

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ГИДРОУПРУГИХ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН
ДЕФОРМАЦИИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ,
ВЫПОЛНЕННОЙ ИЗ МАТЕРИАЛА С ДРОБНОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ
И КОНСТРУКЦИОННЫМ ДЕМПФИРОВАНИЕМ**

Л. И. МОГИЛЕВИЧ, Е. В. ПОПОВА

*Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю. А.,
Российская Федерация*

В. С. ПОПОВ

*Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю. А.,
Российская Федерация*

*Институт проблем точной механики и управления Российской академии наук –
обособленное структурное подразделение Федерального исследовательского центра
«Саратовский научный центр РАН»*

Н. А. АРТАМОНОВ

*Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю. А.,
Российская Федерация*

Неразрушающий акустический контроль состояния упругих элементов различных изделий транспортных систем позволяет поддерживать высокий уровень их надежности и безопасности [1]. Принимая во внимание, что данный вид контроля базируется на волновых технологиях, а цилиндрические оболочки выступают одними из основных элементов реальных конструкций, например, трубопроводных систем, вопросы моделирования нелинейных волновых процессов в оболочках с учетом заполнения их жидкостью являются актуальными как с научной, так и с практической точки зрения. В [2] изучено распространение уединенных волн деформации в геометрически нелинейной цилиндрической оболочке, содержащей идеальную жидкость. С другой стороны, можно отметить исследование [3], где дана оценка влияния вязкости жидкости на волновой процесс в соосных оболочках, выполненных из материалов с кубической физической нелинейностью. Ряд современных материалов может обладать физической нелинейностью в виде степенной функции с дробным показателем. Нелинейные волновые процессы в «сухих» оболочках из таких материалов рассмотрены в [4, 5], а при заполнении их жидкостью – в [6, 7]. Однако, в указанных работах не проведен учет одновременного влияния дробной физической нелинейности материала оболочки, его конструкционного демпфирования и заполнения оболочки вязкой жидкостью.

Рассмотрим бесконечную цилиндрическую оболочку, материал которой имеет физическую нелинейность в виде степенной функции с показателем 3/2, заполненную вязкой жидкостью (рисунок 1). Кроме того, материал оболочки имеет конструкционное демпфирование в продольном направлении. Полагаем, что для оболочки справедливы гипотезы Кирхгофа – Лява, а жидкость ньютоновская и несжимаемая.

Задаем физический закон связи напряжений и деформаций в виде

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{E}{1-\mu_0^2} \left[(\varepsilon_x + \mu_0 \varepsilon_\theta) \left\{ 1 + \frac{m}{E} \varepsilon_u^{1/2} \right\} \right] \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{1-\mu_0^2} \left[(\mu_0 \varepsilon_x + \varepsilon_\theta) \left\{ 1 + \frac{m}{E} \varepsilon_u^{1/2} \right\} \right], \\ \varepsilon_u &= \frac{\sqrt{3}}{1+\mu_0} [\mu_1 (\varepsilon_x^2 + \varepsilon_\theta^2) - \mu_2 \varepsilon_x \varepsilon_\theta]^{1/2}, \mu_1 = \frac{1}{3} \left[1 + \frac{\mu_0}{(1-\mu_0)^2} \right], \mu_2 = \frac{1}{3} \left[1 - \frac{2\mu_0}{(1-\mu_0)^2} \right]. \end{aligned} \quad (1)$$

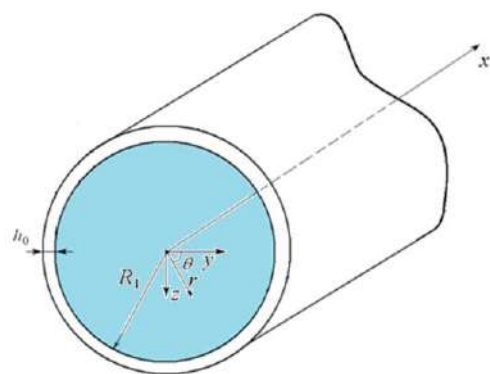


Рисунок 1 – Поперечное сечение цилиндрической оболочки, заполненной вязкой жидкостью

Здесь E – модуль Юнга; μ_0 – коэффициент Пуассона материала оболочки, σ_x, σ_θ – напряжения в элементе оболочки; $\varepsilon_x, \varepsilon_\theta$ – деформации элемента оболочки; ε_u – интенсивность деформаций; m – положительный параметр, имеющий размерность напряжения, который определяется из опытов на растяжение-сжатие.

Уравнения движения оболочки выведены аналогично [3, 6], а затем поставлена задача гидроупругости. При проведении асимптотического анализа данной задачи в подходе по [6, 7] было получено следующее эволюционное уравнение, обобщающее уравнение Шамлея:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + 6|\varphi|^{1/2} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} + \frac{\partial^3 \varphi}{\partial \eta^3} - \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} + \sigma_* \varphi + \sigma_{**} \varphi = 0, \quad (2)$$

где $c_3 = \left[\frac{3m}{4E} \right]^2 \frac{\sqrt{3}}{1+\mu_0} (\mu_1 + \mu_2 \mu_0 + \mu_1 \mu_0^2)^{1/2}$; $c_1 = \frac{1}{\mu_0} \left[\frac{c_3}{3} \right]^{1/2}$; $c_2 = \frac{\sqrt{1-\mu_0^2}}{6} c_3 c_1$. $\frac{\partial u_1}{\partial \xi} = c_3 \varphi$, $\eta = c_1 \xi$, $t = c_2 \tau$,

$$\sigma = \frac{c_1}{c_2} \frac{\rho R}{\rho_0 h_0} \varepsilon^{-1/2} \frac{\sqrt{1-\mu_0^2}}{12} [(1-2\mu_0)^2 + 12\mu_0^2], \sigma_* = \frac{\rho l}{\rho_0 h_0} \frac{v}{\varepsilon^{1/2} R c_0} 2(1-2\mu_0)^2 \frac{1}{c_2}, \sigma_{**} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon^{1/2}} \frac{1}{2c_2}.$$

В (2) обозначено $\tau = \varepsilon^{1/2} t^*$ – медленное время; $t^* = \bar{t} c_0 / l$ – безразмерное время; \bar{t} – время, l – длина волны; $\xi = x/l - \sqrt{1-\mu_0^2} t^*$ – «бегущая» переменная; u_1 – безразмерное продольное перемещение; $\varepsilon = h_0/R$ – малый параметр задачи; ε_1 – безразмерный коэффициент демпфирования материала оболочки; R – радиус срединной поверхности оболочки; ρ_0 – плотность материала оболочки; h_0 – толщина оболочки; $c_0 = E/(\rho_0(1-\mu_0^2))$ – скорость звука в материале оболочки.

Уравнение (2) в дальнейшем может быть использовано для численного исследования особенностей эволюции нелинейных уединенных волн продольной деформации в рассматриваемой оболочке.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-00071.

Список литературы

- 1 Углов, А. Л. Акустический контроль оборудования при изготовлении и эксплуатации / А. Л. Углов, В. И. Ерофеев, А. Н. Смирнов. – М. : Наука, 2009. – 280 с.
- 2 Кореньков, А. Н. Уединенные волны на цилиндрической оболочке с жидкостью / А. Н. Кореньков // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. – 2019. – Т. 6, № 1. – С. 131–143.
- 3 Mogilevich, L. Waves in two coaxial elastic cubically nonlinear shells with structural damping and viscous fluid between them / L. Mogilevich, S. Ivanov // Symmetry. – 2020. – Vol. 12 (3). – Art. no. 335.
- 4 The Schamel-Ostrovsky equation in nonlinear wave dynamics of cylindrical shells / A. I. Zemlyanukhin, A. V. Bochkarev, I. V. Andrianov, V. I. Erofeev // Journal of Sound and Vibration. – 2021. – Vol. 491. – Art. № 115752.
- 5 The generalized Schamel equation in nonlinear wave dynamics of cylindrical shells / A. I. Zemlyanukhin, I. V. Andrianov, A. V. Bochkarev, L. I. Mogilevich // Nonlinear Dynamics. – 2019. – Vol. 98 (1). – P. 185–194.
- 6 Mogilevich, L. I. Longitudinal waves in the walls of an annular channel filled with liquid and made of a material with fractional nonlinearity / L. I. Mogilevich, E. V. Popova // Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics. – 2023. – Vol. 31, № 3. – P. 365–376.
- 7 Эволюция уединенных гидроупругих волн деформации в двух коаксиальных цилиндрических оболочках с физической нелинейностью Шамлея / Ю. А. Блинков, Л. И. Могилевич, В. С. Попов, Е. В. Попова // Вычислительная механика сплошных сред. – 2023. – Т. 16, № 4. – С. 430–444.

УДК 539.3

К ВОПРОСУ ИНЖЕНЕРНОГО РАСЧЕТА НАПРЯЖЕНИЙ ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ С УЧЕТОМ СЛОИСТОСТИ

В. В. МОЖАРОВСКИЙ, Д. С. КУЗЬМЕНКОВ, С. В. КИРГИНЦЕВА

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Республика Беларусь

В последнее время всё шире начали применяться зубчатые колеса из армированных высокопрочных пластмасс [1]. Расчет на прочность зубьев при статическом изгибе с учетом деформированности зубьев пластмассовых колес приведен в многочисленных работах. Существенными факторами, которые необходимо учитывать при расчете и проектировании зубчатых передач из