

УДК 539.31:534.113

А. С. ИВАНОВ, Д. П. РЕЙФШНЕЙДЕР, Е. В. ФАЛЬКОВА
 Сибирский государственный университет науки и технологий
 им. академика М. Ф. Решетнева, Красноярск, Россия

АНАЛИЗ НАПРЯЖЕНИЙ И СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ СТЕРЖНЕЙ С РАЗЛИЧНОЙ КОНФИГУРАЦИЕЙ СЕЧЕНИЙ

На основе анализа напряжений при изгибе и растяжении, а также расчета собственных частот колебаний балки сравниваются характеристики сечений: круглых, кольцевых и квадратных. Установлено, что тонкостенные сечения (например, кольцевое) обеспечивают снижение массы конструкции без ухудшения прочности в отличие от сплошных сечений с высокой инертностью. Результаты работы могут быть применены для оптимизации инженерных решений в аэрокосмической отрасли.

Ключевые слова: ракетно-космическая техника, прочность, изгиб, растяжение, собственные частоты, композитные материалы, тонкостенное сечение.

В ракетно-космических конструкциях находят применение стержневые, оболочечные элементы и массивы. Они должны удовлетворять условию минимума массы при обеспечении необходимого уровня прочности. При обучении студентов для улучшения усвоения учебного материала целесообразно использование иллюстрационного материала, наглядно демонстрирующего преимущества и недостатки различных видов поперечных сечений.

Для сравнительного анализа были выбраны их конфигурации, нашедшие применение в современной ракетно-космической технике: круглое сплошное, кольцевое, квадратное, квадратное с сопряженными краями (рисунок 1).

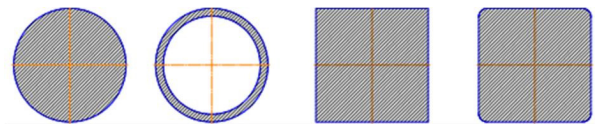


Рисунок 1 – Конфигурации сечений

Проверка прочности осуществлялась исходя из условий прочности при изгибе и растяжении. Изгиб формирует ударная сила, а растяжение – центробежная сила, возникающая за счет инертности сосредоточенных масс.

В сопротивлении материалов расчет изгибных и растягивающих напряжений осуществляется соответственно по формулам

$$\sigma_{и} = \frac{M}{W}; \quad \sigma_{р} = \frac{F}{A},$$

где M , F – изгибающий момент и продольная сила в поперечном сечении; W , A – осевой момент сопротивления и площадь поперечного сечения.

Соответственно максимальные суммарные напряжения

$$\sigma = \sigma_n + \sigma_p = \frac{M}{W} + \frac{F}{A} \leq [\sigma],$$

где $[\sigma]$ – допускаемое нормальное напряжение.

Результаты расчетов однозначно показывают, что тонкостенное сечение, обладая значительно меньшей массой по сравнению со сплошным, обеспечивает требуемую прочность конструктивного элемента.

Проведено конечно-элементное моделирование деформирования стержней различного поперечного сечения при равновесии и колебаниях. В качестве материала использован композит со следующими механическими характеристиками: предел прочности 2000 МПа, модуль упругости 130 ГПа. Результаты автоматизированного расчета деформаций при первых и вторых формах колебаний балок представлены на рисунке 2 в виде соответствующих карт.

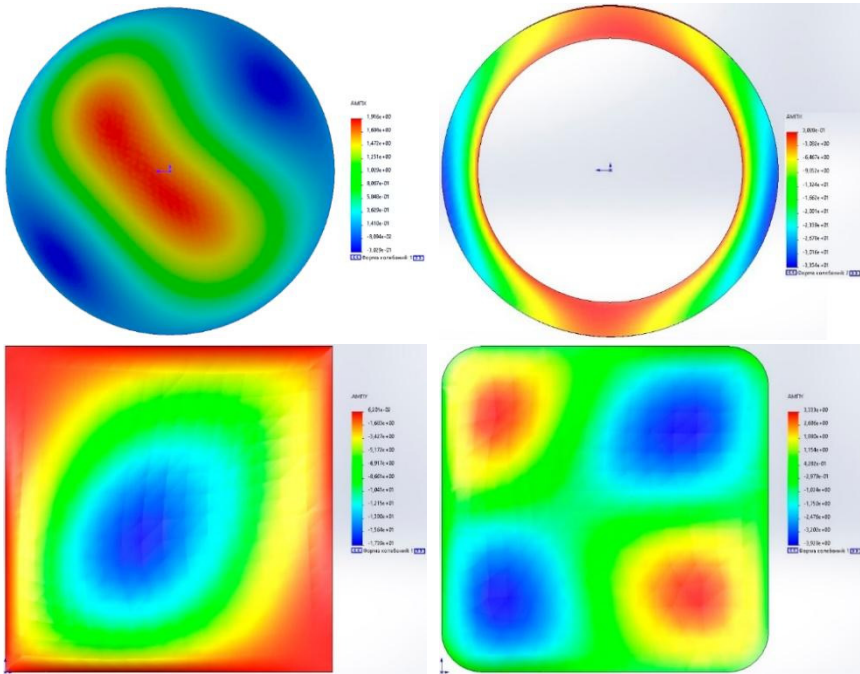


Рисунок 2 – Карты деформаций при собственных колебаниях различных сечений

Также определение собственных частот и форм колебаний балки может осуществляться путем решения дифференциального уравнения

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + B_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0,$$

где E – модуль упругости материала; J – момент инерции поперечного сечения; B_p – параметр, характеризующий инерционные свойства балки.

Разыскиваем решение дифференциального уравнения в виде

$$w(x, t) = W(x) \cdot \sin(\omega t),$$

где ω – круговая частота.

Для однородной балки постоянного сечения дифференциальное уравнение собственных колебаний принимает вид

$$\frac{EJ}{B_p} \cdot \frac{d^4 W}{dx^4} - \nu W = 0,$$

где $\nu = \omega^2$.

Поиск решения осуществлялся в виде тригонометрического ряда, удовлетворяющего условиям задачи.

Вывод: в процессе моделирования была установлена непригодность использования сплошных сечений ввиду их высокой инертности и, следовательно, увеличения массы конструкции целом. Анализ графиков собственных форм показал, что сплошные сечения можно успешно заменять тонкостенными: к примеру, кольцевое сечение имеет точно такую же собственную форму что и квадратное с сопряженными краями. Результаты работы могут быть применены для обучения студентов и оптимизации инженерных решений в аэрокосмической отрасли.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Артоболевский, И. И.** Теория машин и механизмов : учеб. для вузов / И. И. Артоболевский. – М. : Наука, 1975. – 640 с.

2 Механические системы вакуумно-космических роботов и манипуляторов : учеб. пособие для вузов : в 2 т. / И. П. Бернацкий, Н. В. Василенко, Е. Н. Головёнкин [и др.]. – Томск : МГП «РАСКО», 1998. – Т. 1. – 465 с.

3 **Иванов, М. Н.** Детали машин / М. Н. Иванов. – М. : Высш. шк., 1991. – 382 с.

A. S. IVANOV, D. P. REIFSCHEIDER, E. V. FALKOVA

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology, Krasnoyarsk, Russia

STRESS AND NATURAL FREQUENCIES ANALYSIS FOR RODS WITH VARIOUS CROSS-SECTION CONFIGURATIONS

Based on the analysis of bending and tensile stresses, as well as the calculation of beam oscillation natural frequencies, the characteristics of circular, ring-shaped, and square cross-sections are compared. It is established that the thin-walled cross-sections (e. g., ring-shaped) reduce structural weight without compromising strength, unlike solid cross-sections with high inertia. The results of this investigation can be applied to the optimization of engineering solutions in the aerospace industry.

Keywords: rocket and space technology, strength, bending, tension, natural frequencies, composite materials, thin-walled section.

Получено 14.05.2025