

УДК 531.3; 531.621; 796.01

И. А. ЕЛЕСУЗОВ, В. И. ИЛЬЕНКОВ, А. Е. КАЗАКЕВИЧ, А. Е. ПОКАТИЛОВ, Могилевский государственный университет продовольствия, Республика Беларусь

ТРЕНИЕ БИОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

На примере маховых упражнений спортивной гимнастики показаны расчетные модели сухого трения, возникающего в контакте человека со снарядом. Дана классификация возможных случаев силового взаимодействия руки с опорой и соответствующих им моделей трения. Разделены случаи силового взаимодействия человека с опорой с целью сохранения контакта в висячем положении и в движении. Отдельно выделен случай всестороннего сжатия рукой любого предмета, в том числе и опоры, с целью его удержания.

Предложенные модели ориентированы на технологии компьютерного моделирования целенаправленного движения биомеханической системы, охватывая реальные случаи взаимодействия человека с опорой.

Общие положения. В механике управляемого тела часто используют допущение об идеальности всех шарниров биомеханической системы, включая и опорные, т.е. трением в них пренебрегают. Это позволяет создавать достаточно работоспособные модели силового анализа, хотя и в неполной мере отражающие действительную картину взаимодействия человека и спортивного снаряда.

Многими исследователями отмечалась сложность задачи учета трения в суставах человека [1, 2]. Установлено, что оно имеет малую величину и носит относительно сложный характер [3]. Так, коэффициент трения в суставе здорового человека составляет 0,001–0,03. Это очень малые значения. Природа создает устройства, более совершенные, чем конструирует человек. Например, коэффициент трения в гидродинамических и прецизионных подшипниках качения существенно выше.

По поводу трения во внешних кинематических парах, которые представлены контактами рук со спортивным снарядом, отметим, что в видах спорта, в которых необходимо обеспечить надежный контакт человека со снарядом, человек предпринимает дополнительные меры, направленные на изменение величины и характера трения. Так, например, в спортивной гимнастике для ряда снарядов спортсмены кроме присыпки рук магниевой пудрой надевают специальные накладки, позволяющие сохранить во время выполнения упражнения надежный контакт с опорой, не травмируя кожу. О роли трения свидетельствуют и уравнения движения, записанные для случая целенаправленного, т.е. управляемого движения биомеханической системы в условиях как жесткой [2], так и упругой [4] опоры.

Модели сухого трения в опорном шарнире. Анализ различных вариантов контакта руки человека с опорой в виде балки круглого поперечного сечения дает возможность выделить три случая. Рассмотрим их на примере висящего спортсмена на перекладине в спортивной гимнастике. Считаем, что:

1 При осуществлении висячего положения достаточно, чтобы рука охватывала гриф перекладины наполовину или даже несколько меньше. Такую связь необходимо удерживать как в статике, так и в динамике. В качестве общего

случая рассмотрим контакт руки с опорой, когда угол охвата составляет величину 2α (рисунок 1), при этом выполняется условие $2\alpha \leq \pi$.

2 Охват рукой круглой опоры и ее удержание возможно осуществить сжатием последней с произвольным усилием. При этом дополнительная внешняя нагрузка может отсутствовать. Подобные действия человек производит, например, в быту, беря в руку какой-либо предмет. Рассмотрим данный случай применительно к вису спортсмена.

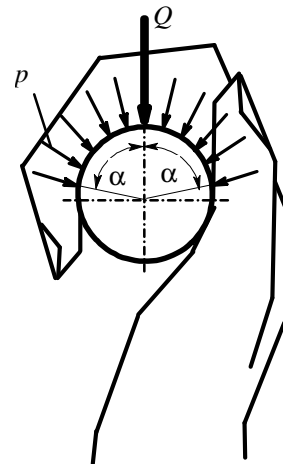


Рисунок 1 – Вис спортсмена

3 Реальный случай на практике часто является суммой обоих вариантов.

Первый случай. Применим гипотезу Вейсбаха о постоянном давлении. Исходя из нее, считаем, что удельное нормальное давление распределено равномерно по всей площади контакта, т.е. $p = \text{const}$.

Покажем при висячем положении спортсмена действие силы Q , направленной со стороны руки на спортивный снаряд (рисунок 2), и возникновение при этом элементарной реакции dN со стороны опоры. Для этого выделим на опоре полоску вдоль образующей цилиндра длиной l . Это ширина ладони. Пусть полоска имеет бесконечно малую ширину $rd\alpha$ в поперечном сечении опоры. Ко-

эффицент трения скольжения на ней равен f , а сила трения

$$dF_Q = f dN = f p l r d\alpha. \quad (1)$$

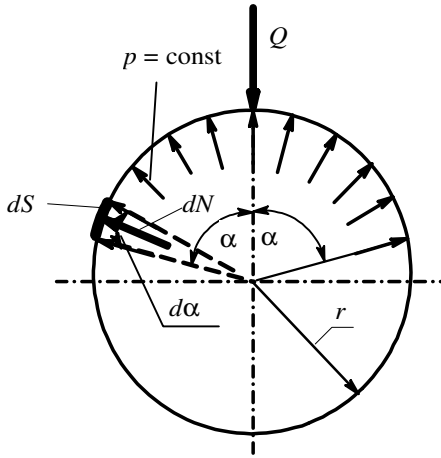


Рисунок 2 – Расчетная схема в случае виса спортсмена

Момент трения на такой элементарной полоске равен

$$dM_Q = r dF_Q = f p l r^2 d\alpha. \quad (2)$$

Полный момент M_Q сил трения на поверхности найдем как сумму элементарных моментов трения по всему контакту:

$$M_Q = 2 \int_0^\alpha f p l r^2 d\alpha = 2 f p l r^2 \alpha. \quad (3)$$

В предельном случае при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ имеем

$$M_Q^{\max} = 2 f p l r^2 \frac{\pi}{2} = f p l r^2 \pi. \quad (4)$$

Для определения нормального удельного давления p возьмем сумму проекций всех сил на вертикаль (см. рисунок 2):

$$2 \int_0^\alpha p l r \cos \alpha d\alpha - Q = 0. \quad (5)$$

После интегрирования и подстановки результата в формулы (3) и (4) получим

$$M_Q = \frac{2 f l r^2 Q}{2 l r \sin \alpha} \alpha = \frac{f r Q}{\sin \alpha} \alpha, \quad (6)$$

или

$$M_Q = f_0^B r Q, \quad (7)$$

где f_0^B – приведенный коэффициент трения по первому случаю (в висе),

$$f_0^B = \frac{\alpha}{\sin \alpha} f.$$

При $\alpha = \frac{\pi}{2}$, т.е. в случае, когда контактная поверхность в поперечном сечении представляет собой полуокружность, приведенный коэффициент трения равен

$$f_0^B = \frac{\pi}{2} f = 1,57 f, \quad (8)$$

а момент

$$M_Q^{\max} = \frac{f r Q}{\sin \frac{\pi}{2}} \cdot \frac{\pi}{2} = f r \pi \frac{Q}{2}. \quad (9)$$

Рассмотренный здесь предельный вариант в теории механизмов и машин имеет своим аналогом цилиндрический подшипник скольжения [5, 6].

Второй случай. При охвате и сжатии рукой опоры будем исходить из следующих предположений:

- применима гипотеза Вейсбаха о постоянном давлении;
- рука охватывает боковую поверхность опоры с противоположных сторон таким образом, что контактные зоны располагаются симметрично относительно обеих координатных осей – абсциссы и ординаты.

Охват рукой круглой опоры представлен на рисунке 3. С противоположных сторон на опору действуют равные силы V , создавая на контактных поверхностях равномерное давление q . Пятна контакта имеют размеры, ограниченные углом 2β с каждой стороны опоры. Все шаги по выводу необходимых уравнений повторяются, как и для первого случая.

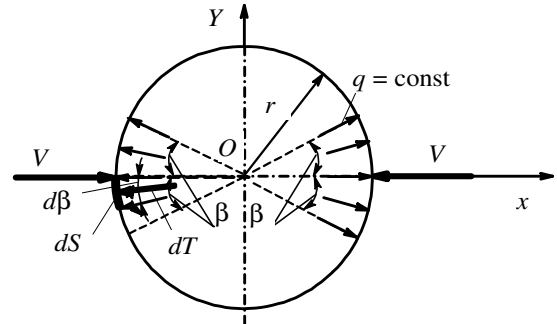


Рисунок 3 – Расчетная схема в случае сжатия рукой опоры

Анализ показывает, что имеем два пятна контакта, каждый из которых аналогичен контакту руки с опорой по рисунку 2 при $2\alpha \leq \pi$. Поэтому все уравнения первого случая умножаем на два.

Для полного момента сил трения получим

$$M_V = 2 M'_{F_V} = 4 f q l r^2 \beta. \quad (10)$$

При $\beta = \frac{\pi}{2}$ имеем максимальный момент

$$M_V^{\max} = 4 \frac{\pi}{2} f q l r^2 = 2 f q l r^2 \pi. \quad (11)$$

Аналогично выражению (6) имеем

$$M_V = 2 \frac{f r V}{\sin \beta} \beta, \quad (12)$$

или

$$M_V = f_0^{Cж} r V, \quad (13)$$

где

$$f_0^{Cж} = 2 \frac{\beta}{\sin \beta} f. \quad (14)$$

При $\beta = \frac{\pi}{2}$, т.е. в случае, когда происходит всесторонний охват рукой опоры, получим

$$f_0^{Cж} = 2 \frac{\frac{\pi}{2}}{\sin \frac{\pi}{2}} f = \pi f = 3,14 f, \quad (15)$$

а момент трения станет равным

$$M_V^{\max} = fr\pi V. \quad (16)$$

Это максимальное значение момента сил трения.

Третий случай. Он является суммой первых двух, т.е. спортсмен выполняет вис, при этом дополнительно сжимая опору с противоположных сторон. Тогда выражение для максимального момента трения будет иметь вид

$$M^{\max} = M_Q^{\max} + M_V^{\max} = fplr^2\pi + 2fqlr^2\pi = flr^2\pi(p+2q). \quad (17)$$

Если выразить момент через силы, а не давления, то для произвольных углов охвата получим

$$M = M_Q + M_V = \frac{frQ}{\sin\alpha} + 2\frac{frV}{\sin\beta} = fr \left(\frac{\alpha}{\sin\alpha} Q + 2\frac{\beta}{\sin\beta} V \right). \quad (18)$$

При $\alpha = \frac{\pi}{2}$ и $\beta = \frac{\pi}{2}$ запишем величину максимально возможного момента сил трения для третьего случая

$$\begin{aligned} M^{\max} = M_Q^{\max} + M_V^{\max} &= fr \left(\frac{\frac{\pi}{2}}{\sin \frac{\pi}{2}} Q + 2 \frac{\frac{\pi}{2}}{\sin \frac{\pi}{2}} V \right) = \\ &= fr\pi \left(\frac{1}{2} Q + V \right). \end{aligned} \quad (19)$$

Уравнение включает в себя суммарную внешнюю силу $\left(\frac{1}{2} Q + V \right)$. Назовем ее условной, т.к. она равняется половине внешней нагрузки, возникающей при виси спортсмена, и силе от сжатия рукой одной из сторон круглой опоры. Получим

$$R_B = \frac{1}{2} Q + V. \quad (20)$$

Тогда формула (19) примет вид

$$M^{\max} = fr\pi R_B. \quad (21)$$

Учитывая равенство (15), перепишем выражение через приведенный коэффициент трения. Получим

$$M^{\max} = f_0^{Cж} r R_B. \quad (22)$$

Подкорректируем форму записи уравнения (7) для случая виси спортсмена, используя приведенный коэффициент трения $f_0^{Cж}$. Запишем

$$M_Q = f_0^{Cж} r \frac{Q}{2}. \quad (23)$$

Получено 18.03.2016

I. A. Elesuzov, V. I. Ilyenkov, A. E. Kazakevich, A. E. Pokatilov. Friction in the biomechanical systems.

On an example exercises of sports gymnastics settlement models of the dry friction arising in contact of the person with a apparatus are shown. Classification of chances of power interaction of a hand with a support, and models of friction corresponding them is given. Cases of power interaction of the person with a support with the purpose of preservation of contact in hang and in movement are divided. The case of all-round compression by a hand of any subject, including support, with the purpose of its deduction is separately allocated.

The offered models are focused on technologies of computer modelling of purposeful movement of biomechanical system, covering real cases of interaction of the person with a support.

Таким образом, во всех трех случаях можно использовать приведенный коэффициент трения для сжатия.

Заключение. Биомеханические исследования движения спортсмена требуют знания закономерностей фрикционного контакта человека со снарядом. Уравнения целенаправленного движения в условиях жесткой [2] и упругой [4] опоры при записи относительно контакта рук со снарядом содержат момент сил внешнего трения. При этом спортсмены предпринимают меры для его изменения, используя специальные накладки и присыпки. Принятые методы оптической регистрации движения с последующей расшифровкой и определением в вычислительном эксперименте параметров кинематики и динамики фиксируют движение с учетом внешнего трения.

Конкретная реализация способа контакта человека со спортивным снарядом зависит от фазы упражнения, желания спортсмена и пр. На контакт также оказывают влияние анатомические особенности строения человеческой кисти.

Предложенные в работе модели трения получены исходя из ряда допущений, не учитывающих особенности поведения мягких биологических тканей [3], распределения усилия сжатия между отдельными областями руки, кривизны костей [7] и пр. Тем не менее, представленные закономерности фрикционного контакта применимы при компьютерном моделировании движения человека в контакте с опорой.

Список литературы

- 1 **Корнев, Г. В.** Введение в механику человека / Г. В. Корнев. – М.: Наука, 1977. – 264 с.
- 2 **Загrevский, В. И.** Расчетные модели кинематики и динамики биомеханических систем / В. И. Загrevский. – Томск – Могилев: Изд. лаб. Томского пед. ун-та, 1999. – 156 с.
- 3 **Мур, Д.** Основы и применения трибоники / Д. Мур. – М.: Мир, 1978. – 488 с.
- 4 **Покатилов, А. Е.** Биомеханика взаимодействия спортсмена с упругой опорой / А. Е. Покатилов; под. ред. В. И. Загrevского. – Минск: Изд. центр БГУ, 2006. – 351 с.
- 5 **Артобoлевский, И. И.** Теория механизмов и машин: учеб. для вузов / И. И. Артобoлевский. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
- 6 **Машков, А. А.** Теория механизмов и машин / А. А. Машков. – Минск: Вышэйшая школа, 1971. – 472 с.
- 7 **Боянович, Ю. В.** Атлас анатомии человека / Ю. В. Боянович, Н. П. Балакирев. – Ростов н/Д, Харьков: Торсинг, 2005. – 734 с.
- 8 **Покатилов, А. Е.** Биодинамические исследования спортивных упражнений в условиях упругой опоры / А. Е. Покатилов, В. И. Загrevский, Д. А. Лавшук. – Минск: Изд. центр БГУ, 2008. – 279 с.