК, А. С. КУРБАТОВ, Л. Н. РАБИНСКИЙ, И. В. ВАСИЛЬЕВ  
Московский авиационный институт (НИУ), Российская Федерация

В процессе лазерного синтеза возникают зоны неустойчивости, не допускающие применение метода лазерного спекания. Проведенные исследования позволяют определить допустимое время воздействия лазерного пучка на одну зону с учетом мощности подводимого потока и геометрических размеров изделия при разработке аддитивного технологического процесса для тонкостенных элементов конструкций на базе селективного лазерного спекания. Результаты расчетов согласуются с экспериментальными данными. Показана возможность достоверного прогноза влияния парамет-

ров технологического процесса на исследованные эффекты искажения геометрии синтезируемых изделий, связанные с потерей устойчивости тонкостенными элементами.

Проведено исследование особенностей потери устойчивости тонкостенными элементами конструкций в виде балок, пластин и сегментов цилиндрических оболочек, реализующееся в процессе их послойного лазерного синтеза. Для различных конструктивных элементов получены численные решения задач о потере устойчивости при высокointенсивном краевом нагреве движущимся источником тепла. Задачи решены методом конечных элементов в трехмерной постановке, при этом источник моделировался, как поле вектора теплового потока, нормальное к боковой поверхности оболочки, с амплитудой, изотропно затухающей по экспоненциальному закону. Приводятся результаты расчетов.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №17-01-00837.

УДК 539.371

## О РАЗЛИЧНЫХ ВАРИАНТАХ УРАВНЕНИЙ СОВМЕСТНОСТИ В ТЕОРИИ ОБОЛОЧЕК N-ГО ПОРЯДКА

С. И. ЖАВОРОНОК

*Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Российская Федерация*

Рассмотрена постановка статической задачи теории  $N$ -го порядка анизотропных оболочек [1–3] в обобщенных усилиях. Модель оболочки задана на двумерном многообразии множеством обобщенных усилий – тензоров поверхности [4]. В основу решения проблемы приведения трехмерной задачи теории упругости к двумерной задаче теории оболочек высшего порядка положен функционал Кастильяно в напряжениях, являющийся следствием преобразования Фридрихса функционала Лагранжа [5] и порождающий уравнения совместности деформаций трехмерного тела. Тензоры обобщенных сил являются коэффициентами разложения по биортогональной системе функций нормальной координаты тензора напряжения, определенного в соответствующем базисе системы координат на реперной поверхности оболочки [4], не зависящем от нормальной координаты. Пространственная плотность функционала Кастильяно, редуцирована к поверхностной плотности путем вычисления соответствующих интегралов по нормальной координате. В качестве ограничений введены статические условия на лицевых поверхностях оболочки, перенесенные на реперную поверхность и записанные относительно обобщенных сил. Обобщенные уравнения совместности теории оболочек являются условиями стационарности функционала, определенного на касательном расслоении двумерного многообразия. Тождественное удовлетворение краевых условий на лицевых поверхностях оболочки в рамках теории  $N$ -го порядка обеспечивается учетом связей методом множителей Лагранжа. Рассмотрены примеры уравнений совместности и показано соответствие уравнений теории первого порядка уравнениям совместности классической теории оболочек, аналогичное [6].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российской фонда фундаментальных исследований (проекты № 19-01-00695-а и 17-08-01461-а).

### Список литературы

- 1 Amosov, A. A. An Approximate High-order Theory of thick anisotropic shells / A. A. Amosov, S. I. Zhavoronok // Int. J. Comput. Civil & Struct. Engin. – 2003. – Vol. 1. – No. 5. – P. 28–38.
- 2 Амосов, А. А. О решении некоторых задач о напряженно-деформированном состоянии анизотропных толстостенных оболочек вращения в трехмерной постановке / А. А. Амосов, С. И. Жаворонок, К. А. Леонтьев // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2004. – Т. 10. – № 3. – С. 301–310.
- 3 Жаворонок, С. И. Анализ сходимости решения при расчете толстостенных оболочек вращения произвольной формы / С. И. Жаворонок, А. Н. Леонтьев // Int. J. Comput. Civil & Struct. Engin. – 2010. – Vol. 6. – No. 1&2. – P. 105–111.
- 4 Векуа, И. Н. Некоторые общие методы построения различных вариантов теории оболочек / И. Н. Векуа. – М. : Наука, 1982. – 282 с.
- 5 Абовский, Н. П. Вариационные принципы теории упругости и теории оболочек / Н. П. Абовский, Н. П. Андреев, А. П. Деруга. – М. : Наука, 1978. – 288 с.
- 6 Tarlakovskii, D. V. On the compatibility equations in shell theories considering transverse shear and normal strains / D. V. Tarlakovskii, S. I. Zhavoronok // Shell Structures : Theory and Applications. – CRC Press, Leiden. – Vol. 4. – 2017. – P. 173–176.