

УДК 004.4

М. А. ЖУРАВКОВ, доктор физико-математических наук, В. Б. ТАРАНЧУК, доктор физико-математических наук, Белорусский государственный университет, Минск

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СИСТЕМЫ *MATHEMATICA* ПРИ ПРЕПОДАВАНИИ ДИСЦИПЛИН И ИЗУЧЕНИИ РАЗДЕЛОВ ПО ОСНОВАМ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В МЕХАНИКЕ

Обсуждаются возможности наполнения и сопровождения с использованием средств Wolfram Mathematica интерактивных учебных материалов, включаемых в них программных демонстрационных модулей. Предлагаемые методы и технические решения существенно расширяют возможности распространения живого динамического контента, создания электронных образовательных ресурсов, содержащих математическую нотацию любого уровня сложности и графические иллюстрации всех типов.

Приведены примеры из практики подготовки учебных материалов дисциплин «Компьютерное моделирование» нескольких специализаций.

Введение. Важным направлением развития современного образовательного процесса является повышение эффективности использования информационных технологий. В настоящее время аппаратное и программное обеспечение компьютеров и разнообразных дополнительных устройств предоставляют широкий диапазон возможностей для создания электронных специальных «документов» с компонентами интеллекта, динамической интерактивности. Такие материалы («документы») имеют ряд преимуществ перед печатными изданиями. Актуальной является задача определения программных средств, позволяющих решать вопросы создания и сопровождения интерактивных образовательных ресурсов широкому кругу преподавателей, в том числе тем, кто не имеет опыта программирования.

Значительным диапазоном возможностей для подготовки специальных материалов обладают системы компьютерной математики, компьютерной алгебры, которые, в частности, обеспечивают символьные вычисления и их графическую визуализацию. С обзором названных систем по состоянию на 2008 г. можно ознакомиться, например, в книге [1], текущее состояние и основные функциональные возможности систем описаны в [2, 3]. Большинство систем символьных вычислений не только применимы для исследования различных математических и научно-технических задач, но и содержат все составляющие языков программирования, то есть, де-факто, являются проблемно ориентированными языками высокого уровня. Широкое распространение в настоящее время имеют следующие системы компьютерной алгебры (СКА): *Derive*, *Maxima*, *Axiom*, *Reduce*, *MuPAD*. Особое место занимает система компьютерной математики *MATLAB*.

Лидерами СКА являются *Mathematica* и *Maple* – мощные системы с собственными ядрами символьных вычислений, оснащенные интеллектуальным пользовательским интерфейсом и обладающие широкими графическими и редакторскими возможностями. Эти две системы по факту являются кроме прочего интерактивными математическими энциклопедиями, в которых можно изучать описания, постановки задач, методы решения, выполнять упражнения.

В представленной работе обсуждаются рекомендации создания и сопровождения интерактивных образовательных ресурсов с использованием технологий

Wolfram Research, системы компьютерной алгебры *Mathematica*, формата вычисляемых документов CDF, коллекции размещаемых на сайте компании свободно распространяемых программных модулей. Пояснения предпочтений авторов в пользу именно этой системы даны в [4]. Отмечены основные возможности, рекомендации подготовки в системе *Mathematica* интерактивных программных приложений, учебных материалов, используемых при преподавании дисциплин «Компьютерное моделирование в механике», конкретно по разделам механики деформируемого твердого тела и гидродинамики.

О формате вычисляемых документов. Начиная с версии 8, пользователи *Mathematica* получили возможность создания интерактивных книг, отчетов, программных приложений в CDF-формате [5]. Такие документы с помощью бесплатной программы CDF Player можно свободно распространять и работать с ними, в том числе в виде веб-объектов всех популярных браузеров. CDF-документы можно создавать с инструментами интерактивности (меню, кнопки, указателями, бегунками, динамическими локаторами), с возможностями представления результатов в математической нотации, визуализации шагов вычислений и иллюстрирования графиками всех типов (1D, 2D, 3D, анимация), импорта и экспорта результатов во все общепринятые форматы данных и графики. Реакцией на команды пользователя через инструменты интерактивности являются обеспечиваемое использованием встроенной вычислительной подсистемы формирование и обновление контента. В документах формата CDF можно размещать текст, таблицы, изображения, аудио и видео, предусмотрено использование печатной вёрстки и технических обозначений. Если предварительно необходимо запрограммировать, сгенерировать в *Mathematica*, то можно выполнять аналитические преобразования, вычисления, импорт и экспорт данных, графическую визуализацию; поддерживать компоновки документа с разбивкой на страницы, со структурной детализацией; режим слайд-шоу, разные способы формирования и просмотра результатов в режиме реального времени. Важно, что формат CDF делает набор математических выражений семантически точным. В дополнение к качественной верстке, пригодной для публикаций, формулу можно вводить полностью набранной типографским способом и использовать для

вычислений, доступно также указание формата вывода результатов: математическая нотация, формат языка программирования. Оформление документа можно контролировать, используя каскадные таблицы стилей. Документ, первоначально созданный в одном стиле, можно преобразовать в множество форм: отчет, статья, учебник, презентация, инфографика или приложение. Система *Mathematica* предоставляет создателям документов несколько сотен опций для форматирования и стилистического оформления, возможно немедленное обновление стилей динамического и статического контента.

О проекте Wolfram Demonstrations Project. Компанией Wolfram Research создан и регулярно обновляется систематизированный каталог Wolfram Demonstrations Project свободно распространяемых онлайн-интерактивных демонстраций программных приложений-проектов [6]. По состоянию на октябрь 2015 г. в каталоге размещены и доступны посетителям сайта более 10340 демонстраций по разным разделам науки, техники, жизни. Целями проекта являются: демонстрация возможностей системы *Mathematica*; расширение круга пользователей разработок Wolfram; освоение приёмов программирования в системе. Включённые в коллекцию модули с интерактивным интерфейсом динамически иллюстрируют решения задач, различные процессы и понятия в широком диапазоне областей: математика, естественные науки, техника, экономика и т.д.; охватывают различные уровни знаний от элементарной школьной математики до сложных тем, например таких, как квантовая механика или модели биологических организмов. Все включаемые в каталог демонстрационные примеры имеют непосредственно связанный с графикой или визуализацией пользовательский интерфейс, который динамически пересчитывается в ответ на такие действия пользователя, как передвижение ползунка, нажатие кнопки или перетаскивание графического элемента ([6]). Каждая демонстрация имеет описание представляемой идеи. Все модули коллекции доступны для скачивания в формате системы *Mathematica NB* и формате вычисляемых документов CDF.

В коллекции [6] представлено очень много моделей самых различных процессов, имеющих математическое описание известными точными или приближенными решениями. Самая большая коллекция (более 5 тысяч программных приложений) в разделе «Физические науки». Например, в подразделе «Астрономия» по теме «Солнечная система» посетителям предлагаются более 70 проектов; в подразделе «Физика» по теме «Гидродинамика» – более 100 проектов; в разделе «Инженерия и технологии» по теме «Нанотехнологии» – 18 проектов, по теме «Роботы» – более 30 проектов, по теме «Обработка изображений» – более 160 проектов. В разделе «Системы. Модели и методы» по теме «Теория игр» размещены более 50 демонстраций. Очень содержательный раздел – «Игры и развлечения».

Напомним, что все проекты, размещённые на страницах [6], имеют полные описания задачи, метода решения и алгоритма, прилагаются код NB, рекомендуемые сценарии работы с программным модулем, контрольные демонстрационные примеры; кроме исходного кода на каждой странице проекта прилагается версия в формате CDF, что обеспечивает возможность просмотра под любым браузером.

Примеры интерактивных учебных материалов.

Следует отметить, что математический аппарат механики сплошных сред содержится в системе *Mathematica* в объеме, превышающем любой учебник вуза. В системе реализованы все известные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными, решения поясняются примерами, которые пользователь может менять, включать в собственные программные приложения; можно использовать математическую нотацию Grad, Div, Curl, Laplacian; реализованы все функции векторного анализа, причём во всех известных системах координат.

Содержательные аспекты компьютерных моделей, изучаемых студентами в дисциплинах специализации, преподаваемых авторами этой работы, изложены, в частности, в [7, 8]. Ряд представительных примеров интерактивных программных приложений из коллекций [6], используемых в учебном процессе, предоставляемых студентам, адаптированных к изучаемым темам, отмечены ниже. Приёмы настройки и адаптации интерактивных программных модулей изложены в [9, 10].

Первая серия – проекты, используемые при изучении темы «Расчеты напряженно-деформированного состояния конструкций и их элементов». В отобранных программных модулях также поясняются иллюстрациями основные конструкции мостов. Фрагменты копий экрана модулей этой серии даны на рисунках 1 и 2.

Заметим, что в ответ на запрос в поле поиска сайта [6] по ключевому слову bridge дается список 33 разных проектов. В том числе, упоминаются презентации с изложением и описаниями:

– общих вопросов методик расчёта; проекты: Модель прогона моста (Girder Bridge Model), Анализ усилий в фермах (Analysis of Forces on a Truss), Разновидности мостов (Bridge Varieties), Нагрузки в фермах мостов (Stress Propagation in a Truss Bridge), Анализ напряженно-деформированного состояния методом конечных элементов в фермах и узлах соединения (Stress-Strain Analysis by the Finite Element Method);

– конкретных конструкций мостов и их моделей, проекты: Консольный мост (Cantilever Bridge), Подвесные мосты с крепящими опорами разной формы (Bridges with Catenary Shaped Supports), Раскручивающийся мост (Rolling Bridge), Голландский разводной мост (Dutch Drawbridge), Подъемный мост (Bascule (Seesaw) Bridge), Гейтсхедский мост тысячелетия (Gateshead Millennium Bridge).

На рисунке 2 приведены фрагменты окон программных приложений, иллюстрирующих несколько разных моделей мостов.

Вторая серия – проекты, используемые при изучении темы «Простейшие модели гидродинамики». Выше отмечалось, что только в коллекции [6] таких моделей более 100. Студентам на практических занятиях предлагается освоить и запрограммировать с определенными дополнениями перечисленные ниже модели.

Иллюстрации типичного программного модуля этой серии даны на рисунках 3 и 4. Приведены результаты работы с программным модулем «Ламинарный поток между двумя эксцентричными трубами»; показаны изолинии модуля безразмерной скорости.

Основные модели этой серии, используемые при выполнении контролируемой самостоятельной работы: Поток через открытый канал (Flow through an Open Channel), Истечение жидкости из емкости через отвер-

стие (Flow of Liquid through a Hole), Безвихревое течение идеальной жидкости вблизи угла (Fluid Flow around a Corner), Течение Куэтта (в вариантах Couette Flow и Double-Sided Couette Flow), Ламинарный поток между двумя эксцентричными трубами (Laminar Flow between Two Eccentric Tubes), Линии тока для ламинарного течения

вблизи вращающегося твердого цилиндра (Streamlines for Laminar Flow Past a Rotating Solid Cylinder), Обтекание крыла для разных условий набегающего потока (Potential Flow over an Airfoil Specified by Numerical Data File), Запуск ракеты (Launching a Rocket), Сопло Лавалья (De Laval Nozzle).

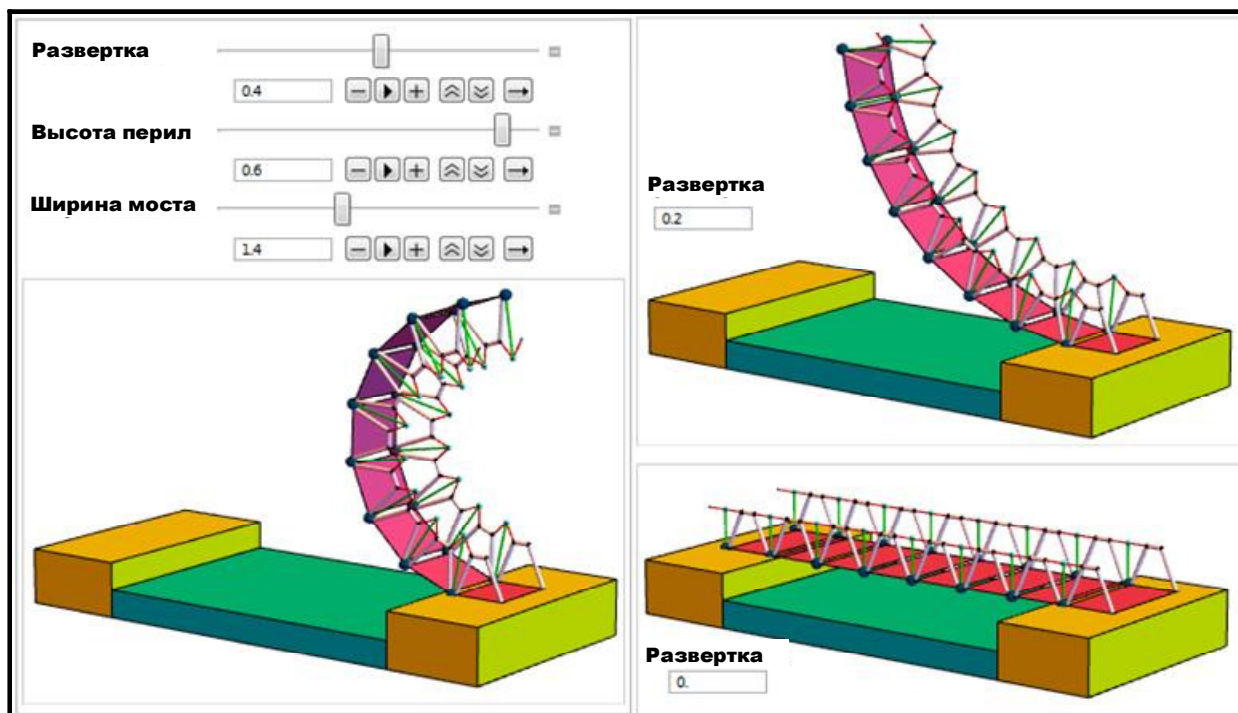


Рисунок 1 – Интерфейс программного модуля и виды моделируемой конструкции для разных значений параметра развёртки



Рисунок 2 – Три модели разных конструкций мостов. Изображение Гейтсхедского моста дано в 3 ракурсах просмотра

Основные модели этой серии, используемые при выполнении контролируемой самостоятельной работы: Поток через открытый канал (Flow through an Open Channel), Истечение жидкости из емкости через отверстие (Flow of Liquid through a Hole), Безвихревое течение идеальной жидкости вблизи угла (Fluid Flow around a Corner), Течение Куэтта (в вариантах Couette Flow и Double-Sided Couette Flow), Ламинарный поток между

двумя эксцентричными трубами (Laminar Flow between Two Eccentric Tubes), Линии тока для ламинарного течения вблизи вращающегося твердого цилиндра (Streamlines for Laminar Flow Past a Rotating Solid Cylinder), Обтекание крыла для разных условий набегающего потока (Potential Flow over an Airfoil Specified by Numerical Data File), Запуск ракеты (Launching a Rocket), Сопло Лавалья (De Laval Nozzle).

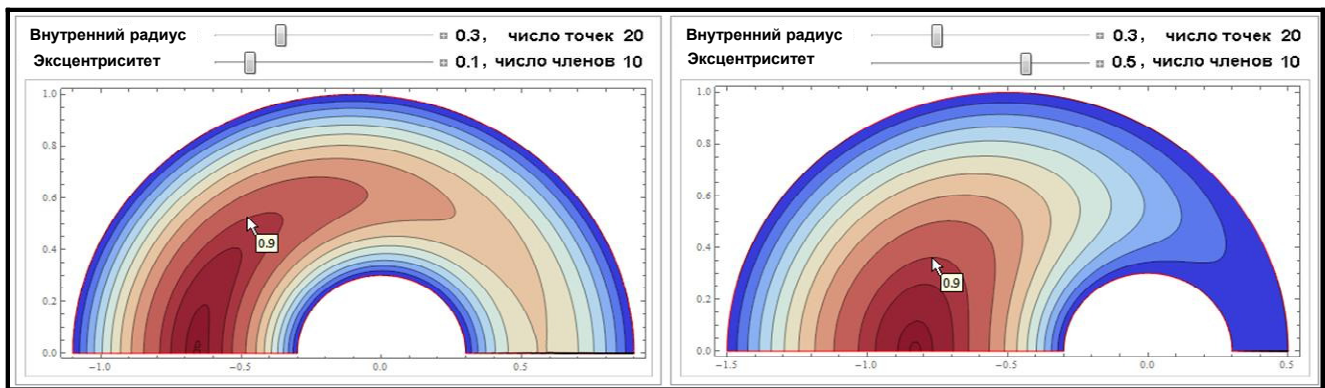


Рисунок 3 – Эффект изменения значения эксцентриситета, цветовая схема-основа – «ThermometerColors»

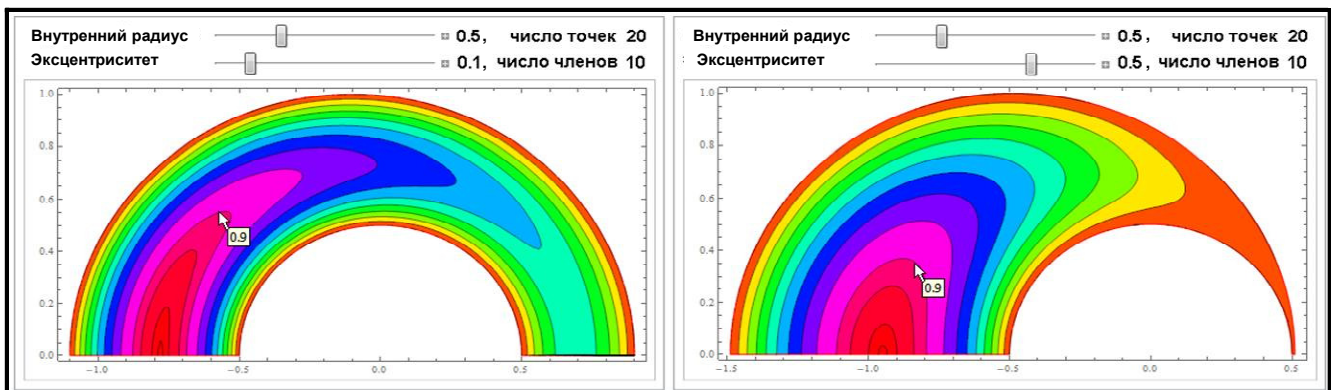


Рисунок 4 – Эффект изменения значения эксцентриситета и внутреннего радиуса, цветовая схема-основа – «Hue»

Заключение. Предлагаемая методика интеграции средств СКА *Mathematica*, формата вычисляемых документов CDF, модулей коллекции интерактивных приложений расширяет границы создания и свободного распространения интерактивных образовательных ресурсов.

Список литературы

- 1 Дьяконов, В. П. Энциклопедия компьютерной алгебры / В. П. Дьяконов. – М. : ДМК Пресс, 2009. – 1264 с.
- 2 List of computer algebra systems. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_computer_algebra_systems
- 3 Таранчук, В. Б. Основные функции систем компьютерной алгебры : пособие для студентов фак. прикладной математики и информатики / В. Б. Таранчук. – Минск : БГУ, 2013. – 59 с.
- 4 Журавков, М. А. Виртуальный консультационный центр БГУ – Wolfram research. Планы, текущие итоги / М. А. Журавков, В. Б. Таранчук // Информатизация образования – 2014: педагогические аспекты создания и функционирования виртуальной образовательной среды : материалы меж-

дунар. науч. конф., г. Минск, 22–25 окт. 2014 г. – Минск, 2014. – С. 177–180.

5 CDF. Документы оживают благодаря возможностям вычислений [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.wolfram.com/cdf/>.

6 Wolfram Demonstrations Project. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://demonstrations.wolfram.com> .

7 Босяков, С. М. Решение задач механики в пакете Structural Mechanics компьютерной системы Mathematica : пособие для студентов мех.-мат. фак. / С. М. Босяков, М. А. Журавков. – Минск: БГУ, 2011. – 295 с.

8 Таранчук, В. Б. Графический сервис вычислительного эксперимента : учеб.-метод. пособие / В. Б. Таранчук. – Минск : БГУ, 2009. – 124 с.

9 Таранчук, В. Б. О создании интерактивных образовательных ресурсов с использованием технологий Wolfram / В. Б. Таранчук // Информатизация образования. – 2014. – № 1 (73). – С. 78–89.

10 Таранчук, В. Б. Возможности и средства Wolfram Mathematica для разработки интеллектуальных обучающих систем / В. Б. Таранчук // Научные ведомости БелГУ. – 2015. – № 1 (198). – Вып.33/1, разд. Системный анализ и управление. – С. 102–110.

Получено 10.03.2016

M. A. Zhuravkov, V. B. Taranchuk. About system *Mathematica* usage at teaching of disciplines and learning of sections on bases of computer modelling in the mechanic.

Possibilities of filling and maintenance with usage of tools Wolfram Mathematica of interactive teaching materials and program demonstration units included on in them are considered. Suggested methods and technical solutions essentially expand possibilities of distribution of a live dynamic content, creation of the electronic educational resources containing the mathematical notation of any level of complexity and graphics illustrations of all types and categories.

Examples from practice of preparation of teaching materials of disciplines «Computer Modelling» several specializations are reduced.