

Ранее нами исследовано влияние доли промежуточной жидкой фазы на степень спекаемости покрытий, формируемых методом шликерно-обжигового наплавления из порошковых композиций в системе $\text{MoSi}_2\text{-HfSi}_2\text{-HfB}_2$ [3]. Порошки смешивали с раствором коллоксилина в амилацетате и диэтилоксалате в объемном соотношении 1:1. Полученные шликерные суспензии наносили на образцы кистью, после чего сушили на воздухе при температуре 70 °С в течение 30 мин. Режим термической обработки состоял из нагрева до 1200 °С в вакууме (8–9 мПа), затем до 1620 °С со скоростью 20 °С/мин в токе аргона при остаточном давлении ~100 Па, изотермы – 20 мин и последующего медленного охлаждения (20 °С/мин) с переходом к вакууму при 1200 °С. После структурно-фазовых исследований полученный покрытий установлено, что при росте доли HfSi_2 во время спекания обеспечивается увеличение объема жидкого расплава $(\text{Hf-Si})_{(l)}$ в системе, который способствует уплотнению формируемого слоя, но не обеспечивает достаточной сплошности структуры. Основной причиной пористости является значительное испарение кремния во время термической обработки вследствие высокой упругости пара. Последнее обусловлено значительной температурой термообработки, продолжительной выдержкой, медленным охлаждением и низким давлением в камере. Поэтому целью данного исследования является изучение влияния режима термической обработки на степень спекаемости формируемых покрытий.

В настоящей работе из порошковой композиции с соотношением фаз $\text{MoSi}_2\text{:HfSi}_2\text{:HfB}_2 = 15\text{:55}\text{:30}$ об. % получали покрытие тем же методом. При этом режим термической обработки включал нагрев до 1200 °С в вакууме (8–9 мПа), затем до 1620 °С со скоростью 60 °С/мин в токе аргона при остаточном давлении ~100 Па, изотерму – 2 мин и последующее быстрое охлаждение (~163 °С/мин) с переходом к вакууму при 1200 °С.

По результатам структурно-фазовых исследований сформированное покрытие представлено низкопористым слоем, состоящим из MoSi_2 , HfB_2 , HfSi_2 , HfC , Si и SiC (следы). Наличие фазы HfSi_2 в покрытии подтверждает, что изменение режима термообработки способствовало уменьшению испарения кремния и формированию более плотного слоя, чем при предыдущем режиме [3].

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-19-00818, <https://rscf.ru/project/25-19-00818/>.

Список литературы

- 1 Получение покрытия на C/C-SiC композите из порошковой композиции Mo-HfSi₂-SiB₄ методом реакционного синтеза in situ / А. Н. Астапов, Е. С. Белокопытова, А. И. Матуляк [и др.] // Электromеталлургия. – 2024. – № 2. – С. 2–12.
- 2 Получение покрытий на основе системы MoSi₂-HfB₂ на УККМ из порошковых композиций MoSi₂-HfB₂-Si, MoSi₂-HfSi₂-SiB₄ и MoSi₂-HfB₂-HfSi₂-SiB₄ / А. И. Матуляк, А. Н. Астапов, В. А. Погодин, А. Н. Тарасова // Проблемы безопасности на транспорте : материалы XIII Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. Году качества : в 2 ч., Гомель, 21–22 ноября 2024 г. ; под общ. ред. Ю. И. Кулаженко. – Гомель : БелГУТ, 2024. – Ч. 2. – С. 174–175.
- 3 Влияние доли промежуточной жидкой фазы на спекаемость покрытий на УККМ из порошковых композиций в системе MoSi₂-HfSi₂-HfB₂ / А. Н. Астапов, А. А. Диденко, А. И. Матуляк, В. С. Терентьева // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред им. А. Г. Горшкова : материалы XXXI Междунар. симпозиума. – г. Кремёнки, санаторий «Вятчи», 19–23 мая 2025 г. – Т. 1. – М. : ООО «ТРП», 2025. – С. 15–17.

УДК 539.375

ОПТИМАЛЬНАЯ ФОРМА ОТВЕРСТИЯ ДЛЯ СТРИНГЕРНОЙ ПЛАСТИНЫ, ОСЛАБЛЕННОЙ ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ ТРЕЩИНОЙ

М. В. МИР-САЛИМ-ЗАДЕ

Институт математики и механики, г. Баку, Азербайджан

Рассмотрена задача об отыскании оптимальной формы отверстия для стрингерной пластины, ослабленной прямолинейной трещиной. Трещина исходит из контура отверстия. Предполагается, что при оптимальном контуре отверстия трещина остается неподвижной, а максимальное окружное напряжение является минимальным.

Рассмотрим неограниченную тонкую пластину, усиленную регулярной системой стрингеров. Пластина и стрингеры приняты изотропными и выполненными из упругих материалов. На бесконечности пластина подвержена однородному растяжению вдоль стрингеров. Пластина имеет отверстие $r = \rho(\theta)$, из которого исходит прямолинейная трещина. Краевые условия задачи имеют вид:

$$- \text{ на контуре отверстия } \quad \sigma_n = 0, \quad \tau_{nt} = 0; \quad (1)$$

$$- \text{ на берегах трещины } \quad \sigma_y = 0, \quad \tau_{xy} = 0 \quad \rho(0) \leq x \leq l. \quad (2)$$

Задача состоит в нахождении такой формы отверстия в стрингерной пластине, для которой выполняются два условия: действующее на контуре тангенциальное нормальное напряжение σ_t минимально; исходящая из контура отверстия трещина неподвижна. Поэтому граничные условия задачи (1), (2) дополняем условием минимизации максимального окружного напряжения σ_t на контуре отверстия:

$$\min_{\zeta \in C} \max_{\theta \in [0, 2\pi]} \sigma_t(\theta, \zeta) \quad (3)$$

и условием равенства нулю коэффициента интенсивности напряжений в окрестности вершины трещины

$$K_I^I = 0. \quad (4)$$

Здесь ζ – проектные параметры; C – набор ограничений, подлежащий определению; K_I^I – коэффициент интенсивности напряжений в окрестности вершины трещины.

Действие стрингеров заменяем эквивалентными сосредоточенными силами P_{mn} и используем для их определения закон Гука. Контур L_0 отверстия ищем в классе контуров, близких к круговым. Напряжения, перемещения, сосредоточенные силы P_{mn} и коэффициент интенсивности напряжений K_I^I представляем в виде разложений по малому параметру $\varepsilon = R_{\max} / R$. Каждое из приближений удовлетворяет системе дифференциальных уравнений плоской задачи теории упругости. Для упрощения пренебрегаем членами, содержащими ε степени выше первой. Значения компонент тензора напряжений при $r = \rho(\theta)$ получаем, разлагая в ряд выражения для напряжений в окрестности $r = R$. На основании формул Колосова – Мусхелишвили [1] и граничных условий задача в нулевом приближении сводится к определению аналитических функций $\Phi^{(0)}(z)$ и $\Psi^{(0)}(z)$ из условий

$$\Phi^{(0)}(\tau) + \overline{\Phi^{(0)}(\tau)} - e^{2i\theta} [\overline{\tau} \Phi^{(0)'}(\tau) + \Psi^{(0)}(\tau)] = 0 \quad \text{при } \tau = R e^{i\theta}, \quad (5)$$

$$\Phi^{(0)}(x) + \overline{\Phi^{(0)}(x)} + x \overline{\Phi^{(0)'(x)}} + \overline{\Psi^{(0)}(x)} = 0 \quad R \leq x \leq l. \quad (6)$$

Решение краевой задачи (5), (6) ищем в виде

$$\Phi^{(0)}(z) = \Phi_0^{(0)}(z) + \Phi_1^{(0)}(z) + \Phi_2^{(0)}(z), \quad \Psi^{(0)}(z) = \Psi_0^{(0)}(z) + \Psi_1^{(0)}(z) + \Psi_2^{(0)}(z). \quad (7)$$

Здесь функции $\Phi_0^{(0)}(z)$, $\Psi_0^{(0)}(z)$ описывают поле напряжений и деформаций в сплошной пластине под действием сосредоточенных сил $P_{mn}^{(0)}$ и растягивающего напряжения σ_0 . Функции $\Phi_1^{(0)}(z)$ и $\Psi_1^{(0)}(z)$ ищем в виде

$$\Phi_1^{(0)}(z) = \frac{1}{2\pi} \int_R^l \frac{g^{(0)}(t)}{t-z} dt, \quad \Psi_1^{(0)}(z) = \frac{1}{2\pi} \int_R^l \left[\frac{1}{t-z} - \frac{1}{(t-z)^2} \right] g^{(0)}(t) dt,$$

где $g^{(0)}(x) = \frac{2\mu}{1+\kappa} \frac{d}{dx} [v^+(x,0) - v^-(x,0)]$ – искомая функция.

Функция $g^{(0)}(x)$ и потенциалы $\Phi_2^{(0)}(z)$, $\Phi_2^{(0)}(z)$ определяем из краевых условий (5), (6), используя решение Н. И. Мухелишвили [1].

Требуя, чтобы функции (7) удовлетворяли краевому условию (6) на берегах трещины, получаем сингулярное интегральное уравнение относительно $g^{(0)}(x)$. Полученное сингулярное интегральное уравнение, при использовании метода прямого решения сингулярных уравнений [2, 3], сводится с помощью процедуры алгебраизации [2, 4] к системе M линейных алгебраических уравнений для определения M неизвестных $g^{(0)}(\tau_m)$ ($m = 1, 2, \dots, M$). Затем находим коэффициент интенсивности напряжений в окрестности вершины трещины при $x = l$ в нулевом приближении [3].

Далее переходим к решению задачи в первом приближении. Решение краевой задачи, подобно нулевому приближению, ищем в виде (7). Аналогично нулевому приближению получаем систему из M линейных алгебраических уравнений для определения M неизвестных $g^{(1)}(\tau_m)$ ($m = 1, 2, \dots, M$) и находим в первом приближении коэффициент интенсивности напряжений в окрестности вершины трещины при $x = l$.

Аналогично могут быть построены решения задачи в последующих приближениях.

Полученные системы уравнений первого приближения не являются замкнутыми, поскольку в их правые части входят коэффициенты d_{2k} разложения в ряд Фурье искомой функции $H(\theta)$, определяющей профиль контура отверстия. Для построения недостающих уравнений используем условие (3) при наборе ограничений C , включающих системы уравнений первого приближения, а также условие (4).

С помощью полученного решения находим напряжения σ_t в поверхностном слое контура L_0 с точностью до величин первого порядка относительно малого параметра ε . Находим максимальное значение функции $\sigma_t(\theta, d_{2k})$ на контуре L_0 $\max \sigma_t(\theta_*, d_{2k})$ (θ_* есть решение уравнения $\frac{d\sigma_t(\theta)}{d\theta} = 0$).

Для построения недостающих уравнений, позволяющих определить проектные параметры (коэффициенты d_{2k}), требуем минимизации максимального окружного напряжения σ_t на контуре отверстия (3) при ограничениях

$$\sum_{m=1}^M (-1)^m \left[g^{(0)}(t_m) + \varepsilon g^{(1)}(t_m) \right] \operatorname{ctg} \frac{2m-1}{4M} \pi = 0, \quad \max \sigma_t \leq [\sigma],$$

где $[\sigma]$ – допустимое окружное напряжение для материала пластины, определяемое опытным путем.

Чтобы обеспечивалась минимизация максимального значения напряжения σ_t (минимаксный критерий), необходимо найти значения коэффициентов d_{2k} , которые удовлетворяют полученной системе уравнений и обращают в минимум линейную функцию $\max \sigma_t$ (целевую функцию). Так как напряжения $\sigma_t(\theta, d_{2k})$ (показатель качества управления) и $\max \sigma_t$ линейно зависят от искомым коэффициентов d_{2k} , приходим к задаче линейного программирования. В поставленной задаче наиболее эффективным оказался метод симплексного алгоритма.

Список литературы

- 1 Мухелишвили, Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н. И. Мухелишвили. – М. : Наука, 1966. – 707 с.
- 2 Каландия, А. И. Математические методы двумерной упругости / А. И. Каландия. – М. : Наука, 1973. – 304 с.
- 3 Панасюк, В. В. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках / В. В. Панасюк, М. П. Саврук, А. П. Дацьшин. – Киев : Наук. думка, 1976. – 443 с.
- 4 Мирсалимов, В. М. Неодномерные упругопластические задачи / В. М. Мирсалимов. – М. : Наука, 1987. – 256 с.