

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
“БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА”

Кафедра физики

И. И. ПРОНЕВИЧ, Р. Г. ПИНЧУК, В. Я. МАТЮШЕНКО

ФИЗИКА

Часть 1

МЕХАНИКА

**Учебно-методическое пособие для студентов
инженерно-технических специальностей
безотрывной формы обучения**

Гомель 2009

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
“БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА”

Кафедра физики

И. И. ПРОНЕВИЧ, Р. Г. ПИНЧУК, В. Я. МАТЮШЕНКО

ФИЗИКА

Часть 1 МЕХАНИКА

**Учебно-методическое пособие для студентов
инженерно-технических специальностей
безотрывной формы обучения**

Одобрено методической комиссией строительного факультета

Гомель 2008

УДК [53+ 531] (075.8)

ББК 22.3

П78

Рецензент – д-р техн. наук, профессор *О. В. Холодилов*
(УО “БелГУТ”)

Проневич, И. И.

П68 Физика : учеб.-метод. пособие для студентов инж.-техн. специальностей безотрывной формы обучения : в 6 ч. Ч. 1. Механика / И. И. Проневич, Р. Г. Пинчук, **В. Я. Матюшенко** ; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2009. – 68 с.
ISBN 978-985-468-559-5 (ч. I)

Приведены общие методические указания, вопросы для изучения теоретического материала по разделам программы, основная и дополнительная литература, сведения из теории, примеры решения задач, задачи для контрольных работ и справочные таблицы по разделу "Механика" программы курса физики.

Предназначено для методического обеспечения самостоятельной работы по физике студентов инженерно-технических специальностей безотрывной формы обучения.

УДК [53+ 531] (075.8)

ББК 22.3

ISBN 978-985-468-559-5 (ч. I) © Проневич И. И., Пинчук Р. Г., **Матюшенко В. Я.** 2009

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Курс физики втузов делится на шесть разделов. В соответствии с этим учебный материал пособия разделен на три части, которые включают в себя по два раздела курса. Изучение каждого раздела сопровождается выполнением одной контрольной работы из восьми задач. Варианты задач контрольных работ выдаются преподавателем в конце соответствующей экзаменационной сессии.

Процесс изучения курса физики студентом безотрывной формы обучения состоит из следующих основных этапов: самостоятельное изучение физики по учебной литературе, решение задач, выполнение контрольных работ и их защита преподавателю, выполнение лабораторных работ, сдача зачетов и экзаменов.

самостоятельная работа по учебной литературе

Этот вид занятий является главным в учебной работе студента безотрывной формы обучения. При этом необходимо руководствоваться следующим:

1 Курс физики необходимо изучать систематически в течение всего учебного процесса. Изучение курса в сжатые сроки перед экзаменом не дает глубоких и прочных знаний.

2 Избрав какой-нибудь учебник в качестве основного, студент должен придерживаться его при изучении всего курса или, по крайней мере, целого раздела. Замена одного учебника другим в процессе изучения ведет к утрате логической связи между отдельными вопросами. Если же основное пособие не дает полного ответа на отдельные вопросы программы, необходимо обратиться и к другой учебной литературе.

3 Работа над учебником сопровождается составлением конспекта, в котором записываются формулировки законов и выражающие их формулы, определения физических величин и единиц их измерения, выполняется чертеж и решаются типовые задачи.

4 Изучая курс физики, студент встречается с большим количеством единиц измерения, которые объединяются в Международную систему единиц (СИ). Студент должен помнить, что без основательного знания системы единиц, без умения пользоваться ими при решении физических задач невозможно усвоить курс физики и тем более применять физические знания на практике.

Студент не должен ограничиваться только запоминанием физических формул. Он должен осмыслить их и уметь самостоятельно вывести.

решение задач

Необходимым условием успешного изучения курса общей физики является систематическое решение задач, которое помогает уяснить физический смысл явлений, закрепить в памяти студента формулы, выработать навыки практического применения теоретических знаний.

При решении задач необходимо:

1 Выбрать основные законы и формулы, которые используются при решении задачи, их формулировку, разъяснить буквенные обозначения, употребляемые при написании формул.

2 Сопровождать решение краткими исчерпывающими пояснениями.

3 Все величины, входящие в условие задачи, выразить в единицах СИ. Проверить размерность искомой величины, для этого подставить в правую часть полученной формулы вместо обозначений величин

наименования их единиц и проверить, получается ли в результате единица искомой величины; верно полученная рабочая формула должна давать правильную размерность искомой величины.

4 В окончательную формулу, полученную в результате решения задачи в общем виде, подставить числовые значения, выраженные в единицах одной системы (СИ). Пренебрежение этим правилом приводит к неверному результату.

5 Произвести вычисления величин, подставленных в формулу, руководствуясь правилами приближенных вычислений, при необходимости – представлять результат в виде степенного числа. Записать в ответе числовое значение и размерность единицы измерения искомой величины в СИ.

6 Оценить правдоподобность полученного результата.

Физические задачи весьма разнообразны, и дать единую схему их решения невозможно. Однако, как правило, физические задачи следует решать в общем виде, т. е. в буквенных выражениях, не производя вычисления промежуточных величин. Числовые значения подставляются только в окончательную рабочую формулу, выражающую искомую величину. Умение решать задачи приобретает длительными и систематическими упражнениями.

выполнение контрольных работ

Выполнение контрольных работ студентом и их рецензирование преследует две цели: во-первых, таким путем осуществляется контроль за самостоятельной работой студента; во-вторых, проверяется усвоение студентом соответствующего материала с целью оказать при необходимости ему помощь по вопросам, которые оказались слабо усвоены или не поняты студентом.

По каждому разделу курса общей физики студент-заочник приступает к выполнению контрольных работ только после изучения материала, соответствующего данному разделу программы, внимательного ознакомления с приемами решения задач, приведенных в данном пособии по каждому разделу курса.

При этом необходимо руководствоваться следующим :

1 Контрольные работы от первой до последней выполняются в обычной школьной тетради (каждая контрольная работа в отдельной тетради), только по условиям задач данного пособия. Замена какой-

либо контрольной работы другой, взятой из аналогичного пособия, не допускается.

2 На лицевой стороне контрольной работы приводятся сведения по следующему образцу:

Кафедра физики Контрольная работа № __ по физике (задачи № _____) студента __ курса (группа _____) Иванова Ивана Ивановича Учебный шифр № _____ <u>246028, г. Гомель, ул. им. Кожара, д. 27, кв. 15</u>
--

3 Выполнять контрольные работы следует чернилами или шариковой ручкой. Каждая следующая задача должна начинаться с новой страницы. Условие задачи переписывается полностью, без сокращений. Для замечаний рецензента на страницах тетради оставляются поля.

4 Все решаемые задачи сопровождаются краткими, но исчерпывающими пояснениями, раскрывающими физический смысл употребляемых формул, и с обязательным выполнением основных правил решения задач.

5 В конце каждой контрольной работы студент-заочник должен привести название учебника или учебного пособия, которым он пользовался, автора и год издания, чтобы рецензент в случае необходимости мог конкретно указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.

6 Получив прорецензированную работу, студент обязан устранить недостатки, указанные рецензентом.

7 Если при рецензировании контрольная работа не зачтена, студент обязан послать ее на повторное рецензирование, включив в нее дополнительные решения тех задач, в которых были допущены ошибки. Работа над ошибками выполняется в той же тетради (в конце контрольной работы).

8 Студент является на экзаменационную сессию, получает на кафедре прорецензированные работы и по расписанию деканата защищает их преподавателю. Студент должен быть готов при защите

контрольной работы дать пояснения по существу решения входящих в нее задач. Зачтенные контрольные работы остаются у экзаменатора.

1 ВОПРОСЫ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ПО РАЗДЕЛАМ ПРОГРАММЫ

Введение. Кинематика материальной точки. Механическое движение. Система отсчета. Траектория. Перемещение и путь. Скорость и ускорение. Тангенциальное и нормальное ускорение. Движение материальной точки по окружности. Связь между линейными и угловыми характеристиками движения.

Динамика материальной точки и тела, движущегося поступательно. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Сила, масса. Второй закон Ньютона. Третий закон Ньютона. Импульс. Закон сохранения импульса.

Силы в механике. Виды сил в механике. Силы упругости. Силы трения. Силы тяжести. Закон всемирного тяготения. Гравитационное поле и его характеристики. Понятие об неинерциальных системах отсчета.

Работа. Мощность. Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия. Кинетическая энергия. Закон сохранения энергии в механике.

Динамика вращательного движения твердого тела. Модель абсолютно твердого тела. Поступательное и вращательное движения тела. Центр инерции (масс) твердого тела. Момент инерции. Момент импульса. Момент силы. Основной закон механики вращательного движения. Закон сохранения момента импульса. Кинетическая энергия вращательного движения тела.

Релятивистская механика. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности. Границы применимости классической механики. Постулаты Эйнштейна. Принципы относительности Эйнштейна. Преобразования Лоренца. Следствия, вытекающие из преобразований Лоренца (одновременность событий, сокращение длин и промежутков времени, релятивистский закон сложения скоростей). Релятивистская масса и импульс. Основной закон релятивистской динамики. Понятие энергии в релятивистской механике (энергия покоя, кинетическая, полная). Взаимосвязь массы и энергии.

2 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная

1 **Савельев, И. В.** Курс общей физики : учеб. пособие для студентов вузов в 3 т. / И. В. Савельев. – 3-е изд., испр. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – Т. 3 : Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц – 320 с.

2 **Детлаф, А. А.** Курс физики : учеб. пособие для вузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : Высш. шк., 1989. – 608 с.

3 **Трофимова, Т. И.** Курс физики : учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1997. – 542 с.

4 **Трофимова, Т. И.** Сборник задач по курсу физики для вузов : учеб. пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 3-е изд. – М. : ОНИКС-21 век; Мир и Образование, 2005. – 383 с.

5 **Чертов, А. Г.** Задачник по физике : учеб. пособие для вузов / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1988. – 526 с.

Дополнительная

1 **Ландсберг, Г. С.** Оптика : учеб. пособие для студ. физ. спец. вузов / Г. С. Ландсберг. – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1976. – 926 с.

2 **Волькенштейн, В. С.** Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – 11-е изд., перераб. – М. : Наука, 1985. – 381 с.

3 **Савельев, И. В.** Сборник задач и вопросов по общей физике : учеб. пособие / И. В. Савельев. – 2-е изд., перераб. – М. : Наука, 1988. – 288 с.

4 **Чертов, А. Г.** Физические величины: (Терминология, определения, обозначения, размерности, единицы) / А. Г. Чертов. – М. : Высш. шк., 1990. – 334 с.

5 **Сена, Л. И.** Единицы физических величин и их размерности : учеб. пособие для студ. вузов / Л. И. Сена. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1977. – 335 с.

6 **Яворский, Б. М.** Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – 3-е изд., испр. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 624 с.

7 **Кухлинг, Х.** Справочник по физике : [пер с нем.] / Х. Кухлинг ; под ред. Е. М. Лейкина. – М. : Мир, 1982. – 520 с.

8 Сборник задач по физике / под общ. ред. М. С. Цедрика. – 2-е изд., перераб. – Мн. : Выш. шк., 1976. – 320 с.

9 Физика: задания к практическим занятиям / под ред. Ж. П. Лагутиной. – 2-е изд., перераб. и доп. – Мн. : Выш. шк., 1989. – 236 с.

10 **Новодворская, Е. М.** Методика проведения упражнений по физике во втузе / Е. М. Новодворская, Э. М. Дмитриева. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1981. – 318 с.

11 **Иродов, И. Е.** Задачи по общей физике : учеб. пособие / И. Е. Иродов. – 2-е изд., перераб. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 416 с.

12 **Фирганг, Е. В.** Руководство к решению задач по курсу общей физики : учеб. пособие для студ. втузов / Е. В. Фирганг. – М. : Высш. шк., 1978. – 351 с.

13 **Козел, С. М.** Сборник задач по физике : учеб. пособие / С. М. Козел, Э. И. Рашба, С. А. Славатинский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 304 с.

3 СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

Кинематика материальной точки

1 Положение материальной точки в пространстве задается радиус-вектором \vec{r} :

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z,$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, – единичные векторы направлений (орты); x, y, z – координаты точки.

Кинематические уравнения движения (в координатной форме)

$$x = f_1(t); \quad y = f_2(t); \quad z = f_3(t),$$

где t – время.

2 Средняя скорость движения

$$\langle \vec{v} \rangle = \Delta v / \Delta t,$$

где $\Delta \vec{r} = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$ – перемещение материальной точки в интервале времени:

$$\Delta t = (t_2 - t_1).$$

Средняя путевая скорость

$$\langle v_n \rangle = \Delta s / \Delta t,$$

где Δs – путь, пройденный точкой за интервал времени Δt .

Мгновенная скорость

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i}v_x + \vec{j}v_y + \vec{k}v_z,$$

где $v_x = \partial x / \partial t$; $v_y = \partial y / \partial t$; $v_z = \partial z / \partial t$ – проекции скорости \vec{v} на оси координат.

Абсолютная величина скорости

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

3 Ускорение

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{i}a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z,$$

где $a_x = \partial v_x / \partial t$; $a_y = \partial v_y / \partial t$; $a_z = \partial v_z / \partial t$ – проекции ускорения \vec{a} на оси координат.

Абсолютная величина ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

При произвольном (криволинейном) движении ускорение можно представить как сумму нормального \vec{a}_n и тангенциального \vec{a}_τ ускорений

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau.$$

Абсолютная величина этих ускорений

$$a_n = v^2 / R, a_\tau = dv / dt, a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2},$$

где R – радиус кривизны в данной точке траектории.

4 Кинематические уравнения движения материальной точки вдоль оси x :

при равномерном движении–

$$x = x_0 + vt, \quad v = \text{const}, \quad a_x = 0;$$

при равнопеременном движении –

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}, \quad v_x = v_{0x} + a_x t, \quad a_x = \text{const}.$$

5 При вращательном движении положение твердого тела определяется углом поворота (угловым перемещением) φ . Кинематическое уравнение вращательного движения в общем виде

$$\varphi = f(t).$$

6 Средняя угловая скорость

$$\langle \omega \rangle = \Delta\varphi / \Delta t,$$

где $\Delta\varphi$ – изменение угла поворота за интервал времени Δt .

Мгновенная угловая скорость

$$\bar{\omega} = d\bar{\varphi} / dt.$$

7 Угловое ускорение

$$\bar{\varepsilon} = d\bar{\omega} / dt.$$

8 Кинематическое уравнение вращения тела:

а) при равномерном вращении ($\omega = \text{const}$, $\varepsilon = 0$) –

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t,$$

где φ_0 – начальное угловое перемещение; t – время;

б) при равнопеременном вращении ($\varepsilon = \text{const}$) –

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \varepsilon t^2 / 2, \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon t,$$

где ω_0 – начальная угловая скорость; t – время;

в) частота вращения

$$n = N / t \text{ или } n = 1 / T,$$

где N – число оборотов, совершаемых телом за время t ; T – период вращения (время одного полного оборота).

9 Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение материальной точки, принадлежащей вращающемуся телу:

а) длина пути, пройденного точкой по дуге окружности радиусом R при повороте тела на угол φ ,

$$s = \varphi R;$$

б) линейная скорость точки

$$v = \omega R, \quad \vec{v} = [\bar{\omega} \vec{R}];$$

в) тангенциальное ускорение точки

$$a_\tau = \varepsilon R, \quad \vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon} \vec{R}];$$

г) нормальное ускорение точки

$$a_n = \omega^2 R, \quad \vec{a}_n = -\omega^2 \vec{R}.$$

Динамика материальной точки и тела, движущегося поступательно. Силы в механике

10 Уравнение динамики материальной точки (второй закон Ньютона) в векторной форме

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad \text{или} \quad m\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i,$$

где $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ – геометрическая сумма сил, действующих на материальную точку; m – масса; \vec{a} – ускорение; $\vec{p} = m\vec{v}$ – импульс.

В координатной (скалярной) форме

$$ma_x = \sum F_{x_i}, ma_y = \sum F_{y_i}, ma_z = \sum F_{z_i}.$$

11 Сила упругости

$$F_{\text{упр}} = -kx,$$

где k – коэффициент упругости (жесткость); x – абсолютная деформация.

12 Сила гравитационного взаимодействия

$$F_{\text{гр}} = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел, рассматриваемых как материальные точки; r – расстояние между ними.

13 Сила трения

$$F_{\text{тр}} = \mu N,$$

где μ – коэффициент трения скольжения; N – сила нормального давления.

14 Координаты центра масс системы материальных точек

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}, z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i},$$

где m_i – масса i -й материальной точки; x_i, y_i, z_i – ее координаты.

15 Закон сохранения импульса

$$\sum_{i=1}^n \vec{P}_i = \text{const} \text{ или } \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const},$$

где n – число материальных точек (тел), входящих в систему.

16 Работа силы:

а) постоянной – $A = F \Delta r \cos \alpha$;

б) переменной – $A = \int_L F(r) \cos \alpha dr$,

где α – угол между направлениями силы \vec{F} и перемещением $\Delta \vec{r}$.

17 Мощность:

а) средняя – $\langle N \rangle = A / \Delta t$;

б) мгновенная – $N = dA / dt$ или $N = Fv \cos \alpha$.

18 Кинетическая энергия материальной точки (или тела, движущегося поступательно)

$$T = (mv^2 / 2) \text{ или } T = (p^2 / 2m).$$

19 Потенциальная энергия упругодеформированного тела

$$\Pi = kx^2 / 2.$$

20 Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия

$$\Pi = -G \frac{m_1 m_2}{r}.$$

Сила, действующая на данное тело в данной точке поля, и потенциальная энергия связаны соотношением

$$\vec{F} = -\text{grad} \Pi \text{ или } \vec{F} = -\left(\vec{i} \frac{\partial \Pi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \Pi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \Pi}{\partial z} \right).$$

Потенциальная энергия тела, находящегося в однородном поле силы тяжести,

$$\Pi = mgh,$$

где h – высота тела над уровнем, принятым за нулевой для отсчета потенциальной энергии. Эта формула справедлива при $h \ll R_3$ (R_3 – радиус Земли).

21 Закон сохранения энергии в механике (для замкнутых консервативных систем)

$$T + P = \text{const} .$$

Динамика вращательного движения твердого тела

22 Момент инерции материальной точки

$$I = mr^2,$$

где m – масса точки; r – ее расстояние от оси вращения.

Момент инерции твердого тела

$$I = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2, \quad \text{в интегральной форме} \quad I = \int r^2 dm ,$$

где r_i – расстояние элемента массы Δm_i от оси вращения.

Теорема Штейнера. Момент инерции тела относительно произвольной оси

$$I = I_0 + ma^2 ,$$

где I_0 – момент инерции этого тела относительно оси, проходящей через центр инерции тела параллельно заданной оси; m – масса тела; a – расстояние между осями.

23 Момент силы \vec{F} , действующей на тело, относительно оси вращения

$$M = F_{\perp} l,$$

где F_{\perp} – проекция силы \vec{F} на плоскость, перпендикулярную оси вращения; l – плечо силы \vec{F} (кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы).

24 Момент импульса вращающегося тела относительно оси

$$\vec{L} = I\vec{\omega} ,$$

где I – момент инерции тела; ω – угловая скорость вращения тела.

25 Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad \text{или} \quad \vec{M} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} .$$

Если $I = \text{const}$, то $\vec{M} = I\vec{\varepsilon}$,

где $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение тела.

26 Закон сохранения момента импульса

$$\sum_{i=1}^n L_i = \text{const},$$

где L_i – момент импульса тела с номером i , входящего в состав замкнутой системы тел.

Закон сохранения момента импульса для двух взаимодействующих тел

$$I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = I'_1\omega'_1 + I'_2\omega'_2,$$

где $I_1, I_2, \omega_1, \omega_2$ – момент инерции и угловые скорости тел до взаимодействия; $I'_1, I'_2, \omega'_1, \omega'_2$ – те же величины после взаимодействия.

27 Работа постоянного момента силы M , действующего на вращающееся тело,

$$A = M\varphi,$$

где φ – угол поворота тела.

28 Мгновенная мощность, развиваемая при вращении тела,

$$N = M\omega.$$

29 Кинетическая энергия вращающегося тела,

$$T = I\omega^2 / 2.$$

30 Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения,

$$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

где $mv^2/2$ – кинетическая энергия поступательного движения тела; v – скорость центра инерции тела; $I\omega^2/2$ – кинетическая энергия вращательного движения тела вокруг оси, проходящей через центр инерции.

Релятивистская механика

В задачах данного пособия по релятивистской механике считается, что оси Y , Y' и Z , Z' сонаправлены, а относительная скорость v_0 "штрихованной" системы координат K' направлена вдоль общей оси XX' (рисунок 1.1).

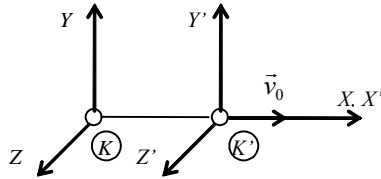


Рисунок 1.1

31 Релятивистское (лоренцево) сокращение длины стержня

$$l = l_0 \sqrt{1 - (v/c)^2},$$

где l_0 – длина стержня в системе координат K' , относительно которой стержень покоится (собственная длина) (стержень расположен вдоль оси X'); l – длина стержня, измеренная в системе K , относительно которой он движется со скоростью v ; c – скорость распространения электромагнитного излучения.

32 Релятивистское замедление хода часов

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

где Δt – промежуток времени между двумя событиями, измеренный по часам системы K ; Δt_0 – промежуток времени между двумя событиями в одной и той же точке системы K' (собственное время движущихся часов).

33 Релятивистское сложение скоростей

$$v = \frac{v' + v_0}{1 + (v_0 v' / c^2)},$$

где v – абсолютная скорость (скорость тела относительно системы K); v' – относительная скорость (скорость тела относительно системы K'); v_0 – переносная скорость (скорость системы K' относительно K).

34 Релятивистская масса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

где m_0 – масса покоя

35 Релятивистский импульс

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}.$$

36 Полная энергия релятивистской частицы

$$E = mc^2, \quad E = E_0 + T = m_0 c^2 + T,$$

где T – кинетическая энергия частицы ($T = E - E_0$); $E_0 = m_0 c^2$ – ее энергия покоя.

37 Связь полной энергии с импульсом релятивистской частицы

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4.$$

4 ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Уравнение движения математической точки вдоль оси X имеет вид $x = A + Bt + Ct^2$, где $A = 4$ м, $B = 2$ м/с, $C = 0,5$ м/с². Найти координату x_1 , скорость v_1 и ускорение a_1 в момент времени $t_1 = 2$ с.

Д а н о:

$$x = A + Bt + Ct^2$$

$$A = 4 \text{ м}$$

$$B = 2 \text{ м/с}$$

$$C = 0,5 \text{ м/с}^2$$

$$t_1 = 2 \text{ с}$$

$$x_1 - ?$$

$$v_1 - ?$$

$$a_1 - ?$$

Решение. Координату x_1 найдем, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов A , B , C и времени $t_1 = 2$ с:

$$x_1 = (4 + 2 \cdot 2 - 0,5 \cdot 2^2) \text{ м} = 6 \text{ м}.$$

Мгновенная скорость равна первой производной от координаты по времени:

$$v = \frac{dx}{dt} = B + 2Ct.$$

Ускорение точки найдем как первую производную от скорости по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = 2C.$$

В момент времени $t_1 = 2$ с:

$$v_1 = (2 - 2 \cdot 0,5 \cdot 2) \text{ м/с} = 0 \text{ м/с}, \quad a_1 = 2(0,5) = -1 \text{ м/с}^2.$$

Знак минус указывает на то, что направление вектора ускорения совпадает с отрицательным направлением координатной оси.

Размерности искомых величин очевидны.

Пример 2. Камень брошен под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. Определить наибольшую высоту подъема и дальность полета, если начальная скорость камня $v_0 = 20$ м/с.

Д а н о:

$\alpha = 45^\circ$
$v_0 = 20$ м/с
$x_{\max} - ?$
$y_{\max} - ?$

Решение. Пренебрегая сопротивлением воздуха, можно считать, что ускорение камня в рассматриваемом движении постоянно и равно ускорению свободного падения ($\vec{a} = \vec{g}$). Так как векторы ускорения \vec{a} и начальной скорости \vec{v}_0 направлены под углом не равным нулю, то движение камня криволинейное, траектория его лежит в плоскости XOY . Это криволинейное движение как результат сложения двух прямолинейных движений: равномерного вдоль оси OX со скоростью $v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha$ равнопеременного вдоль оси OY .

В точке бросания составляющие скорости

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \quad v_{0y} = v_0 \sin \alpha.$$

В произвольный момент времени t скорости движение камня

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha, \quad v_y = v_{0y} + a_y t = v_0 \sin \alpha - gt.$$

В наивысшей точке траектории (в момент времени t_1) $v_{y1} = 0$, тогда

$$v_0 \sin \alpha - gt_1 = 0, \quad t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Наибольшую высоту подъема найдем из уравнения движения камня по оси OY :

$$y_{\max} = y_1; \quad y_1 = v_{0y}t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Время подъема камня на наибольшую его высоту равно времени падения на землю.

Тогда полное время полета

$$t_{\text{пол}} = 2t_1 = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Наибольшая дальность полета

$$x_{\text{max}} = v_x t_{\text{пол}} = v_0 \cos \alpha \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha.$$

Подставив числовые значения, получим

$$y_{\text{max}} = \frac{20^2 \cdot (\sin 45^\circ)^2}{2 \cdot 9,8} \text{ м} = 10,2 \text{ м}, \quad x_{\text{max}} = \left(\frac{20^2}{9,8} \sin 90^\circ \right) \text{ м} = 40,8 \text{ м}.$$

Анализ размерности искомых величин:

$$[x_{\text{max}}] = \frac{(\text{м/с})^2}{\text{м/с}^2} = \text{м}, \quad [y_{\text{max}}] = \frac{(\text{м/с})^2}{\text{м/с}^2} = \text{м}.$$

Пример 3. Маховик, вращающийся с постоянной частотой $n_0 = 10 \text{ с}^{-1}$, при торможении начал вращаться равнозамедленно. Когда торможение прекратилось, вращение маховика стало снова равномерным, но уже с частотой $n = 6 \text{ с}^{-1}$. Определить угловое ускорение ε маховика и продолжительность t торможения, если за время равнозамедленного вращения маховик сделал $N = 50$ оборотов.

Д а н о:

$$n_0 = 10 \text{ с}^{-1}$$

$$n = 6 \text{ с}^{-1}$$

$$N = 50$$

$$\varepsilon - ?$$

Решение. Угловое ускорение маховика связано с начальной ω_0 и конечной ω угловыми скоростями соотношением $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\varepsilon\varphi$, откуда

$$\varepsilon = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi}.$$

Но так как $\varphi = 2\pi N$, $\omega = 2\pi n$, то

$$\varepsilon = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi} = \frac{\pi(n^2 - n_0^2)}{N}.$$

Определим продолжительность торможения, используя формулу, связывающую угол поворота φ со средней угловой скоростью $\langle \omega \rangle$ вращения и временем t :

$$\varphi = \langle \omega \rangle t .$$

По условию задачи угловая скорость линейно зависит от времени, и поэтому можно записать

$$\langle \omega \rangle = \frac{\omega_0 + \omega}{2} ;$$

тогда

$$\varphi = \frac{(\omega_0 + \omega)t}{2} = \pi(n_0 + n)t ,$$

отсюда

$$t = \frac{\varphi}{\pi(n_0 + n)} = \frac{2N}{n_0 + n} .$$

Подставив числовые значения, найдем

$$\varepsilon = \frac{3,14(6^2 - 10^2)}{50} = -4,02 \text{ рад/с}^2 , t = \frac{2 \cdot 50}{10 + 6} = 6,25 \text{ с} .$$

Знак минус у углового ускорения указывает на то, что маховик вращался замедленно.

Анализ размерности искомых величин:

$$[\varepsilon] = \left(\frac{1}{\text{с}} \right)^2 = \frac{1}{\text{с}^2} ; [t] = \frac{1}{(1/\text{с})} = \text{с} .$$

Пример 4. К концам однородного стержня приложены две противоположно направленные силы $F_1 = 40 \text{ Н}$ и $F_2 = 100 \text{ Н}$. Определить силу T натяжения стержня в поперечном сечении, которое делит стержень на две части в отношении 1:2.

Д а н о:

$F_1 = 40 \text{ Н}$	
$F_2 = 100 \text{ Н}$	
$T = ?$	

Решение. Если бы силы F_1 и F_2 были равны между собой, то сила натяжения в любом сечении стержня была бы одинаковой и равной силам, приложенным к концам стержня. Стержень в этом случае находился бы в состоянии покоя. Но так как сумма сил, действующих на стержень, отлична от нуля, то стержень будет двигаться с ускорением, величина и направление которого определяются по второму закону Ньютона

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{m} ,$$

где m – масса стержня.

Поскольку силы F_1 и F_2 противоположно направлены и действуют вдоль прямой (стержня), то геометрическую сумму можно заменить алгебраической:

$$a = \frac{F_2 - F_1}{m}.$$

При ускоренном движении стержня силы натяжения в разных сечениях различны. Для определения силы натяжения применим следующий прием: разделим стержень на две части в интересующем нас сечении и отбросим одну из них, например левую. Действие левой части на правую заменим силой натяжения T . В результате действия разности сил $(F_2 - T)$ оставшаяся часть стержня массой m_2 должна двигаться с ускорением

$$a = \frac{F_2 - T}{m_2},$$

равным ускорению всего стержня. Так как стержень однородный, то $m_2 = 2 \cdot m / 3$ и, следовательно, приравняв полученное выражение для ускорения, получим выражение для силы натяжения T

$$T = F_2 - 2 \cdot (F_2 - F_1) / 3.$$

Подставив значения F_1 и F_2 , получим

$$T = 100 - 2 \cdot (100 - 40) : 3 = 60 \text{ Н.}$$

Размерность величины очевидна.

Пример 5. Шар массой m_1 , движущийся горизонтально с некоторой скоростью v_1 , столкнулся с неподвижным шаром массой m_2 . Шары абсолютно упругие, удар прямой. Какую долю w своей кинетической энергии первый шар передал второму?

Д а н о:

m_1, m_2, v_1	
$w - ?$	

Решение. Доля энергии, переданной первым шаром второму, выражается соотношением

$$w = \frac{T'_2}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 v_1^2} = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{u_2}{v_1} \right)^2,$$

где T_1 – кинетическая энергия первого шара до удара; u_2 и T'_2 – скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.

Для определения w надо найти u_2 . Воспользуемся тем, что при абсолютно упругом ударе одновременно выполняются два закона сохранения: импульса и механической энергии.

По закону сохранения импульса, учитывая, что второй шар до удара покоился ($v_2 = 0$), имеем

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2 .$$

По закону сохранения энергии в механике

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} .$$

Решив совместно эти два уравнения, найдем

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2} .$$

Подставив это выражение в формулу для w , получим

$$w = \frac{m_2}{m_1} \left[\frac{2m_1 v_1}{v_1 (m_1 + m_2)} \right]^2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} .$$

Из этого соотношения видно, что доля переданной энергии зависит только от масс сталкивающихся шаров. Доля передаваемой энергии не изменится, если шары поменяются местами.

Пример 6. Два шара массами $m_1 = 2,5$ кг и $m_2 = 1,5$ кг движутся навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 6$ м/с и $v_2 = 2$ м/с. Определить: 1) скорость шаров после удара; 2) кинетические энергии шаров до и после удара; 3) долю кинетической энергии шаров, превратившуюся во внутреннюю энергию. Удар считать прямым, неупругим.

Д а н о:

$m_1 = 2,5 \text{ кг}$
$m_2 = 1,5 \text{ кг}$
$v_1 = 6 \text{ м/с}$
$v_2 = 2 \text{ м/с}$
$u - ?$
$T_1 - ?$
$T_2 - ?$
$w - ?$

Решение. Неупругие шары не восстанавливают после удара свою первоначальную форму. Следовательно, не возникают силы, отталкивающие шары друг от друга, и шары после удара будут двигаться совместно с одной и той же скоростью u . Определим эту скорость по закону сохранения импульса. Так как шары движутся по одной прямой, то этот закон можно записать в скалярной форме

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u,$$

откуда $u = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2}$.

Направление скорости первого шара принято за положительное.

Кинетические энергии шаров до и после взаимодействия определим по формуле

$$T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}, \quad T_2 = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2}.$$

Сравнение кинетических энергий шаров до и после удара показывает, что в результате неупругого удара шаров произошло уменьшение их кинетической энергии, за счет чего увеличилась их внутренняя энергия. Долю кинетической энергии шаров, пошедшей на увеличение их внутренней энергии, определим из соотношения

$$w = \frac{(T_1 - T_2)}{T_1}.$$

Подставим числовые значения и сделаем вычисления:

$$u = \frac{2,5 \cdot 6 - 1,5 \cdot 2}{2,5 + 1,5} = 3 \text{ м/с}, \quad T_1 = \frac{2,5 \cdot 6^2}{2} + \frac{1,5 \cdot 2^2}{2} = 48 \text{ Дж},$$

$$T_2 = \frac{(2,5 + 1,5) \cdot 3^2}{2} = 18 \text{ Дж}, \quad w = \frac{(48 - 18)}{48} = 0,62.$$

Размерность искоемых величин очевидна.

Пример 7. Ракета установлена на поверхности Земли для запуска в вертикальном направлении. При какой минимальной скорости v_1 , сообщенной ракете при запуске, она удалится от поверхности на

расстояние, равное радиусу Земли ($R_3 = 6,37 \cdot 10^6$ м)? Всеми силами, кроме силы гравитационного взаимодействия ракеты и Земли, пренебречь.

Д а н о: $R_3 = 6,37 \cdot 10^6$ | $v_1 - ?$ | *Решение.* Минимальную скорость ракеты можно найти, зная ее минимальную кинетическую энергию T_1 . Для определения T_1 воспользуемся законом сохранения механической энергии для замкнутой системы, в которой действуют только консервативные силы. Систему ракета–Земля можно считать замкнутой, в которой действует единственная консервативная сила – гравитационного взаимодействия.

В качестве инерциальной системы отсчета выберем систему отсчета, связанную с центром Земли.

Согласно закону сохранения механической энергии

$$T_1 + \Pi_1 = T_2 + \Pi_2 ,$$

где T_1 , Π_1 и T_2 , Π_2 – кинетическая и потенциальная энергия системы ракета–Земля в начальном (на поверхности Земли) и конечном (на расстоянии, равном R_3 от поверхности Земли) состояниях.

В выбранной системе отсчета кинетическая энергия Земли равна нулю, поэтому T_1 – просто начальная кинетическая энергия ракеты:

$$T_1 = \frac{mv_1^2}{2} .$$

Потенциальная энергия системы в начальном состоянии

$$\Pi_1 = -G \frac{mM_3}{R_3} .$$

По мере движения ракеты от поверхности Земли ее потенциальная энергия возрастает, а кинетическая убывает. В конечном состоянии кинетическая энергия $T_2 = 0$, а потенциальная

$$\Pi_2 = -G \frac{mM_3}{2R_3} .$$

Подставляя выражения T_1 , Π_1 и T_2 , Π_2 в формулу закона сохранения механической энергии, получим

$$\frac{mv_1^2}{2} - G \frac{mM_3}{R_3} = -G \frac{mM_3}{2R_3}, \quad v_1 = \sqrt{GM_3 / R_3}.$$

Заметим, что $GM_3/R_3^2 = g_0$ (g_0 – ускорение свободного падения у поверхности Земли). Тогда

$$v_1 = \sqrt{gR_3} = \sqrt{9,8 \cdot 6,37 \cdot 10^6} = 7,9 \cdot 10^3 \text{ м / с}.$$

Анализ размерности: $[v_1] = \left(\frac{\text{М} \cdot \text{М}}{\text{с}^2} \right)^{1/2} = \text{м / с}.$

Пример 8. Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу $m = 80$ г, перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 200$ г. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе? Трением и массой нити пренебречь.

<p>Д а н о:</p> <p>$m = 80$ кг</p> <p>$m_1 = 100$ г</p> <p>$m_2 = 200$ г</p> <hr style="width: 100%;"/> <p>$a - ?$</p>	<p><i>Решение.</i> Воспользуемся основным уравнением динамики поступательного и вращательного движений. Для этого рассмотрим силы, действующие на каждый груз в отдельности и на блок. На первый груз действуют две силы: сила тяжести $m_1 \vec{g}$ и сила упругости (сила натяжения нити \vec{T}_1).</p>
--	--

Спроецируем эти силы на ось X , которую направим вертикально вниз, и напишем уравнение движения

$$m_1 g - T_1 = -m_1 a.$$

Уравнение движения для второго груза:

$$m_2 g - T_2 = m_2 a.$$

Под действием двух моментов сил $M_1 = T_1' r$ и $M_2 = T_2' r$ относительно оси вращения O блок приобретает угловое ускорение ε .

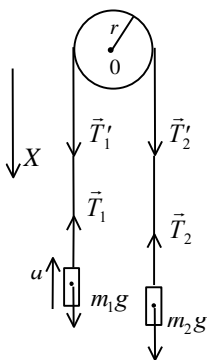


Рисунок 2

Согласно уравнению динамики вращательного движения (второй закон Ньютона):

$$T'_2 r - T'_1 r = I \varepsilon,$$

где $\varepsilon = a / r$, $I = m r^2 / 2$ – момент инерции блока (сплошного диска) относительно оси 0.

Согласно третьему закону Ньютона

$$T'_1 = T_1, \quad T'_2 = T_2.$$

Совместное решение трех уравнений дает

$$(m_2 g - m_2 a) r - (m_1 g + m_1 a) r = m r^2 (a / 2 r).$$

После сокращения на r и перегруппировки членов найдем

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + (m / 2)} g.$$

Размерность величины a очевидна. Подставим числовые данные и вычислим

$$a = \frac{0,2 - 0,1}{0,2 + 0,1 + 0,08 / 2} \cdot 9,81 = 2,88 \text{ м/с}^2.$$

Пример 9. Платформа в виде сплошного диска радиусом $R = 1,5$ м и массой $m_1 = 180$ кг вращается по инерции около вертикальной оси с частотой $n = 10 \text{ мин}^{-1}$. В центре платформы стоит человек массой $m_2 = 60$ кг. Какую линейную скорость v относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?

Д а н о:

$R = 1,5$ м
 $m_1 = 180$ кг
 $n = 10 \text{ мин}^{-1}$
 $m_2 = 60$ кг
 $v_1 = 6$ м/с
 $v_2 = 2$ м/с

 $v - ?$

Решение. Платформа вращается по инерции.

Следовательно, момент внешних сил относительно оси вращения, совпадающей с геометрической осью платформы, равен нулю. При этом условии момент импульса L системы платформа–человек остается постоянным:

$$L = I \omega = \text{const},$$

где I – момент инерции платформы с человеком относительно оси вращения; ω – угловая скорость платформы.

Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих в состав системы, поэтому $I = I_1 + I_2$, где I_1 и I_2 – момент инерции платформы и человека.

С учетом этого закон сохранения момента примет вид

$$(I_1 + I_2) \omega = \text{const} \quad \text{или} \quad (I_1 + I_2) \omega = (I'_1 + I'_2) \omega',$$

где значение моментов инерции I_1 и I_2 относится к начальному состоянию системы, I'_1 и I'_2 – к конечному.

Момент инерции платформы при переходе человека не изменится. Момент инерции человека относительно оси вращения изменится: $I_2 = 0$ – в начальном состоянии, $I'_2 = m_2 R^2$ – в конечном состоянии.

Подставим в закон сохранения момента импульса выражения для моментов инерции, начальной угловой скорости вращения платформы с человеком ($\omega = 2\pi n$) и конечной угловой скорости ($\omega' = v/R$, где v – скорость человека относительно пола):

$$\left(m_1 \frac{R^2}{2} + 0\right) 2\pi n = \left(m_1 \frac{R^2}{2} + m_2 R^2\right) \frac{v}{R}.$$

После простых преобразований получим

$$v = \frac{2\pi n R m_1}{m_1 + 2m_2}.$$

Проведем вычисления:

$$v = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot 1,5 \cdot 180}{180 + 2 \cdot 60} = 1 \text{ м/с}.$$

Анализ размерности: $[v] = \frac{(1/\text{с}) \cdot \text{м} \cdot \text{кг}}{\text{кг}} = \text{м/с}.$

Пример 10. Определить релятивистский импульс p и кинетическую энергию T электрона, движущегося со скоростью $v = 0,9c$ (где c – скорость света в вакууме).

<p>Д а н о:</p> <p>$v = 0,9c$</p> <hr/> <p>p - ?</p> <p>T - ?</p>	<p><i>Решение.</i> Выражение для релятивистского импульса</p> $p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} = \frac{m_0 c \beta}{\sqrt{1 - \beta^2}},$
--	---

где $\beta = v/c$.

В релятивистской механике кинетическая энергия T частицы определяется как разность между полной энергией E и энергией покоя E_0 этой частицы, т. е.

$$T = E - E_0.$$

Так как $E = mc^2$ и $E_0 = m_0c^2$, то, учитывая зависимость массы от скорости, получим

$$T = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0c^2 = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right).$$

Вычислим

$$m = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 0,9}{\sqrt{1-0,9^2}} = 5,6 \cdot 10^{-22} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

$$T = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-0,9^2}} - 1 \right) = 1,06 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}.$$

Во внесистемных единицах ($1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$) имеем: $T = 0,66 \text{ МэВ}$.

Анализ размерностей:

$$[p] = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad [T] = \text{кг} \cdot \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2 = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$$

5 ЗАДАЧИ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 1

- 1.1 Уравнение движения материальной точки вдоль оси x имеет вид $x = A + Bt + Ct^2$, где $A = 3 \text{ м}$, $B = 2 \text{ м/с}$, $C = -1,5 \text{ м/с}^2$. Найти координату x , скорость v и ускорение a точки в момент времени $t = 2 \text{ с}$.
- 1.2 Материальная точка движется по прямой согласно уравнению $x = 5t - t^3/8$. Определить среднюю скорость движения точки в интервале времени $t_1 = 1,4 \text{ с}$ и $t_2 = 6,6 \text{ с}$, а также скорость точки в эти моменты времени.
- 1.3 Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид $x = 3t + 0,07t^3$. Найти скорость и ускорение точки в моменты времени $t_1 = 6 \text{ с}$ и $t_2 = 11 \text{ с}$. Каковы средние значения

скорости и ускорения точки за этот интервал времени?

1.4 Зависимость пройденного материальной точкой пути от времени выражается уравнением $S = 0,25t^4 - 8t^2$. Найти экстремальное значение скорости точки. Построить график зависимости скорости точки от времени.

1.5 Зависимость пути от времени тела, движущегося прямолинейно, выражается уравнением $S = 4 + 46t - 4t^2$. Найти скорость и ускорение в моменты времени 0; 4; 7 с. Построить графики скорости и ускорения.

1.6 Движение материальной точки на плоскости задано уравнением

$$\vec{r}(t) = A(\vec{i} \cos \omega t + \vec{j} \sin \omega t),$$

где $A = 0,6$ м; $\omega = 6$ рад/с. Определить модуль скорости $|\vec{v}|$ и модуль нормального ускорения $|\vec{a}_n|$.

1.7 Движение материальной точки задано уравнением

$$\vec{r}(t) = \vec{i}(A + Bt^2) + \vec{k}Ct,$$

где $A = 11$ м, $B = -6$ м/с², $C = 11$ м/с. Начертить траекторию точки. Найти выражения $\vec{v}(t)$ и $\vec{a}(t)$. Для момента времени $t = 2$ с вычислить: 1) модуль скорости $|\vec{v}|$; 2) модуль ускорения $|\vec{a}|$; 3) модуль нормального ускорения $|\vec{a}_n|$.

1.8 Движение точки на плоскости по окружности радиусом $R = 4$ м задано уравнением $\xi = A + et + Ct^2$, где ξ – криволинейная координата, $A = 11$ м, $B = -3$ м/с, $C = 2$ м/с². Найти тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное a ускорения точки в момент времени $t = 3$ с.

1.9 Движение точки по кривой задано уравнением $x = A_1t^3$ и $y = A_2t$, где $A_1 = 2$ м/с³, $A_2 = 3$ м/с. Найти уравнение траектории точки, ее скорость v и полное ускорение a в момент времени $t = 0,9$ с.

1.10 Точка движется по окружности радиусом $R = 5$ м. Закон ее движения выражается уравнением $\xi = 9 - 2t^2$. Найти момент времени t , когда нормальное ускорение точки $a_n = 10$ м/с²; скорость v , тангенциальное a_τ и полное a ускорения точки в этот момент времени (ξ – криволинейная координата).

1.11 Две автомашины движутся по двум прямолинейным и взаимно перпендикулярным дорогам по направлению к перекрестку с постоянной скоростью $v_1 = 60$ км/ч и $v_2 = 120$ км/ч. Перед началом движения первая машина находилась от перекрестка на расстоянии $x_0 = 120$ км, вторая – $y_0 = 60$ км. Через какое время

после начала движения расстояние между машинами будет минимальным? Какова относительная скорость движения автомобилей?

- 1.12 Три четверти своего пути автомобиль прошел со скоростью $v_1 = 70$ км/ч, остальную часть пути – со скоростью $v_2 = 90$ км/ч. Какова средняя путевая скорость автомобиля?
- 1.13 Рядом с поездом на одной линии с передними буферами паровоза стоит человек. В момент, когда поезд начал двигаться с ускорением $a = 0,1$ м/с², человек начал идти в том же направлении со скоростью $v = 1,3$ м/с. Через какое время поезд нагонит человека? Определить скорость поезда в этот момент и путь, пройденный за это время человеком.
- 1.14 С башни высотой $h = 30$ м горизонтально брошен камень со скоростью $v_0 = 16$ м/с. Найти: 1) сколько времени камень будет в движении; 2) на каком расстоянии x от основания башни он упадет на землю; 3) с какой скоростью v он упадет на землю; 4) какой угол φ составит вектор конечной скорости с горизонтом в точке падения на землю? Сопротивление воздуха не учитывать.
- 1.15 С балкона бросили мяч вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 6$ м/с. Через $t = 3$ с мяч упал на землю. Определить высоту балкона над землей и скорость мяча в момент падения.
- 1.16 Тело брошено с башни вертикально вверх со скоростью $v_0 = 11$ м/с. Высота башни $h = 14,5$ м. Написать уравнение движения тела и определить среднюю путевую скорость $\langle v \rangle$ с момента бросания до момента падения на землю.
- 1.17 Тело начинает падать со скоростью $v_0 = 20$ м/с, находясь на высоте $h = 250$ м. Определить, через какое время тело достигнет поверхности земли, если начальная скорость v_0 направлена: а) вверх; б) вниз. Доказать, что скорость приземления в обоих случаях одинакова.
- 1.18 Камень, брошенный горизонтально, упал на землю через $t = 0,6$ с на расстоянии $l = 6$ м по горизонтали от места бросания. 1) С какой высоты h был брошен камень? 2) С какой начальной скоростью v_0 он был брошен? 3) С какой скоростью v он упал на землю? 4) Какой угол φ составляет траектория камня с горизонтом в точке его падения на землю? Сопротивление воздуха не учитывать.

- 1.19 Мяч бросили со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 50^\circ$ к горизонту. Найти: 1) на какую высоту H поднимется мяч; 2) на каком расстоянии L от места бросания он упадет на землю; 3) сколько времени он будет в движении? Соппротивление воздуха не учитывать.
- 1.20 Пуля пущена с начальной скоростью $v_0 = 210$ м/с по углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Определить максимальную высоту H подъема, дальность L полета и радиус R кривизны траектории пули в ее наивысшей точке. Соппротивлением воздуха пренебречь.
- 1.21 Линейная скорость v_1 точек на окружности вращающегося диска равна 3 м/с. Точки, расположенные на $\Delta R = 11$ см ближе к оси, имеют линейную скорость $v_2 = 2$ м/с. Определить частоту вращения n диска и его угловую скорость ω .
- 1.22 Найти радиус вращающегося колеса, если известно, что линейная скорость v_1 точки, лежащей на ободе, в 2,5 раза больше линейной скорости v_2 точки, лежащей на 5,2 см ближе к оси колеса.
- 1.23 Колесо, спустя $t = 1,5$ мин после начала вращения, приобретает скорость, соответствующую частоте вращения $n = 720$ об/мин. Найти угловую скорость колеса и число оборотов колеса за это время. Движение считать равноускоренным.
- 1.24 Определить угловую ω и линейную v скорости, а также центростремительное ускорение a_n точек, лежащих на земной поверхности: 1) на экваторе; 2) на широте Гомеля ($\varphi = 52^\circ$).
- 1.25 На цилиндр, который может вращаться около горизонтальной оси, намотана нить. К концу нити привязан грузик, которому предоставлена возможность опускаться. Двигаясь равноускоренно, грузик за $t = 3$ с опустился на $h = 1,6$ м. Определить угловое ускорение ε цилиндра, если его радиус $R = 4$ см.
- 1.26 Ось с двумя дисками, расположенными на расстоянии $l = 0,5$ м друг от друга, вращается с угловой скоростью, соответствующей частоте $n = 1500$ об/мин. Пуля, летящая вдоль оси, пробивает оба диска; при этом отверстие от пули во втором диске смещено относительно отверстия в первом диске на угол $\varphi = 14^\circ$. Найти скорость пули.
- 1.27 Вал вращается с постоянной скоростью, соответствующей частоте $n = 150$ об/мин. С некоторого момента вал тормозится и вращается равнозамедленно с угловым ускорением, численно равным

- 4 рад/с². 1) Через какое время вал остановится? 2) Сколько оборотов он сделает до остановки?
- 1.28 Точка движется по окружности радиусом $R = 10$ см с постоянным тангенциальным ускорением a_τ . Найти нормальное ускорение a_n точки через $\Delta t = 20$ с после начала движения, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки $v = 15$ м/с.
- 1.29 Колесо радиусом $R = 15$ см вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 3,14$ рад/с². Найти для точек на ободе колеса к концу первой секунды после начала движения: 1) угловую и линейную скорости; 2) тангенциальное, нормальное и полное ускорения.
- 1.30 Велосипедное колесо вращается с частотой $n = 6$ с⁻¹. Под действием сил трения оно остановилось через интервал времени $\Delta t = 1$ мин. Определить угловое ускорение ε и число оборотов N , которое сделает колесо за это время.
- 1.31 Диск радиусом $R = 20$ см вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $A = 4$ рад; $B = -1,2$ рад/с; $C = 0,1$ рад/с³. Определить тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное a ускорения точек на окружности диска в момент времени $t = 12$ с.
- 1.32 Колесо радиусом $R = 0,1$ м вращается так, что зависимость угла поворота колеса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $B = 3$ рад/с; $C = 2$ рад/с³. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через $\Delta t = 4$ с с начала движения: 1) угловую скорость ω и линейную v скорость; 2) угловое ε , тангенциальное a_τ и нормальное ускорения a_n .
- 1.33 Колесо вращается так, что зависимость угла поворота от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $B = 1$ рад/с; $C = 2$ рад/с²; $D = 1$ рад/с³. Найти радиус колеса, если известно, что к концу второй секунды движения нормальное ускорение точек, лежащих на ободе колеса, $a_n = 3,26 \cdot 10^2$ м/с².
- 1.34 Материальная точка движется по окружности радиусом $R = 1,3$ м. Уравнение движения точки $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 0,6$ рад/с; $B = 0,2$ рад/с³. Определить тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное a ускорения точки в момент времени $t = 5$ с.

- 1.35 Шарик подвешен на нити длиной $l = 1,1$ м. Шарик раскрутили так, что он начал двигаться равномерно по окружности в горизонтальной плоскости с периодом $T = 1,67$ с. Определить линейную скорость v и центростремительное ускорение a_n при движении шарика по окружности.
- 1.36 Стержень длиной $l = 0,6$ м вращается вокруг перпендикулярной к нему оси, при этом один его конец движется с линейной скоростью $0,314$ м/с. Найти линейную скорость v_2 другого конца стержня относительно оси вращения, если частота вращения $n = 0,6$ с⁻¹. Сравнить центростремительные ускорения концов стержня.
- 1.37 Лента конвейера, натянутая на барабан радиусом $R = 0,1$ м, движется относительно неподвижной системы отсчета, связанной с осью барабана, со скоростью $v = 1,3$ м/с. Определить, имеется ли проскальзывание ленты конвейера по поверхности соприкосновения с барабаном, вращающимся с частотой $n = 2$ с⁻¹. Какова скорость $v_{\text{отн}}$ ленты относительно барабана в местах его контакта с ее поверхностью?
- 1.38 На вал намотана нить, к концу которой подвешена гирька. При равномерном движении гирьки за $t = 11$ с с вала размоталось $l = 1,3$ м нити. Каков радиус R вала, если частота его вращения $n = 6$ с⁻¹? Определить величину и направление ускорения точки, находящейся на поверхности вала.
- 1.39 Винт турбореактивного самолета вращается относительно оси, направленной вдоль вала двигателя, с частотой $n = 35$ с⁻¹, причем посадочная скорость самолета относительно Земли $v_0 = 45$ м/с. Определить число оборотов N винта самолета за время пробега самолета, если длина посадочной дистанции $L = 670$ м. Движение самолета считать равнопеременным.
- 1.40 В опыте по определению ускорения свободного падения один раз шарик падает с высоты $h = 0,5$ м на неподвижный горизонтально расположенный диск, другой раз – с той же высоты на тот же диск, вращающийся с частотой $n = 2,1$ с⁻¹. При этом диск успевает повернуться относительно оси вращения на угол 225° . Определить ускорение свободного падения шарика.
- 1.41 К нити подвешен груз массой $m = 2$ кг. Найти натяжение нити, если нить с грузом: 1) поднимается с ускорением $a = 6$ м/с²; 2) опускается с тем же ускорением $a = 6$ м/с².

- 1.42 Масса лифта с пассажирами $m = 820$ кг. Найти, с каким ускорением и в каком направлении движется лифт, если известно, что натяжение троса, поддерживающего лифт: 1) $T_1 = 130$ Н; 2) $T_2 = 10$ кН.
- 1.43 Какую силу надо приложить к вагону, стоящему на рельсах, чтобы вагон стал двигаться равноускоренно и за время $t = 32$ с прошел путь $S = 12$ м? Масса вагона $m = 16$ т. Во время движения на вагон действует сила трения, равная $0,05$ силы тяжести вагона.
- 1.44 На столе стоит тележка массой $m_1 = 3$ кг. К тележке привязан один конец шнура, перекинутого через блок. С каким ускорением a будет двигаться тележка, если к другому концу шнура привязана гиря массой $m_2 = 2$ кг?
- 1.45 К пружинным весам подвешен блок. Через блок перекинут шнур, к концам которого привязаны грузы массами $m_1 = 1,8$ кг и $m_2 = 3,3$ кг. Каково будет показание весов во время движения грузов? Массой блока и шнура пренебречь.
- 1.46 Два бруска массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 5$ кг, соединенные шнуром, лежат на столе. С каким ускорением a будут двигаться бруски, если к одному из них приложить силу $F = 15$ Н, направленную горизонтально? Какова будет сила T натяжения шнура, соединяющего бруски, если силу 15 Н приложить: к первому бруску? ко второму бруску? Трением пренебречь.
- 1.47 К потолку трамвайного вагона подвешен на нити шар. Вагон тормозится, и его скорость равномерно изменяется за время $\Delta t = 4$ с от $v_1 = 20$ км/ч до $v_2 = 5$ км/ч. На какой угол α отклонится при этом нить с шаром?
- 1.48 На автомобиль массой $m = 1,2$ т во время движения действует сила трения, равная $0,1$ его силы тяжести. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, если автомобиль движется с постоянной скоростью: 1) в гору с уклоном 1 м на каждые 30 м пути; 2) под гору с тем же уклоном.
- 1.49 Наклонная плоскость, образующая угол $\alpha = 30^\circ$ с плоскостью горизонта, имеет длину $l = 3$ м. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за время $t = 3$ с. Определить коэффициент трения μ тела о плоскость.

- 1.50 Тело лежит на наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 5^\circ$. 1) При каком предельном значении коэффициента трения тело начнет скользить по наклонной плоскости? 2) С каким ускорением будет скользить тело по плоскости, если коэффициент трения равен 0,03? 3) Сколько времени потребуется для прохождения при этих условиях $l = 80$ м пути? 4) Какую скорость тело будет иметь в конце этих 80 м ?
- 1.51 Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 45° . Зависимость пройденного телом расстояния l дается уравнением $l = Ct^2$, где $C = 1,63$ м/с². Найти коэффициент трения тела о плоскость.
- 1.52 Снаряд массой $m = 12$ кг выпущен из зенитного орудия вертикально вверх со скоростью 800 м/с. Считая силу сопротивления воздуха пропорциональной скорости, определить время t подъема снаряда до высшей точки. Коэффициент сопротивления $k = 0,3$ кг/с.
- 1.53 Моторная лодка массой $m = 450$ кг начинает двигаться по озеру. Сила F тяги мотора равна $0,2$ кН. Считая силу сопротивления F_c пропорциональной скорости, определить скорость v лодки через $\Delta t = 20$ с после начала ее движения. Коэффициент сопротивления $k = 22$ кг/с.
- 1.54 Катер массой $m = 2,1$ т трогается с места и в течение времени $\tau = 12$ с развивает при движении по спокойной воде скорость $v = 5$ м/с. Определить силу тяги F мотора, считая ее постоянной. Принять силу сопротивления F_c движению пропорциональной скорости. Коэффициент сопротивления $k = 100$ кг/с.
- 1.55 Тело, имеющее постоянную массу, до торможения двигалось равномерно, а в момент остановки тормозная сила достигла значения $F_{\text{ост}} = 40$ Н. Определить тормозную силу через 3 с после начала торможения, если тормозной путь в зависимости от времени изменялся по закону $l = Dt - Bt^3$, где $D = 196$ м/с, $B = 1$ м/с³.
- 1.56 Сани массой $m = 220$ кг движутся ускоренно в горизонтальном направлении. Действующая сила $F = 10^3$ Н приложена под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Коэффициент трения $\mu = 0,06$. Определить ускорение.

- 1.57 Тело массой $m = 120$ кг поднимают по наклонной плоскости с ускорением $a = 3 \text{ м/с}^2$. Какую силу, параллельную наклонной плоскости, необходимо приложить для подъема тела? Коэффициент трения соприкасающихся поверхностей $\mu = 0,2$, угол наклона 30° .
- 1.58 Лестница длиной $l = 10$ м и массой $m = 2$ кг приставлена к гладкой вертикальной стене. Она образует с горизонтальной опорой угол $\varphi = 60^\circ$. Определить силу трения между лестницей и опорой, которая необходима для того, чтобы удержать лестницу от скольжения, когда человек массой $m_1 = 70$ кг находится на расстоянии $h = 3$ м от верхнего ее конца.
- 1.59 На тело массой m действует сила F под углом β к направлению движения. Сила трения зависит от скорости: $F_{\text{тр}} = F_0 + kv$. Определить скорость и ускорение тела в момент времени t , а также установившееся значение скорости, если в момент $t = 0$ тело покоилось.
- 1.60 Вагонетка массой $m = 2,1 \cdot 10^3$ кг равномерно поднимается по эстакаде, угол наклона которой $\varphi = 30^\circ$. Определить силу натяжения троса, с помощью которого поднимают вагонетку, если коэффициент трения $\mu = 0,06$.
- 1.61 На баржу, привязанную к берегу тросом длиной $l = 12$ м, действует сила трения воды $F_{\text{т}} = 4,2 \cdot 10^2$ Н и сила давления ветра $F_{\text{д}} = 3,1 \cdot 10^2$ Н, действующего с берега перпендикулярно к нему. С какой силой натянут трос, если баржа находится в равновесии? На каком расстоянии от берега она расположится?
- 1.62 Рабочий, сила тяжести которого $P = 0,8$ кН, равномерно поднимает груз массой 65 кг вертикально вверх с помощью каната, перекинутого через неподвижный блок. С какой силой рабочий давит на землю?
- 1.63 Деревянный брусок, сила тяжести которого $P = 12$ Н, находится на наклонной плоскости с углом наклона к горизонту $\varphi = 45^\circ$. С какой наименьшей силой, направленной параллельно основанию наклонной плоскости, надо прижать брусок, чтобы он оставался в покое, если коэффициент трения $\mu = 0,2$? Найти также, с какой наименьшей силой, направленной перпендикулярно к наклонной плоскости, следует прижать брусок, чтобы он остался в покое.

- 1.64 На нити длиной $l = 6$ см висит шар радиусом $R = 6$ см, опирающийся на вертикальную стенку. Масса шара $m = 3$ кг. Определить силу натяжения нити и силу давления шара на стену. Трение шара о стену не учитывать.
- 1.65 Фонарь, масса которого $m = 25$ кг, подвешен к середине троса, вследствие чего трос провисает, образуя с горизонтом угол $\varphi = 6^\circ$. Определить силы натяжения троса.
- 1.66 При каком значении коэффициента трения человек, бегущий по прямой твердой дорожке, не может поскользнуться? Минимальный угол между плоскостью горизонта и линией, составляющей центр тяжести бегуна с точкой опоры, равен β .
- 1.67 С какой наименьшей силой надо толкать перед собой полотер массой $m = 14$ кг для того, чтобы сдвинуть его с места, если эта сила направлена вдоль ручки полотера, составляющей с горизонтом угол $\varphi = 30^\circ$, а коэффициент трения между полом и полотером $\mu = 0,5$? Каков предельный угол между ручкой полотера и горизонтом, при котором движение полотера невозможно при любом усилии?
- 1.68 Чему равен коэффициент трения между полом и ящиком массой $m = 15$ кг, если наименьшая сила, необходимая для того, чтобы сдвинуть ящик с места, $F_{\min} = 90$ Н?
- 1.69 Определить положение центра тяжести тонкой однородной пластинки, представляющей собой прямоугольник со сторонами r и $2r$, из которого вырезан полукруг радиуса r .
- 1.70 Через неподвижный блок, масса которого пренебрежимо мала, перекинута веревка. На конце веревки висит груз массой $M = 30$ кг, а за другой конец ухватилась обезьяна и карабкается вверх. С каким ускорением a поднимается обезьяна, если груз находится все время на одной высоте? Масса обезьяны $m = 25$ кг. Через какое время t обезьяна достигнет блока, если первоначально она находилась от него на расстоянии $l = 25$ м?
- 1.71 За какое время тело массой m соскользнет с наклонной плоскости высотой h и с углом наклона φ , если по наклонной плоскости с углом θ оно двигалось вниз равномерно?
- 1.72 Чему должен быть равен минимальный коэффициент трения μ между шинами и поверхностью наклонной дороги с углом $\alpha = 20^\circ$

- для того, чтобы автомобиль мог двигаться по ней вверх с ускорением $a = 0,8 \text{ м/с}^2$?
- 1.73 Автоцистерна с бензином движется с ускорением $a = 0,6 \text{ м/с}^2$. Под каким углом β к плоскости горизонта расположен уровень бензина в цистерне?
- 1.74 Струя воды ударяется о неподвижную плоскость, поставленную под углом $\alpha = 60^\circ$ к направлению движения струи. Скорость струи $v = 15 \text{ м/с}$, площадь ее поперечного сечения $S = 6 \text{ см}^2$. Определить силу F давления струи на плоскость.
- 1.75 Бак в тендере паровоза имеет длину $l = 4 \text{ м}$. Определить разность Δl уровней воды у переднего и заднего концов бака при движении поезда с ускорением $a = 0,6 \text{ м/с}^2$.
- 1.76 Самолет летит в горизонтальном направлении с ускорением $a = 18 \text{ м/с}^2$. Определить перегрузку пассажира самолета.
- 1.77 Поезд массой $m = 550 \text{ т}$ движется равнозамедленно при торможении, при этом скорость его уменьшается в течение времени $t = 1,5 \text{ мин}$ от $v_1 = 50 \text{ км/ч}$ до $v_2 = 35 \text{ км/ч}$. Определить силу F торможения.
- 1.78 Какую силу F надо приложить к вагону, стоящему на рельсах, чтобы вагон стал двигаться равноускоренно и за время $t = 0,5 \text{ мин}$ прошел путь $s = 11 \text{ м}$? Масса вагона $m = 50 \text{ т}$; сила трения, действующая на вагон во время движения, равна $0,06$ веса вагона.
- 1.79 Поезд массой $m = 650 \text{ т}$ после прекращения тяги тепловоза под действием силы трения $F_{\text{тр}} = 100 \text{ кН}$ останавливается в течение времени $t = 1,5 \text{ мин}$. Определить, с какой скоростью двигался поезд.
- 1.80 Аэростат массой $m = 300 \text{ кг}$ начал опускаться с ускорением $a = 0,25 \text{ м/с}^2$. Определить массу балласта, который необходимо сбросить за борт, чтобы аэростат получил такое же ускорение, но направленное вверх. Сопротивлением воздуха пренебречь.
- 1.81 Диск радиусом $R = 30 \text{ см}$ вращается вокруг вертикальной оси. На краю диска лежит кубик. Принимая коэффициент трения $\mu = 0,3$, найти частоту n вращения, при которой кубик соскользнет с диска.
- 1.82 Самолет описывает петлю Нестерова радиусом $R = 250 \text{ м}$. Во сколько раз сила F , с которой летчик давит на сиденье в нижней

точке, больше силы тяжести летчика, если скорость самолета $v = 120$ м/с.

- 1.83 Мотоцикл едет по внутренней поверхности вертикального цилиндра радиусом $R = 12,2$ м. Центр тяжести мотоцикла с человеком расположен на расстоянии $l = 0,9$ м от поверхности цилиндра. Коэффициент трения μ покрышек о поверхность цилиндра равен $0,6$. С какой минимальной скоростью v_{\min} должен ехать мотоциклист? Каков будет при этом угол φ наклона его к плоскости горизонта.
- 1.84 Какую наибольшую скорость v_{\max} может развить велосипедист, проезжая закругление радиусом $R = 55$ м, если коэффициент трения скольжения μ между шинами и асфальтом равен $0,25$? Каков угол φ отклонения велосипеда от вертикали, когда велосипедист движется по закруглению?
- 1.85 Акробат на мотоцикле описывает “мертвую петлю” радиусом $r = 5$ м. Определить, с какой наименьшей скоростью должен проезжать акробат верхнюю точку петли, чтобы не сорваться.
- 1.86 К шнуру подвешена гири. Гирию отвели в сторону так, что шнур принял горизонтальное положение, и отпустили. Определить силу T натяжения шнура в момент, когда гири проходит положение равновесия. Какой угол α с вертикалью составляет шнур в момент, когда сила натяжения шнура равна силе тяжести гири?
- 1.87 Автомобиль движется по мосту, имеющему форму дуги окружности радиуса $R = 45$ м, обращенной своей выпуклостью вверх. Какое максимальное горизонтальное ускорение может развить автомобиль в высшей точке моста, если скорость его в этой точке $v = 55$ км/ч, а коэффициент трения автомобиля о мост $\mu = 0,5$?
- 1.88 Груз массой $m = 120$ г подвешен на нити и совершает колебания, отклоняясь на угол $\alpha = 60^\circ$ в ту и другую сторону. Определить натяжение нити в момент, когда нить составляет угол $\beta = 30^\circ$ с вертикалью.
- 1.89 Груз, привязанный к шнуру длиной $l = 60$ см, описывает окружность в горизонтальной плоскости. Какой угол α образует шнур с вертикалью, если частота вращения $n = 2$ с⁻¹.

- 1.90 Груз, привязанный к нити длиной $l = 90$ см, описывает окружность в горизонтальной плоскости. Определить период T обращения, если нить отклонена на угол $\alpha = 30^\circ$ от вертикали.
- 1.91 Автомобиль массой $m = 6$ т движется со скоростью $v = 12$ м/с по выпуклому мосту. Определить силу F давления автомобиля на мост в его верхней части, если радиус кривизны моста $R = 60$ м.
- 1.92 Автомобиль движется по закруглению шоссе, радиус кривизны которого $R = 150$ м. Определить, при какой скорости v автомобиля начнется его занос, если коэффициент трения f колес о покрытие дороги равен 0,1.
- 1.93 Вал вращается с частотой $n = 2500$ мин⁻¹. К валу перпендикулярно его длине прикреплен стержень очень малой массы, несущий на концах грузы массой $m = 1,5$ кг каждый, находящиеся на расстоянии $r = 0,15$ м от оси вала. Определить силу F , растягивающую стержень при вращении вала.
- 1.94 Трамвай массой $m = 6$ т движется по закруглению радиусом $R = 140$ м. Определить силу бокового давления колес на рельсы при скорости движения $v = 8$ км/ч.
- 1.95 Груз, привязанный к шнуру, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Определить массу груза, если известно, что разность между максимальным и минимальным натяжениями шнура равна 1,5 Н.
- 1.96 Гирия массой $m = 100$ г, привязанная к нити длиной $l = 30$ см, описывает в горизонтальной плоскости окружность. Определить натяжение нити, если частота вращения $n = 2$ с⁻¹.
- 1.97 Диск вращается вокруг вертикальной оси с частотой $n = 25$ с⁻¹. На расстоянии $r = 0,15$ м от оси вращения на диске лежит тело. Определить, какое значение должен иметь коэффициент трения между телом и диском, чтобы тело не скатилось с диска.
- 1.98 Мотоциклист движется по горизонтальной дороге со скоростью $v = 60$ км/ч, делая поворот радиусом кривизны $R = 90$ м. Определить, на какой угол φ мотоциклист должен наклониться при повороте, чтобы не упасть.
- 1.99 К потолку трамвайного вагона подвешен на нити шар. Вагон движется со скоростью $v = 10$ км/ч по закруглению радиусом $R = 40$ м. Определить, на какой угол α отклонится при этом нить с шаром.

- 1.100 Груз, привязанный к шнуру длиной $l = 60$ см, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Определить, при каком числе оборотов в секунду шнур разорвется, если известно, что он рвется при нагрузке, равной девятикратному весу груза.
- 1.101 Автомат выпускает 610 пуль в минуту. Масса каждой пули $m = 4$ г, ее начальная скорость $v = 520$ м/с. Найти среднюю силу отдачи при стрельбе.
- 1.102 Тело массой $m_1 = 1,1$ кг, двигаясь горизонтально со скоростью $v_1 = 1,2$ м/с, догоняет второе тело массой $m_2 = 0,6$ кг и неупруго сталкивается с ним. Какую скорость получают тела, если: 1) второе тело стояло неподвижно; 2) второе тело двигалось со скоростью $v_2 = 0,7$ м/с в том же направлении, что и первое; 3) второе тело двигалось со скоростью $v_2 = 0,7$ м/с в направлении, противоположном направлению движения первого тела.
- 1.103 В лодке массой $m_1 = 250$ кг стоит человек массой $m_2 = 70$ кг. Лодка плывет со скоростью $v_1 = 1$ м/с. Человек прыгает с лодки в горизонтальном направлении со скоростью $v_2 = 4$ м/с (относительно лодки). Найти скорость движения лодки после прыжка человека в двух случаях: человек прыгает 1) вперед по движению лодки; 2) в сторону, противоположную движению лодки.
- 1.104 На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса человека $M = 70$ кг, масса доски $m = 25$ кг. С какой скоростью u (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль доски со скоростью (относительно доски) $v = 1$ м/с? Массой колес пренебречь. Трение не учитывать.
- 1.105 На железнодорожной платформе установлено орудие. Масса платформы с орудием $M = 16$ т. Орудие стреляет вверх под углом $\varphi = 60^\circ$ к горизонту в направлении движения. С какой скоростью v_1 покатится платформа после отдачи, если масса снаряда $m = 25$ кг, и он вылетает со скоростью $v_2 = 500$ м/с.
- 1.106 Снаряд массой $m = 12$ кг обладает скоростью $v = 210$ м/с в верхней точке траектории. В этой точке он разорвался на две части. Меньшая часть массой $m_1 = 4$ кг получила скорость $v = 430$ м/с. С какой скоростью u_2 и под каким углом к

горизонту φ_2 полетит большая часть снаряда, если меньшая полетела вперед под углом $\varphi_1 = 60^\circ$ к горизонту.

- 1.107 Космический корабль, имеющий поперечное сечение $S = 12 \text{ м}^2$ и скорость $v = 10 \text{ км/с}$, попадает в облако микрометеоритов. В 1 м^3 пространства находится $n = 2$ микрометеорита. Масса каждого микрометеорита $m = 0,03 \text{ г}$. Какую силу тяги должен развить двигатель, чтобы скорость корабля не изменилась? Удар микрометеорита об обшивку корабля считать неупругим.
- 1.108 Ракета, масса которой в начальный момент $m_0 = 1,5 \text{ кг}$, запущена вертикально вверх. Определить ускорение, с которым двигалась ракета через $t = 6 \text{ с}$ после запуска, если скорость расхода горючего вещества $\mu = 0,2 \text{ кг/с}$, а относительная скорость выхода продуктов сгорания $u = 90 \text{ м/с}$. Сопротивление воздуха не учитывать.
- 1.109 На катере, масса которого $M = 2,2 \cdot 10^5 \text{ кг}$, установлен водометный движитель, выбрасывающий каждую секунду в направлении, противоположном движению катера, $m_0 = 200 \text{ кг}$ воды со скоростью $v_0 = 6 \text{ м/с}$ (относительно катера). Определить скорость катера через $\tau = 4 \text{ мин}$ после начала движения. Сопротивлением воды пренебречь.
- 1.110 Определить, во сколько раз уменьшится масса ракеты, если через некоторое время после запуска ее скорость $v = 71 \text{ м/с}$, а относительная скорость выхода продуктов сгорания $u = 32 \text{ м/с}$. Сопротивление воздуха и ускорение силы тяжести не учитывать.
- 1.111 Определить скорость ракеты в момент полного выгорания заряда, если начальная масса ракеты $m_0 = 0,15 \text{ кг}$, масса заряда $m_z = 0,08 \text{ кг}$, начальная скорость ракеты $v_0 = 0$, относительная скорость выхода продуктов сгорания из сопла $u = 20 \text{ м/с}$. Сопротивление воздуха и ускорение силы тяжести не учитывать.
- 1.112 Какова должна быть минимальная сила трения между колесами автомобиля и дорогой, чтобы он мог двигаться со скоростью $v = 25 \text{ м/с}$ под вертикальным дождем? Масса дождевой капли $m = 0,1 \text{ г}$. Ежесекундно на 1 см^2 горизонтальной поверхности падает три капли дождя ($n = 3$). Площадь поверхности автомобиля, смачиваемая дождем, $S = 4 \text{ м}^2$. Считать, что вся поверхность смачивается дождем равномерно.

- 1.113 Огнетушитель выбрасывает ежесекундно $m_{\text{пе}} = 0,3$ кг пены со скоростью $v = 15$ м/с. Вес полного огнетушителя $P = 20$ Н. Какую силу должен развить человек, чтобы удерживать огнетушитель неподвижно в руках в вертикальном положении в начальный момент его работы.
- 1.114 Снаряд разрывается в верхней точке траектории на высоте $H = 22,4$ м на две одинаковые части. Через $t_1 = 2,1$ с после разрыва одна часть падает на землю под тем же местом, где произошел взрыв. Во сколько раз расстояние L_2 , на котором упадет второе тело от места выстрела, больше расстояния L_1 , на котором первое упало от места выстрела? Спротивлением воздуха пренебречь.
- 1.115 По гладкой плоскости скользят навстречу друг другу без трения два упругих шарика с массами $m_1 = 15$ г и $m_2 = 60$ г и скоростями соответственно $v_1 = 2$ м/с, $v_2 = 1$ м/с. Определить их скорости после центрального удара.
- 1.116 Шар массой $m_1 = 9$ кг, движущийся со скоростью $v_1 = 5$ м/с, сталкивается с шаром массой $m_2 = 3$ кг, скорость которого $v_2 = 15$ м/с. Считая удар прямым, неупругим, определить скорость u шаров после удара в двух случаях: 1) шары движутся навстречу друг другу; 2) малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении.
- 1.117 Из ружья массой $M = 6$ кг вылетает пуля массой $m = 5$ г со скоростью $v = 550$ м/с. Определить скорость отдачи ружья.
- 1.118 Человек массой $M = 65$ кг, бегущий со скоростью $v = 8$ км/ч, догоняет тележку массой $m = 85$ кг, движущуюся со скоростью $u = 3,1$ км/ч, и запрыгивает на нее. Определить, с какой скоростью станет двигаться тележка. Найти, с какой скоростью будет двигаться тележка, если человек бежал ей навстречу.
- 1.119 Снаряд массой $m = 110$ кг, летящий горизонтально вдоль железнодорожного пути со скоростью $v = 520$ м/с, попадает в вагон с песком массой $M = 11$ т и застревает в нем. Определить, какую скорость получит вагон, если: 1) вагон стоял неподвижно; 2) вагон двигался со скоростью 35 км/ч в том же направлении, что и снаряд; 3) вагон двигался со скоростью 35 км/ч в направлении, противоположном движению снаряда.
- 1.120 Ствол пушки направлен под углом $\varphi = 30^\circ$ к горизонту. Когда колеса пушки закреплены, скорость снаряда, масса которого в $n =$

- = 55 раз меньше массы пушки, равна 190 м/с. Определить скорость пушки сразу после выстрела, если колеса ее освободить.
- 1.121 Под действием постоянной силы F вагонетка прошла путь $l = 6$ м и приобрела скорость $v = 2$ м/с. Определить работу силы, если масса вагонетки $m = 450$ кг и коэффициент трения $\mu = 0,01$.
- 1.122 Вычислить работу, совершаемую при равноускоренном подъеме груза массой $m = 120$ кг на высоту $h = 5$ м за время $t = 3$ с.
- 1.123 Камень брошен вверх под углом $\varphi = 60^\circ$ к плоскости горизонта. Кинетическая энергия камня в начальный момент $T_0 = 25$ Дж. Определить кинетическую T и потенциальную Π энергии камня в высшей точке его траектории. Сопротивлением воздуха пренебречь.
- 1.124 Материальная точка массой $m = 2$ кг двигалась под действием некоторой силы согласно уравнению $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $A = 11$ м, $B = -2$ м/с, $C = 1$ м/с², $D = -0,3$ м/с³. Найти мощность N в моменты времени $t_1 = 3$ с и $t_2 = 6$ с.
- 1.125 Аэросани массой $m = 110$ кг, двигаясь по горизонтальному участку пути со скоростью $v = 32$ км/ч, развивают мощность $N = 24$ кВт. Какую мощность они должны развивать при движении в гору с уклоном $\varphi = 11^\circ$ с той же скоростью?
- 1.126 Найти работу A подъема груза по наклонной плоскости длиной $l = 1,8$ м, если масса m груза равна 110 кг, угол наклона $\theta = 60^\circ$. Коэффициент трения $f = 0,2$ и груз движется с ускорением $a = 1,5$ м/с².
- 1.127 Вычислить работу A , совершаемую на пути $s = 15$ м равномерно возрастающей силой, если в начале пути сила $F_1 = 15$ Н, в конце пути сила $F_2 = 55$ Н.
- 1.128 Под действием постоянной силы $F = 450$ Н, направленной вертикально вверх, груз массой $m = 25$ кг был поднят на высоту $h = 20$ м. Определить, какой потенциальной энергией Π будет обладать поднятый груз и какую работу A совершит сила F .
- 1.129 Тело массой $m = 1,5$ кг, брошенное с вышки в горизонтальном направлении со скоростью $v_0 = 25$ м/с, через $t = 4$ с упало на землю. Определить кинетическую энергию T , которую имело тело в момент удара о землю. Сопротивлением воздуха пренебречь.

- 1.130 Самолет поднимается и на высоте $h = 5,5$ км достигает скорости $v = 390$ км/ч. Определить, во сколько раз работа, совершаемая при подъеме против силы тяжести, больше работы, идущей на увеличение скорости самолета.
- 1.131 Вагон массой $m = 25$ т, движущийся равнозамедленно, под действием силы трения $F = 6,5$ кН через некоторое время останавливается. Определить работу сил трения и расстояние, которое вагон пройдет до остановки, если начальная скорость вагона $v = 50$ км/ч.
- 1.132 Трамвай движется с ускорением $a = 0,5$ м/с². Найти коэффициент трения, если известно, что 55 % мощности мотора затрачивается на преодоление сил трения и 45 % – на увеличение скорости движения.
- 1.133 Определить работу A , которую надо совершить, чтобы увеличить скорость движения тела от $v_1 = 3$ м/с до $v_2 = 7$ м/с на пути $s = 12$ м. На всем пути действует постоянная сила трения $F = 0,4$ Н, масса тела $m = 1,4$ кг.
- 1.134 Камень массой $m = 2,2$ кг упал с некоторой высоты. Определить кинетическую E и потенциальную $П$ энергии камня в средней точке пути, если падение продолжалось $t = 1,6$ с. Сопротивлением воздуха пренебречь.
- 1.135 С башни высотой $h = 30$ м горизонтально брошен камень массой $m = 0,3$ кг со скоростью $v_0 = 16$ м/с. Определить кинетическую E и потенциальную $П$ энергии камня по истечении времени $t = 1,4$ с. Сопротивлением воздуха пренебречь.
- 1.136 Работа A , затраченная на толкание ядра массой $m = 2,1$ кг, брошенного под углом $\varphi = 30^\circ$ к горизонту, равна 220 Дж. Найти, через сколько времени и на каком расстоянии от места бросания ядро упадет на землю. Сопротивление воздуха не учитывать.
- 1.137 Материальная точка массой $m = 12$ г движется по окружности радиусом $r = 7$ см с постоянным тангенциальным ускорением. Определить величину тангенциального ускорения, если известно, что к концу второго оборота после начала движения кинетическая энергия K материальной точки стала равной 1 мДж.
- 1.138 По наклонной плоскости высотой $h = 0,6$ м и длиной склона $l = 1,2$ м скользит тело массой $m = 3,1$ кг. Тело приходит к основанию наклонной плоскости со скоростью $v = 3$ м/с;

начальная скорость тела равна нулю. Определить коэффициент трения тела о плоскость и количество тепла, выделенного при трении.

- 1.139 Автомобиль массой $m = 2,2$ т движется в гору, уклон которой равен 5 м на каждые 100 м пути. Коэффициент трения $f = 0,1$. Найти работу A , совершаемую двигателем автомобиля на пути $s = 3,2$ км, и мощность N , развиваемую двигателем, если известно, что этот путь был пройден за время $t = 4,5$ мин.
- 1.140 Определить, какую мощность N развивает двигатель автомобиля массой $m = 1,5$ т, движущегося со скоростью $v = 40$ км/ч, если автомобиль едет: 1) по горизонтальной дороге; 2) в гору с уклоном 4 м на каждые 100 м пути; 3) под гору с тем же уклоном. Коэффициент трения $f = 0,08$.
- 1.141 Конькобежец массой $M = 75$ кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой $m = 3$ кг со скоростью $v = 9$ м/с. Найти, на какое расстояние откатится при этом конькобежец, если известно, что коэффициент трения коньков о лед $\mu = 0,03$.
- 1.142 Человек, стоящий на неподвижной тележке, бросает вперед в горизонтальном направлении камень массой $m = 2,5$ кг. Тележка с человеком покатилась назад, и в начальный момент времени после бросания ее скорость была $u_2 = 0,1$ м/с. Найти кинетическую энергию брошенного камня через 0,8 с после начала его движения. Масса тележки с человеком равна 110 кг.
- 1.143 Тело массой $m_1 = 2,5$ кг движется навстречу второму телу массой $m_2 = 1,8$ кг и неупруго сталкивается с ним. Скорость тел непосредственно перед столкновением была равна соответственно $v_1 = 1,3$ м/с и $v_2 = 2,4$ м/с. Сколько времени будут двигаться эти тела после столкновения, если коэффициент трения $\mu = 0,06$.
- 1.144 Два шара подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Масса первого шара $m_1 = 0,3$ кг, масса второго – $m_2 = 150$ г. Первый шар отклоняют так, что его центр поднимается на высоту $h_0 = 5,5$ см, и отпускают. На какую высоту поднимутся шары после соударения, если: 1) удар упругий; 2) удар неупругий?
- 1.145 Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на очень легком жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в

1100 раз меньше массы шара. Расстояние от точки подвеса стержня до центра шара $l = 1,1$ м. Найти скорость пули, если известно, что стержень с шариком отклонился от удара пули на угол $\varphi = 12^\circ$.

- 1.146 Деревянным молотком, масса которого $m = 0,6$ кг, ударяют о неподвижную стенку. Скорость молотка в момент удара $v = 1,1$ м/с. Считая коэффициент восстановления при ударе $k_{\text{в}} = 0,6$, найти количество теплоты, выделившееся при ударе (коэффициентом восстановления материала тела называется отношение скорости тела после удара к его скорости до удара).
- 1.147 Стальной шарик, упавший с высоты $H = 1,6$ м на стальную плиту, отталкивается от нее со скоростью $v_2 = 0,8 v_1$, где v_1 – скорость, с которой шар подлетел к плите. Определить: 1) на какую высоту он поднимется; 2) сколько пройдет времени от начала движения шара до вторичного падения на плиту.
- 1.148 Стальной шарик массой $m = 25$ г, падая с высоты $h_1 = 1,2$ м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту $h_2 = 90$ см. Найти: 1) импульс силы, полученный плитой за время удара; 2) количество теплоты, выделившееся при ударе.
- 1.149 Частица массой $m_1 = 8 \cdot 10^{-20}$ г сталкивается с покоящейся частицей массой $m_2 = 2 \cdot 10^{-19}$ г. Считая столкновение абсолютно упругим, определить максимальную относительную потерю энергии первой частицы.
- 1.150 С какой наименьшей высоты должен начать скатываться акробат на велосипеде (не работая ногами), чтобы проехать по дорожке, имеющей форму “мертвой петли” радиусом $R = 4,2$ м, и не оторваться от дорожки в верхней точке? Трением пренебречь.
- 1.151 Конькобежец, стоя на льду, бросил вперед гирию массой $m_1 = 4$ кг и вследствие отдачи покатился назад со скоростью $v_2 = 2$ м/с. Масса конькобежца $m_2 = 70$ кг. Определить работу A , совершаемую конькобежцем при бросании гири.
- 1.152 Пуля массой $m = 12$ г, летевшая со скоростью $v = 550$ м/с, попала в баллистический маятник массой $M = 11$ кг и застряла в нем. На какую высоту h , откачнувшись после удара, поднялся маятник?
- 1.153 Шар массой $m_1 = 3$ кг налетает на покоящийся шар массой $m_2 = 10$ кг. Импульс движущегося шара $P_1 = 15$ кг·м/с. Удар шаров прямой упругий. Определить непосредственно после удара:

- 1) импульс P'_1 первого и P'_2 второго шаров; 2) изменение ΔP_1 импульса первого шара; 3) кинетическую энергию T'_1 первого и T'_2 второго шаров; 4) изменение ΔT_1 кинетической энергии первого шара; 5) долю w кинетической энергии, передаваемой первым шаром второму.
- 1.154 Из двух соударяющихся абсолютно упругих шаров больший шар покоится. В результате прямого удара меньший шар потерял $w = 4/5$ своей кинетической энергии T_1 . Определить отношение $k = M/m$ масс шаров.
- 1.155 Какой путь l пройдут санки по горизонтальной поверхности после спуска с горы высотой $h = 25$ м, имеющий уклон $\alpha = 30^\circ$? Коэффициент трения $\mu = 0,2$.
- 1.156 От удара копра весом $P = 6 \cdot 10^3$ Н, свободно падающего с некоторой высоты, свая погружается в грунт на $\Delta h = 1,5$ см. Определить силу F_c сопротивления грунта, считая её постоянной, если скорость копра перед ударом $v_c = 11$ м/с. Вес сваи – 550 Н. Задачу решить для двух случаев: 1) удар копра абсолютно неупругий; 2) удар копра абсолютно упругий.
- 1.157 Санки, движущиеся по горизонтальному льду со скоростью $v = 7$ м/с, выезжают на асфальт. Длина полозьев санок $L_0 = 2,1$ м, коэффициент трения об асфальт $\mu = 1$. Какой путь L пройдут санки до полной остановки?
- 1.158 Два упругих шарика подвешены на тонких нитях рядом так, что они находятся на одной высоте и соприкасаются. Нити подвеса разной длины: $l_1 = 11$ см, $l_2 = 7$ см. Массы шариков: $m_1 = 9$ г, $m_2 = 23$ г. Шарик с массой $m_1 = 9$ г отклоняют на угол $\alpha = 60^\circ$ и отпускают. Определить максимальное отклонение шариков от вертикали после удара. Удар считать абсолютно упругим.
- 1.159 Горизонтально летящая пуля массой m попадает в деревянный шар, лежащий на полу, и пробивает его. Определить, какая часть энергии пули перешла в тепло, если ее начальная скорость была v_1 , скорость после вылета из шара – v_2 , масса шара – M . Трение между шаром и полом отсутствует, траектория пули проходит через центр шара.
- 1.160 В покоящийся клин массой M попадает горизонтально летящая пуля массой m и после абсолютно упругого удара о поверхность клина отскакивает вертикально вверх. Определить, на какую

высоту поднимется пуля, если скорость клина после удара стала v . Трением пренебречь.

- 1.161 Определить момент инерции земного шара относительно оси вращения.
- 1.162 Два маленьких шарика массой $m = 12$ г каждый скреплены тонким невесомым стержнем длиной $l = 25$ см. Определить момент инерции I системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через центр масс.
- 1.163 Три маленьких шарика массой $m = 11$ г каждый, расположенные в вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 25$ см, скреплены между собой. Определить момент инерции I системы относительно оси: 1) перпендикулярной плоскости треугольника и проходящей через центр описанной окружности; 2) лежащей в плоскости треугольника и проходящей через центр описанной окружности и одну из вершин треугольника. Массой стержней, соединяющей шары, пренебречь.
- 1.164 Определить момент инерции I тонкого однородного стержня длиной $l = 30$ см и массой $m = 120$ г относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через: 1) его конец; 2) его середину; 3) точку, отстоящую от конца стержня на $1/4$ его длины.
- 1.165 Вычислить момент инерции I проволочного прямоугольника со сторонами $a = 14$ см и $b = 18$ см относительно оси, лежащей в плоскости прямоугольника и проходящей через середины малых сторон. Масса равномерно распределена по длине проволоки с линейной плотностью $0,1$ кг/м.
- 1.166 Определить момент инерции материальной точки массой $m = 110$ г относительно оси, отстоящей от точки на $r = 25$ см.
- 1.167 Вычислить момент инерции I тонкого однородного кольца радиусом $R = 25$ см и массой $m = 110$ г относительно оси, лежащей в плоскости кольца и проходящей через его центр.
- 1.168 Диаметр диска $d = 25$ см, масса $m = 900$ г. Определить момент инерции I диска относительно оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска.
- 1.169 Найти момент инерции I плоской однородной прямоугольной пластины массой $m = 900$ г относительно оси, совпадающей с одной из ее сторон, если длина a другой стороны равна 45 см.

- 1.170 Вычислить момент инерции I тонкой плоской пластины со сторонами $a = 12$ см и $b = 24$ см относительно оси, проходящей через центр масс пластины параллельно большей стороне. Масса пластины равномерно распределена по ее площади с поверхностной плотностью $\sigma = 1,3$ кг/м².
- 1.171 Тонкий однородный стержень длиной $l = 60$ см и массой $m = 450$ г вращается с угловым ускорением $\varepsilon = 4$ рад/с² около оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину. Определить вращающий момент M .
- 1.172 На горизонтальную ось насажены маховик и легкий шкив радиусом $R = 6$ см. На шкив намотан шнур, к которому привязан груз массой $m = 500$ г. Опускаясь равноускоренно, груз прошел путь $s = 1,8$ м за время $t = 3$ с. Определить момент инерции I маховика. Массу шкива считать пренебрежимо малой.
- 1.173 К ободу однородного диска радиусом $R = 0,3$ м приложена постоянная касательная сила $F = 120$ Н. При вращении на диск действует момент сил трения $M_{\text{тр}} = 3$ Н·м. Найти массу диска, если известно, что диск вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 110$ рад/с².
- 1.174 Однородный стержень длиной $l = 90$ см и массой $m = 450$ г вращается в вертикальной плоскости, проходящей через середину стержня. С каким угловым ускорением ε вращается стержень, если вращающий момент $M = 0,1$ Н·м.
- 1.175 На барабан массой $M = 10$ кг намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 3$ кг. Определить ускорение груза. Барабан считать однородным цилиндром. Трение не учитывать.
- 1.176 Маховик, момент инерции которого $I = 80$ кг·м², вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 35$ рад/с. Найти тормозящий момент M , под действием которого маховик останавливается через $t = 25$ с.
- 1.177 Маховик радиусом $R = 0,3$ м и массой $m = 12$ кг соединен с мотором при помощи приводного ремня. Натяжение T ремня, идущего без скольжения, постоянно и равно 17 Н. Какое число оборотов в секунду будет делать маховик через $\Delta t = 11$ с после начала движения? Маховик считать однородным диском. Трение не учитывать.

- 1.178 Тонкий однородный стержень длиной $l = 60$ см и массой $m = 500$ г вращается с угловым ускорением $\varepsilon = 4$ рад/с² около оси, проходящей перпендикулярно стержню, через точку, делящую стержень в отношении 1:4. Определить вращающий момент M .
- 1.179 Вал массой $m = 20$ кг и радиусом $R = 15$ см вращается с частотой $n = 9$ с⁻¹. К цилиндрической поверхности вала прижали тормозную колодку с силой $F = 30$ Н, под действием которой вал остановился через $t = 9$ с. Определить коэффициент трения.
- 1.180 На цилиндр намотана тонкая гибкая нерастяжимая лента, массой которой по сравнению с массой цилиндра можно пренебречь. Свободный конец ленты жестко закреплен. Цилиндру предоставлена возможность свободно опускаться под действием силы тяжести. Найти линейное ускорение a оси цилиндра, если цилиндр: 1) сплошной; 2) полый тонкостенный.
- 1.181 На барабан радиусом $R = 0,6$ м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 1,1$ кг. Найти момент инерции J барабана, если известно, что груз опускается с ускорением $a = 2,5$ м/с².
- 1.182 Однородный диск радиусом $R = 0,3$ м и массой $m = 6$ кг вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Зависимость угловой скорости вращения диска от времени дается уравнением $\omega = A + Bt$, где $B = 9$ рад/с². Найти величину касательной силы, приложенной к ободу диска. Трением пренебречь.
- 1.183 К ободу колеса радиусом $R = 0,6$ м и массой $m = 70$ кг приложена касательная сила $F = 120$ Н. Найти: 1) угловое ускорение колеса; 2) через какое время после начала действия силы колесо будет иметь скорость, соответствующую частоте вращения 110 об/с.
- 1.184 Однородный диск радиусом r раскручен до угловой скорости ω и осторожно положен на горизонтальную поверхность. Определить, сколько времени t диск будет вращаться на поверхности, если коэффициент трения равен f .
- 1.185 Колесо, имеющее момент инерции $I = 260$ кг·м², вращается, делая 22 об./с. Через минуту после того, как на колесо перестал действовать вращающий момент, оно остановилось. Найти: 1) момент сил трения; 2) число оборотов, которое сделало колесо до полной остановки после прекращения действия сил.

- 1.186 Через блок, имеющий форму диска, перекинут шнур. К концам шнура привязаны грузики массами $m_1 = 110$ г и $m_2 = 120$ г. С каким ускорением a будут двигаться грузики, если масса m блока равна 500 г? Трением в блоке пренебречь.
- 1.187 По наклонной плоскости, образующей угол φ с горизонтом, скатывается без скольжения сплошной однородный диск. Определить линейное ускорение a центра диска.
- 1.188 Две гири разной массы соединены нитью и перекинуты через блок, момент инерции которого $I = 60$ кг·м² и радиус $R = 25$ см. Блок вращается с трением и момент сил трения $M = 120$ Н·м. Найти разность натяжения нити ($T_1 - T_2$) по обе стороны блока, если известно, что блок вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 2,6$ рад/с².
- 1.189 Через неподвижный блок массой $m = 0,3$ кг перекинут шнур, к концам которого подвесили грузы массами $m_1 = 0,4$ кг и $m_2 = 0,6$ кг. Определить силы T_1 и T_2 натяжения шнура по обе стороны блока во время движения грузов, если масса блока равномерно размещена по ободу.
- 1.190 Шар массой $m = 12$ кг и радиусом $R = 25$ см вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Уравнение движения шара имеет вид $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$, где $B = 5$ рад/с², $C = -1$ рад/с³. Найти закон изменения момента сил, действующих на шар. Определить момент силы M в момент времени $t = 3$ с.
- 1.191 Определить момент количества движения земного шара относительно оси вращения.
- 1.192 Однородный тонкий стержень массой $m_1 = 0,3$ кг и длиной $l = 1,4$ м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси Z , проходящей через точку, которая делит стержень в отношении 1:2. В верхний конец стержня попадает пластилиновый шарик, летящий горизонтально (перпендикулярно оси Z) со скоростью $v = 12$ м/с, и прилипает к стержню. Масса шарика $m_2 = 11$ г. Определить угловую скорость ω стержня и линейную скорость u нижнего конца стержня в начальный момент времени.
- 1.193 Горизонтальная платформа массой $M = 85$ кг и радиусом $R = 1,1$ м вращается с угловой скоростью, соответствующей частоте $n = 25$ об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. Какова будет частота

вращения платформы, если человек, опустив руки, уменьшает свой момент инерции от $3,1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ до $1,1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$? Считать платформу однородным круглым диском.

- 1.194 Человек массой $m_1 = 70 \text{ кг}$ находится на платформе массой $m_2 = 110 \text{ кг}$. Какое число оборотов будет делать платформа, если человек будет двигаться по окружности радиусом $R_1 = 6 \text{ м}$ вокруг оси вращения? Скорость движения человека относительно платформы $v_1 = 5 \text{ км/ч}$. Радиус платформы $R_2 = 11 \text{ м}$. Считать платформу однородным диском, а человека – материальной точкой.
- 1.195 Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек массой $m_1 = 60 \text{ кг}$. На какой угол φ повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя его, вернется в исходную точку на платформе? Масса платформы $m = 260 \text{ кг}$. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.
- 1.196 Платформа в виде диска радиусом $R = 1,2 \text{ м}$ вращается по инерции с частотой $n_1 = 7 \text{ мин}^{-1}$. На краю платформы стоит человек, масса которого $m = 70 \text{ кг}$. С какой частотой n_2 будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции платформы $I = 130 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.
- 1.197 На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень длиной $l = 2,5 \text{ м}$ и массой $m = 9 \text{ кг}$, расположенный вертикально по оси вращения скамейки. Скамья с человеком вращается с частотой $n_1 = 1 \text{ с}^{-1}$. С какой частотой n_2 будет вращаться скамья с человеком, если он повернет стержень в горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи $I = 7 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.
- 1.198 На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень, расположенный вертикально вдоль оси вращения скамейки. Стержень служит осью вращения колеса, расположенного на верхнем конце стержня. Скамья неподвижна, колесо вращается с частотой $n_1 = 11 \text{ с}^{-1}$. Радиус колеса $R = 25 \text{ см}$, его масса $m = 4 \text{ кг}$. Определить частоту вращения n_2 скамьи, если человек повернет стержень на угол 90° ?, 180° ? Суммарный момент инерции

человека и скамьи $I = 7 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Массу колеса можно считать равномерно распределенной по ободу.

- 1.199 Человек стоит на скамье Жуковского и ловит рукой мяч массой $m = 0,5 \text{ кг}$, летящий в горизонтальном направлении со скоростью $v = 21 \text{ м/с}$. Траектория мяча проходит на расстоянии $r = 0,9 \text{ м}$ от вертикальной оси вращения скамьи. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамья Жуковского с человеком, поймавшим мяч, если суммарный момент инерции человека и скамьи $I = 7 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$?
- 1.200 На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом $R = 2,1 \text{ м}$, стоит человек массой $m_1 = 85 \text{ кг}$. Масса m_2 платформы равна 250 кг . Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Пренебрегая трением, найти, с какой угловой скоростью ω будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью $v = 1,5 \text{ м/с}$ относительно платформы.
- 1.201 Маховик вращается по закону, выраженному уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 3 \text{ рад}$, $B = 17 \text{ рад/с}$, $C = -3 \text{ рад/с}^2$. Момент инерции колеса $I = 60 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Найти законы, по которым меняется вращающий момент M и мощность N . Чему равна мощность в момент времени $t = 4 \text{ с}$.
- 1.202 Для определения мощности мотора на его шкив диаметром $D = 25 \text{ см}$ накинута лента. К одному концу ленты прикреплен динамометр, к другому подвешен груз P . Найти мощность N мотора, если мотор вращается с частотой $n = 30 \text{ с}^{-1}$, масса груза $m = 1,2 \text{ кг}$ и показания динамометра $F = 28 \text{ Н}$.
- 1.203 Шар катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Полная кинетическая энергия шара $T = 18 \text{ Дж}$. Определить кинетическую энергию T_1 поступательного и T_2 вращательного движений шара.
- 1.204 Сколько времени t будет скатываться без скольжения обруч с наклонной плоскости длиной $l = 2,5 \text{ м}$ и высотой $h = 1,2 \text{ м}$.
- 1.205 Карандаш длиной $l = 18 \text{ см}$, поставленный вертикально, падает на стол. Какую угловую ω и линейную v скорости будет иметь в конце падения: 1) середина карандаша; 2) верхний его конец?

Считать, что трение настолько велико, что нижний конец карандаша не проскальзывает.

- 1.206 На поверхности земли шарнирно закреплен легкий стержень длиной l_1 , расположенный вертикально. На верхнем конце стержня укреплен груз массой m_1 , а на расстоянии $l_2 < l_1$ от нижнего конца стержня – груз массой m_2 . Найти, с какой скоростью масса m_1 коснется земли, если стержень начинает падать без начальной скорости. Массой стержня можно пренебречь.
- 1.207 Диск массой $m = 2,5$ кг катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью $v = 5$ м/с. Определить кинетическую энергию T диска.
- 1.208 Шар диаметром $d = 7$ см катится без скольжения по горизонтальной плоскости, делая пять оборотов в секунду. Найти кинетическую энергию шара, если его масса $m = 0,3$ кг.
- 1.209 Обруч и диск имеют одинаковый вес P и катятся без скольжения с одинаковой линейной скоростью v . Кинетическая энергия T_1 обруча равна 6 Дж. Определить кинетическую энергию T_2 диска.
- 1.210 Шар массой $m = 1,5$ кг, катящийся без скольжения, ударяется о стенку и откатывается от нее. Скорость шара до удара о стенку $v_1 = 0,1$ м/с, после удара $v_2 = 7$ см/с. Найти количество тепла Q , выделившееся при ударе.
- 1.211 Определить относительную ошибку, которая получается при вычислении кинетической энергии катящегося шара, если не учитывать его вращение.
- 1.212 Диск массой $m = 5$ кг и диаметром $d = 40$ см вращается вокруг оси, проходящей через центр перпендикулярно его плоскости с частотой $n = 15$ с⁻¹. Какую работу A надо совершить, чтобы остановить диск?
- 1.213 Человек катит обруч по горизонтальной дороге со скоростью $v = 6$ км/ч. На какое расстояние может вкатиться обруч на горку за счет его кинетической энергии? Уклон горки равен 11 м на каждые 100 м пути.
- 1.214 Найти кинетическую энергию велосипедиста, едущего со скоростью $v = 15$ км/ч. Масса велосипедиста вместе с велосипедом $M = 80$ кг, причем масса колес $m = 4$ кг. Колеса велосипеда считать обручами.

- 1.215 Кинетическая энергия T вала, вращающегося с частотой $n = 6 \text{ с}^{-1}$, равна 70 Дж. Определить момент количества движения L этого вала.
- 1.216 С какой наименьшей высоты H должен съехать велосипедист, чтобы по инерции (без трения) проехать дорожку, имеющую форму “мертвой петли” радиусом $R = 4 \text{ м}$, и не оторваться от дорожки в верхней точке петли? Масса велосипедиста вместе с велосипедом $M = 82 \text{ кг}$, причем масса колес $m = 4 \text{ кг}$. Колеса велосипеда считать обручами.
- 1.217 Алюминиевый шар радиусом $R = 0,2 \text{ м}$ вращается с частотой $n = 1 \text{ с}^{-1}$ вокруг оси, проходящей через его центр. Какую работу A надо совершить, чтобы увеличить угловую скорость вращения шара втрое?
- 1.218 Однородный стержень длиной $l = 80 \text{ см}$ подвешен на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Какую наименьшую скорость v надо сообщить нижнему концу стержня, чтобы он сделал полный оборот вокруг оси?
- 1.219 Горизонтальная платформа массой $m = 90 \text{ кг}$ и радиусом $R = 1,4 \text{ м}$ вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы с частотой $n = 9 \text{ мин}^{-1}$. Человек массой $M = 70 \text{ кг}$ стоит при этом на краю платформы. Какую работу A совершает человек при переходе от края платформы к ее центру?
- 1.220 Горизонтальная платформа массой $m = 85 \text{ кг}$ и радиусом $R = 0,9 \text{ м}$ вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы с частотой $n = 25 \text{ мин}^{-1}$. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. Как и во сколько раз изменится кинетическая энергия платформы с человеком, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от 3,2 до 1,2 $\text{кг}\cdot\text{м}^2$?
- 1.221 На какой угол надо отклонить однородный стержень длиной $l = 90 \text{ см}$, подвешенный на горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня, чтобы нижний конец стержня при прохождении им положения равновесия имел скорость $v = 4 \text{ м/с}$?
- 1.222 Колесо, вращаясь равнозамедленно при торможении, уменьшило за время $t = 1 \text{ мин}$ частоту вращения от $n_1 = 250 \text{ мин}^{-1}$ до $n_2 = 150 \text{ мин}^{-1}$. Момент инерции колеса $I = 2,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Определить тормозящий момент и работу сил торможения.

- 1.223 Вентилятор вращается с частотой $n = 1000 \text{ мин}^{-1}$. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки 90 оборотов. Работа сил торможения $A = 55 \text{ Дж}$. Определить момент инерции вентилятора и момент силы торможения.
- 1.224 Маховое колесо, имеющее момент инерции $I = 260 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, вращается с частотой $n = 25 \text{ мин}^{-1}$. После того, как на колесо перестал действовать вращающий момент сил, оно остановилось, сделав 1100 оборотов. Определить: 1) момент сил трения ; 2) работу сил торможения; 3) время, прошедшее от момента прекращения действия вращающего момента сил до полной остановки колеса.
- 1.225 Маховое колесо начинает вращаться с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 0,6 \text{ рад/с}^2$ и через $t_1 = 14 \text{ с}$ после начала движения приобретает момент количества движения $L = 75 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$. Найти кинетическую энергию T колеса через время $t_2 = 22 \text{ с}$ после начала движения.
- 1.226 По ободу шкива, насаженного на общую ось с маховым колесом, намотана нить, к концу которой подвешен груз массой $m = 1,5 \text{ кг}$. На какое расстояние s должен опуститься груз, чтобы колесо со шкивом приобрело частоту вращения $n = 70 \text{ мин}^{-1}$? Момент инерции колеса со шкивом $I = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, радиус шкива $r = 12 \text{ см}$.
- 1.227 Маховик вращается с постоянной частотой $n = 12 \text{ с}^{-1}$, его кинетическая энергия равна 850 Дж. За сколько времени t вращающий момент сил $M = 55 \text{ Н} \cdot \text{м}$, приложенный к этому маховику, увеличит угловую скорость маховика в три раза?
- 1.228 К ободу диска массой $m = 6 \text{ кг}$ приложена постоянная касательная сила $F = 2,5 \text{ Н}$. Какую кинетическую энергию T будет иметь диск через $\Delta t = 6 \text{ с}$ после начала действия силы?
- 1.229 Маховик вращается по закону, выраженному уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 3 \text{ рад}$, $B = 32 \text{ рад/с}$, $C = -5 \text{ рад/с}^2$. Момент инерции маховика $I = 110 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Найти среднюю мощность $\langle N \rangle$, развиваемую силами, действующими на маховик при его вращении, до остановки.
- 1.230 Шарик массой $m = 120 \text{ г}$, привязанный к концу нити длиной $l_1 = 1,2 \text{ м}$, вращается, опираясь на горизонтальную плоскость, с

- частотой $n_1 = 1 \text{ с}^{-1}$. Нить укорачивается и шарик приближается к оси вращения до расстояния $l_2 = 0,6 \text{ м}$. С какой частотой n_2 будет при этом вращаться шарик? Какую работу A совершает внешняя сила, укорачивая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.
- 1.231 Якорь электродвигателя вращается с частотой $n = 1600 \text{ мин}^{-1}$. Определить вращающий момент M , если мотор развивает мощность $N = 600 \text{ Вт}$.
- 1.232 Тонкий прямой стержень длиной $l = 1,2 \text{ м}$ прикреплен к горизонтальной оси, проходящей через его конец. Стержень отклонен на угол $\alpha = 30^\circ$ от положения равновесия и отпущен. Определить линейную скорость v нижнего конца стержня в момент прохождения через положение равновесия.
- 1.233 Со шкива диаметром $d = 0,5 \text{ м}$ через ремень передается мощность $N = 10 \text{ кВт}$. Шкив вращается с частотой $n = 250 \text{ мин}^{-1}$. Сила натяжения T_1 ведущей ветви ремня в два раза больше силы натяжения T_2 ведомой ветви. Найти силы натяжения обеих ветвей ремня.
- 1.234 Определить линейную скорость v центра шара, скатившегося без скольжения с наклонной плоскости высотой $h = 1,5 \text{ м}$.
- 1.235 Маховик в виде диска массой $m = 85 \text{ кг}$ и радиусом $r = 40 \text{ см}$ находится в состоянии покоя. Какую работу A_1 надо совершить, чтобы он начал вращаться с частотой $n = 12 \text{ с}^{-1}$? Какую работу A_2 пришлось бы совершить, если при той же массе диск имел меньшую толщину, но вдвое больший радиус?
- 1.236 Кинетическая энергия T вращающегося маховика равна $1,4 \text{ кДж}$. Под действием постоянного тормозящего момента маховик начал вращаться равнозамедленно и, сделав 120 оборотов, остановился. Определить момент M силы торможения.
- 1.237 Маховик, момент инерции которого J равен $45 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, начал вращаться равноускоренно из состояния покоя под действием момента силы $M = 25 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Вращение продолжалось в течение $t = 12 \text{ с}$. Определить кинетическую энергию T , приобретенную маховиком.
- 1.238 Пуля массой $m = 12 \text{ г}$ летит со скоростью $v = 750 \text{ м/с}$, вращаясь около продольной оси с частотой $n = 2900 \text{ с}^{-1}$. Принимая пулю за цилиндр диаметром $d = 9 \text{ мм}$, определить полную кинетическую энергию T пули.

- 1.239 Сплошной цилиндр массой $m = 3$ кг катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Линейная скорость v оси цилиндра равна 2 м/с. Определить полную кинетическую энергию T цилиндра.
- 1.240 Обруч и сплошной цилиндр, имеющие одинаковую массу $m = 3$ кг, катятся с одинаковой линейной скоростью $v = 4$ м/с. Найти кинетические энергии T_1 и T_2 этих тел.
- 1.241 Найти зависимость ускорения свободного падения g от расстояния r , отсчитанного от центра планеты, плотность которой ρ . Построить график зависимости $f = g(r)$. Радиус планеты R считать известным.
- 1.242 Определить работу A , которую совершают силы гравитационного поля Земли, если тело массой $m = 2$ кг упадет на поверхность Земли: 1) с высоты h , равной радиусу Земли; 2) из бесконечности. Радиус Земли R_3 и ускорение свободного падения g_0 на ее поверхности считать известными.
- 1.243 Вычислить значение первой (круговой) и второй (параболической) космических скоростей вблизи поверхности Луны.
- 1.244 С какой линейной скоростью v будет двигаться искусственный спутник Земли по круговой орбите: 1) у поверхности Земли; 2) на высоте $h_1 = 300$ км и $h_2 = 8000$ км? Вычислить период обращения T искусственного спутника Земли при этих условиях.
- 1.245 Искусственный спутник Земли движется по круговой орбите в плоскости экватора с запада на восток. На каком расстоянии от поверхности Земли должен находиться этот спутник, чтобы он был неподвижен по отношению к наблюдателю, который находится на Земле?
- 1.246 Имеется кольцо из тонкой проволоки, радиус которого равен r . Определить силу, с которой это кольцо притягивает материальную точку массой m , находящуюся на оси кольца на расстоянии L от его центра. Радиус кольца R , плотность материала проволоки ρ .
- 1.247 Как велика сила F взаимного притяжения двух космических кораблей массой $m = 11$ т каждый, если они сблизятся до расстояния $r = 150$ м?

- 1.248 Радиус Земли в $n = 3,66$ раза больше радиуса Луны, средняя плотность Земли в $k = 1,66$ раза больше средней плотности Луны. Определить ускорение свободного падения g_L на поверхности Луны. На поверхности Земли ускорение свободного падения g считать известным.
- 1.249 Радиус R малой планеты равен 260 км, средняя плотность $\rho = 3 \text{ г/см}^3$. Определить ускорение свободного падения g на поверхности планеты.
- 1.250 Масса Земли в $n = 8,61$ раза больше массы Луны. Расстояние l между центрами масс Земли и Луны равно $60,3R$ (R – радиус Земли). На каком расстоянии r (в единицах R) от центра Земли находится точка, в которой суммарная напряженность гравитационного поля Земли и Луны равна нулю?
- 1.251 Определить работу A , которую совершат силы гравитационного поля Земли, если тело массой $m = 2 \text{ кг}$ упадет на поверхность Земли: 1) с высоты h , равной радиусу Земли; 2) из бесконечности. Радиус R Земли и ускорение свободного падения g на поверхности Земли считать известными.
- 1.252 Найти первую и вторую космические скорости вблизи поверхности Солнца.
- 1.253 Как и во сколько раз кинетическая энергия искусственного спутника Земли, движущегося по круговой траектории, отличается от его гравитационной потенциальной энергии?
- 1.254 Стальной и медный стержни, длины которых равны соответственно $l_1 = 1,1 \text{ м}$ и $l_2 = 0,7 \text{ м}$, а сечения $S_1 = S_2 = 1,6 \text{ см}^2$, скреплены концами последовательно. Вычислить удлинение стержней, если растягивающая их сила $F = 420 \text{ Н}$.
- 1.255 На железобетонную колонну высотой $h = 12 \text{ м}$ действует сила $F = 4,2 \cdot 10^6 \text{ Н}$. Найти деформацию колонны (абсолютную и относительную), если площадь поперечного сечения колонны, занятая бетоном, $S_б = 1 \cdot 10^{-1} \text{ м}^2$ и стальной арматурой – $S_{ст} = 0,01S_б$, а модуль упругости бетона $E_б = 0,1E_{ст}$.
- 1.256 Определить диаметр стального вала для передачи мощности $N = 5,3 \text{ кВт}$ при частоте вращения $n = 110 \text{ об/мин}$, если необходимая длина вала $l = 520 \text{ мм}$, а допустимый угол закругления $\varphi = 1^\circ$.

- 1.257 Гиря массой $m = 11$ кг, привязанная к проволоке, вращается с частотой $n = 2$ с⁻¹ вокруг вертикальной оси, проходящей через конец проволоки, скользя при этом без трения по горизонтальной поверхности. Длина проволоки $l = 1,3$ м, площадь ее поперечного сечения $S = 3$ мм². Найти напряжение σ материала проволоки. Массой ее пренебречь.
- 1.258 К проволоке диаметром $d = 3$ мм подвешен груз массой $m = 1,5$ кг. Определить напряжение σ , возникшее в проволоке.
- 1.259 Какой наибольший груз может выдержать стальная проволока диаметром $d = 2$ мм, не выходя за пределы упругости $\sigma_{\text{упр}} = 295$ МПа? Какую долю первоначальной длины составляет удлинение проволоки при этом грузе?
- 1.260 Свинцовая проволока подвешена в вертикальном положении за верхний конец. Какую наибольшую длину l может иметь проволока, не обрываясь под действием силы тяжести? Предел прочности свинца $\sigma_{\text{пр}} = 12,3$ МПа.
- 1.261 Гиря массой $m = 11$ кг, привязанная к проволоке, вращается с частотой $n = 3$ с⁻¹ вокруг вертикальной оси, проходящей через конец проволоки, скользя при этом по горизонтальной поверхности. Длина l проволоки равна $1,3$ м, площадь S ее поперечного сечения равна 3 мм². Найти напряжение σ материала проволоки. Массой проволоки пренебречь.
- 1.262 Проволока длиной $l = 2$ м и диаметром $d = 1$ мм натянута практически горизонтально. Когда к середине проволоки подвесили груз массой $m = 1$ кг, проволока растянулась настолько, что точка подвеса опустилась на $h = 4$ см. Найти модуль Юнга E материала проволоки.
- 1.263 Определить жесткость k системы двух пружин при последовательном и параллельном их соединении. Жесткость пружин $k_1 = 3$ кН/м и $k_2 = 7$ кН/м.
- 1.264 К середине резинового шнура длиной $l = 2$ м, расположенного горизонтально, подвешена гиря массой $m = 0,5$ кг. Под действием гири шнур провис на $\Delta h = 0,5$ м. Найти жесткость шнура, если деформация шнура упругая. Массой шнура пренебречь.
- 1.265 К вертикальной проволоке длиной $l = 5$ м и площадью поперечного сечения $S = 2$ мм² подвешен груз массой $m = 5,1$ кг. В

результате проволока удлинилась на $x = 0,6$ мм. Определить модуль Юнга материала проволоки.

- 1.266 К стальному стержню длиной $l = 4$ м и диаметром $d = 3$ см подвешен груз массой $m = 2,6$ т. Определить напряжение σ в стержне, относительное ε и абсолютное x удлинения стержня.
- 1.267 Две пружины жесткостью $k_1 = 0,4$ кН/м и $k_2 = 0,9$ кН/м соединены последовательно. Определить абсолютную деформацию x_1 первой пружины, если вторая деформирована на $x_2 = 1,6$ см.
- 1.268. Определить работу растяжения двух соединенных последовательно пружин жесткостью $k_1 = 500$ Н/м и $k_2 = 350$ Н/м, если первая пружина при этом растянулась на $l = 1,5$ см.
- 1.269 Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой $m_1 = 11$ г со скоростью $v = 310$ м/с. Затвор пистолета массой $m_2 = 220$ г прижимается к стволу пружиной, жесткость которой $k = 28$ кН/м. На какое расстояние отойдет затвор после выстрела? Считать, что пистолет жестко закреплен.
- 1.270 Пружина жесткостью $k = 550$ Н/м сжата силой $F = 120$ Н. Определить работу A внешней силы, дополнительно сжимающей эту пружину еще на $\Delta l = 3$ см.
- 1.271 Две пружины жесткостью $k_1 = 0,6$ кН/м и $k_2 = 1,1$ кН/м скреплены параллельно. Определить потенциальную энергию данной системы при абсолютной деформации $\Delta l = 5$ см.
- 1.272 Если на верхний конец вертикально расположенной спиральной пружины положить груз, то пружина сожмется на $\Delta l = 4$ мм. На сколько сожмет пружину тот же груз, упавший на конец пружины с высоты $h = 10$ см?
- 1.273 К проволоке, закрепленной верхним концом, подвешивают груз массой m , под действием которого проволока удлиняется на величину Δl . Определить, во сколько раз изменение потенциальной энергии груза больше изменения потенциальной энергии проволоки. Как это объяснить с точки зрения закона сохранения энергии?
- 1.274 Какую работу A нужно совершить, чтобы растянуть на $x = 2$ мм стальной стержень длиной $l = 2$ м и площадью поперечного сечения $S = 2$ см²?

- 1.275 Две пружины жесткостью $k_1 = 0,4$ кН/м и $k_2 = 0,7$ кН/м скреплены последовательно и растянуты так, что абсолютная деформация второй пружины $x_2 = 3,1$ см. Определить работу A , совершенную при этом внешней силой.
- 1.276 Стержень из стали длиной $l = 3$ м и площадью поперечного сечения $S = 3$ см² растягивается силой $F = 11$ кН. Найти потенциальную энергию Π растянутого стержня и объемную плотность ω энергии.
- 1.277 С какой скоростью v вылетит из пружинного пистолета шарик массой $m = 11$ г, если пружина была сжата на $x = 6$ см. Жесткость k пружины равна 210 Н/м.
- 1.278 В пружинном ружье пружина сжата на $x_1 = 21$ см. При взводе ее сжали еще на $x_2 = 31$ см. С какой скоростью v вылетит из ружья пуля массой $m = 45$ г, если жесткость пружины k равна 130 Н/м?
- 1.279 Вагон массой $m = 15$ т двигался со скоростью $v = 1$ м/с. Налетев на пружинный буфер, он остановился, сжав пружину буфера на $x = 11$ см. Найти жесткость k пружины.
- 1.280 Стальной стержень растянут так, что напряжение в материале стержня $\sigma = 320$ МПа. Найти объемную плотность ω потенциальной энергии растянутого стержня.
- 1.281 В системе отсчета K находится квадрат, сторона которого параллельна оси OX' . Определить угол φ между его диагоналями в системе K' , если эта система движется относительно K со скоростью $v = 0,9$ с.
- 1.282 В лабораторной системе отсчета (K -системе) π -мезон с момента рождения до момента распада пролетел расстояние $l = 75$ м. Скорость v π -мезона равна $0,995$ с. Вычислить собственное время жизни τ_0 мезона.
- 1.283 На космическом корабле-спутнике находятся часы, синхронизированные до полета с земными. Скорость v_0 спутника составляет $7,9$ км/с. Насколько отстанут часы на спутнике по измерениям земного наблюдателя по своим часам за время $\tau_0 = 0,6$ года?
- 1.284 Собственное время жизни τ_0 μ -мезона равно 2 мкс. От точки рождения до точки распада μ -мезон пролетел расстояние $l = 6$ км. С какой скоростью v (в долях скорости света) двигался мезон?

- 1.285 Какую скорость v должно иметь движущееся тело, чтобы его размеры уменьшились в три раза?
- 1.286 Мезоны космических лучей достигают поверхности Земли с самыми разнообразными скоростями. Найти релятивистское сокращение размеров мезона, имеющего скорость, равную 97 % скорости света?
- 1.287 Во сколько раз увеличивается продолжительность существования нестабильной частицы (по часам неподвижного наблюдателя), если она начинает двигаться со скоростью, составляющей 98 % скорости света?
- 1.288 Мезон, входящий в состав космического излучения, движется со скоростью, составляющей 96 % скорости света. Какой промежуток времени по часам земного наблюдателя соответствует двум секундам “собственного времени” мезона?
- 1.289 В лабораторной системе отсчета находятся две частицы. Одна частица массой m_0 движется со скоростью $v = 0,9c$, другая массой $2m_0$ находится в покое. Определить скорость v_c центра масс системы частиц.
- 1.290 Двое часов после синхронизации были помещены в системы отсчета K и K' , движущиеся относительно друг друга. При какой скорости их относительного движения возможно обнаружить релятивистское замедление хода часов, если собственная длительность τ_0 промежутка времени составляет 1,1 с? Измерение времени производится с точностью $\Delta\tau = 10^{-11}$ с.
- 1.291 Две релятивистские частицы движутся в лабораторной системе отсчета со скоростями $v_1 = 0,7c$ и $v_2 = 0,8c$ вдоль одной прямой. Определить их относительную скорость u_{21} в двух случаях: 1) частицы движутся в одном направлении; 2) частицы движутся в противоположных направлениях.
- 1.292 Ускоритель сообщил радиоактивному ядру скорость $v_1 = 0,5c$. В момент вылета из ускорителя ядро выбросило в направлении своего движения β -частицу со скоростью $v_2 = 0,8c$ относительно ускорителя. Найти скорость u_{21} частицы относительно ядра.
- 1.293 Показать, что формула сложения скоростей релятивистских частиц переходит в соответствующую формулу классической механики при скоростях, намного меньших скорости света ($v \ll c$).

- 1.294 В лабораторной системе отсчета удаляются друг от друга частицы с одинаковыми по абсолютному значению скоростями. Их относительная скорость u в той же системе отсчета равна $0,6 c$. Вычислить скорость частиц.
- 1.295 Ион, вылетев из ускорителя, испустил фотон в направлении своего движения. Определить скорость фотона относительно ускорителя, если скорость иона v относительно ускорителя равна $0,8 c$.
- 1.296 Два ускорителя выбрасывают навстречу друг другу частицы со скоростями $|v| = 0,9 c$. Определить относительную скорость u_{21} сближения частиц в системе отсчета, движущейся вместе с одной из частиц.
- 1.297 Две релятивистские частицы со скоростями соответственно v_1 и v_2 движутся под прямым углом друг к другу в лабораторной системе отсчета. Определить их относительную скорость.
- 1.298 Показать, что выражение релятивистского импульса переходит в соответствующее выражение импульса в классической механике при $v \ll c$.
- 1.299 В лабораторной системе отсчета одна из двух одинаковых частиц покоится, другая движется со скоростью $v_2 = 0,9 c$ (c – скорость света в вакууме) по направлению к покоящейся частице. Определить: 1) релятивистскую массу движущейся частицы в лабораторной системе отсчета; 2) скорость частиц в системе отсчета, связанной с центром инерции системы; 3) релятивистскую массу частиц в системе отсчета, связанной с центром инерции.
- 1.300 Отношение заряда движущегося электрона к его массе, определенное из опыта, равно $0,87 \cdot 10^{11}$ Кл/кг. Определить релятивистскую массу m электрона и его скорость v .
- 1.301 Как и насколько изменится масса α -частицы при ускорении ее от начальной скорости, равной нулю, до скорости, равной 85 % скорости света?
- 1.302 С какой скоростью v движется частица, если ее релятивистская масса в четыре раз больше массы покоя?
- 1.303 На сколько процентов релятивистская масса частицы больше массы покоя при скорости $v = 40 \text{ Мм/с}$?

- 1.304 Позитрон движется со скоростью $v = 0,7 c$. Определить релятивистский импульс p электрона.
- 1.305 В лабораторной системе отсчета находятся две частицы. Одна частица с массой покоя m_0 движется со скоростью $v_1 = 0,7 c$, другая с массой покоя $2m_0$ покоится. Определить скорость v_c центра масс системы частиц.
- 1.306 Определить, насколько должна увеличиться полная энергия тела, чтобы его релятивистская масса возросла на $\Delta m = 2$ г.
- 1.307 Известно, что объем воды в океане равен $1,37 \cdot 10^9$ км³. Определить, насколько возрастет масса воды в океане, если температура воды повысится на $\Delta t = 1,5$ °С? Плотность ρ воды в океане принять равной $1,03 \cdot 10^3$ кг/м³.
- 1.308 Солнечная постоянная s (плотность потока энергии электромагнитного излучения Солнца на расстоянии, равном среднему расстоянию от Земли до Солнца) равна $1,4$ кВт/м².
 1) Определить массу, которую теряет Солнце в течение одного года.
 2) На сколько изменится масса воды в океане за один год, если предположить, что поглощается 51 % падающий на поверхность океана энергии излучения? (Площадь поверхности океана S принять равной $3,6 \cdot 10^8$ км²).
- 1.309 Полная энергия тела возросла на $\Delta E = 2$ Дж. Насколько при этом изменится масса тела?
- 1.310 Вычислить энергию покоя: позитрона, нейтрона, α -частицы. Ответ выразить в джоулях и мегаэлектрон-вольтах.
- 1.311 Найти изменение энергии ΔE , соответствующее изменению массы на величину массы покоя позитрона.
- 1.312 Кинетическая энергия T электрона равна 9 МэВ. Во сколько раз его релятивистская масса больше массы покоя? Сделать такой же подсчет для протона.
- 1.313 При какой скорости v кинетическая энергия любой частицы вещества равна ее энергии покоя?
- 1.314 Показать, что релятивистское выражение кинетической энергии при $v \ll c$ переходит в соответствующее выражение классической механики.

- 1.315 Во сколько раз релятивистская масса нейтрона больше релятивистской массы позитрона, если обе частицы имеют одинаковую кинетическую энергию $T = 1$ ГэВ?
- 1.316 Масса движущегося электрона втрое больше его массы покоя. Вычислить кинетическую энергию этого электрона.
- 1.317 Показать, что выражение релятивистского импульса через кинетическую энергию при $v \ll c$ переходит в соответствующее выражение классической механики.
- 1.318 Кинетическая энергия релятивистской частицы равна ее энергии покоя. Во сколько раз возрастет импульс частицы, если ее кинетическая энергия увеличивается в $n = 3$ раза.
- 1.319 При неупругом столкновении частицы, обладающей импульсом $p = m_0c$, и такой же покоящейся частицы образуется составная частица. Определить: 1) скорость v частицы (в единицах c) до столкновения; 2) релятивистскую массу составной частицы (в единицах m_0); 3) скорость составной частицы; 4) массу покоя составной частицы (в единицах m_0); 5) кинетическую энергию частицы до столкновения и кинетическую энергию составной частицы (в единицах m_0c^2).
- 1.320 Импульс p релятивистской частицы равен m_0c . Под действием внешней силы импульс частицы увеличивается в три раза. Во сколько раз возрастает при этом энергия частицы: 1) кинетическая; 2) полная?

ПРИЛОЖЕНИЕ А
(справочное)
(справочные таблицы)

1 Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	9,81 м/с ²
Гравитационная постоянная	G	$6,67 \cdot 10^{-11}$ м ³ /(кг · с ²)
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Молярная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль · К)
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	e	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	c	$3,0 \cdot 10^8$ м/с
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м ² · К ⁴)
Постоянная Вина	b	$2,90 \cdot 10^{-3}$ м · К
Постоянная Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
	\hbar	$1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
Постоянная Ридберга	R_a	$1,01 \cdot 10^7$ м ⁻¹
Радиус Бора	a_0	$0,529 \cdot 10^{-10}$ м
Комптоновская длина волны электрона	λ	$2,43 \cdot 10^{-12}$ м
Магнитная Бора	μ_B	$0,927 \cdot 10^{-23}$ А · м ²
Энергия ионизации атома водорода	E_i	$2,18 \cdot 10^{-18}$ Дж (13,6 эВ)
Атомная единица массы	а.е.м.	$1,660 \cdot 10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4 \pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

2 Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение	Наименование	Значение
Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6$ м	Радиус Луны	$1,74 \cdot 10^6$ м
Масса Земли	$5,98 \cdot 10^{24}$ кг	Масса Луны	$7,33 \cdot 10^{22}$ кг
Радиус Солнца	$6,95 \cdot 10^8$ м	Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1,49 \cdot 10^{11}$ м
Масса Солнца	$1,98 \cdot 10^{30}$ кг	Расстояние от центра Земли до	$3,84 \cdot 10^8$ м

		центра Луны	
--	--	-------------	--

3 Плотность (ρ) твердых тел

Вещество	Плотность, кг/м ³	Вещество	Плотность, кг/м ³	Вещество	Плотность, кг/м ³
Алюминий	$2,70 \cdot 10^3$	Железо	$7,88 \cdot 10^3$	Свинец	$11,3 \cdot 10^3$
Барий	$3,50 \cdot 10^3$	Литий	$0,53 \cdot 10^3$	Серебро	$10,5 \cdot 10^3$
Ванадий	$6,02 \cdot 10^3$	Медь	$8,93 \cdot 10^3$	Цезий	$1,90 \cdot 10^3$
Висмут	$9,80 \cdot 10^3$	Никель	$8,90 \cdot 10^3$	Цинк	$7,15 \cdot 10^3$

4 Плотность (ρ) жидкостей

Вещество	Плотность, кг/м ³	Вещество	Плотность, кг/м ³	Вещество	Плотность, кг/м ³
Вода	$1,00 \cdot 10^3$	Керосин	$0,8 \cdot 10^3$	Сероуглерод	$1,26 \cdot 10^3$
Глицерин	$1,26 \cdot 10^3$	Масло смазочное	$0,9 \cdot 10^3$	Спирт	$0,8 \cdot 10^3$
Ртуть	$13,6 \cdot 10^3$	Масло касторовое	$0,96 \cdot 10^3$	Эфир	$0,7 \cdot 10^3$

5 Упругие постоянные твердых тел

Вещество	Модуль Юнга E , ГПа	Модуль сдвига G , ГПа
Алюминий	69	24
Вольфрам	380	140
Железо (сталь)	200	76
Медь	98	44

6 Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц

Наименование	Множитель	Обозначение	
		русское	международное
экса	10^{18}	Э	E
пэта	10^{15}	П	P
тера	10^{12}	Т	T
гига	10^9	Г	G
мега	10^6	М	M
кило	10^3	к	k
гекта	10^2	г	h
дека	10^1	да	da
деци	10^{-1}	д	d
санти	10^{-2}	с	c
милли	10^{-3}	м	m
микро	10^{-6}	мк	μ
нано	10^{-9}	н	n
пико	10^{-12}	п	p
фемто	10^{-15}	ф	f
атто	10^{-18}	а	a

7 Греческий алфавит

Обозначение букв		Название букв	Обозначение букв		Название букв
Α	α	альфа	Ν	ν	ни
Β	β	бета	Ξ	ξ	кси
Γ	γ	гамма	Ο	ο	омикрон
Δ	δ	дельта	Π	π	пи
Ε	ε	эпсилон	Ρ	ρ	ро
Ζ	ζ	дзета	Σ	σ	сигма
Η	η	эта	Τ	τ	тау
Θ	θ, ϑ	тета	Υ	υ	ипсилон
Ι	ι	йота	Φ	φ	фи
Κ	κ	каппа	Χ	χ	хи
Λ	λ	ламбда	Ψ	ψ	пси
Μ	μ	ми	Ω	ω	омега

ОГЛАВЛЕНИЕ

Общие методические указания.....	3
1 Вопросы для изучения теоретического материала по разделам программы.....	6
2 Рекомендуемая литература.....	7
3 Сведения из теории	9
4 Примеры решения задач	17
5 Задачи к контрольной работе №1	27
Приложение А Справочные таблицы.....	66

Учебное издание

ПРОНЕВИЧ Игорь Иванович
ПИНЧУК Ростислав Григорьевич
МАТЮШЕНКО Владимир Яковлевич

Физика

Часть 1

Механика

Учебно-методическое пособие
для студентов инженерно-технических специальностей
безотрывной формы обучения

Редактор **Н. А. Д а ш к е в и ч**
Технический редактор **В. Н. К у ч е р о в а**
Компьютерный набор и верстка **И. В. П р и х о д ь к о**

Подписано в печать 24.08.2009 г. Формат 60x84 ¹/₁₆.
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 3,95. Уч.-изд. л. 3,50. Тираж 1000 экз.
Зак. № . Изд. № 102.

Издатель и полиграфическое исполнение
Белорусский государственный университет транспорта:
ЛИ № 02330/0552508 от 09.07.2009 г.
ЛП № 02330/0494150 от 03.04.2009 г.
246653, г. Гомель, ул. Кирова, 34