ные работы проходили на открытом участке Бутовской линии между станциями «Улица Скобелевская» и «Улица Горчакова». Было уложено более 600 новых композитных шпал. Данная железнодорожная линия проходит не под землей, а на поверхности. Из-за этого ее пути требуют больше внимания, так как подвержены влиянию осадков и перепадов температуры, а шпалы, изготовленные по новой технологии, повысят безопасность движения и надежность инфраструктуры этой ветки.

Также хочется выделить преимущество композитных шпал в ремонтопригодности. Применение ремонтной смеси позволяет полностью восстанавливать отверстия в композитных шпалах и обеспечивать нормативную величину усилия вытягивания, возможен ремонт шпал (заливка сколов) в случае схода подвижных единиц на участке с такими шпалами.

Композитные шпалы можно полностью утилизировать при невосстанавливаемых дефектах, т. е. эксплуатирующая организация может отправлять изломанные шпалы предприятию-изготовителю в качестве сырья для новой продукции.

Однако высокая себестоимость и сложность производства – основные причины, ограничивающие внедрение в серийное производство композитных шпал. В настоящее время рассматривается применение композиционных шпал при прокладывании путей в метро.

Таким образом, композиционные шпалы находят всё более широкое применение в мировой железнодорожной индустрии благодаря своим высоким эксплуатационным характеристикам, долговечности и экологической безопасности. Они успешно используются на высокоскоростных, грузовых и пассажирских линиях, особенно в регионах с суровыми климатическими условиями и высокой нагрузкой. Внедрение композиционных шпал способствует снижению затрат на обслуживание, увеличению срока службы пути и повышению общей надежности железнодорожных систем. В будущем ожидается расширение их использования благодаря развитию технологий производства и снижению стоимости, что сделает их еще более привлекательным решением для железнодорожных компаний по всему миру.

Список литературы

1 Композитные шпалы для РЖД вызывают вопросы специалистов. Использование пластика для железной дороги ограничивают климат и нагрузки. – URL: https://vgudok.com/lenta/kompozitnye-shpaly-dlya-rzhd-vyzyvayut-voprosy-specialistov-ispolzovanie-plastika-dlya (дата обращения: 10.09.2025).

2 **Кондратюк, В. А**. Исследование и разработка технологии получения композиционных железнодорожных шпал / В. А. Кондратюк, В. Н. Петров, И. В. Воскобойников. – URL: https://cyberleninka.ru/article/n/issledovanie-i-razrabotka-tehnologii-polucheniya-kompozitsionnyh-zheleznodorozhnyh-shpal (дата обращения: 10.09.2025).

3 **Хвостик, М. Ю.** Шпалы композитные как альтернатива деревянным / М. Ю. Хвостик. – URL: https://www.journal-vniizht.ru/jour/article/viewFile/94/95 (дата обращения: 10.09.2025).

УДК 539.374

УРАВНЕНИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ПЯТИСЛОЙНОЙ КРУГОВОЙ ПЛАСТИНЫ

Е. А. ЛАЧУГИНА
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Широкое внедрение слоистых конструктивных элементов в промышленности и строительстве детерминирует повышенные требования к точности их прочностного расчета. Это, в свою очередь, актуализирует создание расчетных моделей, учитывающих широкий спектр внешних воздействий, включая квазистатические и динамические нагрузки. В рамках решения данной проблемы актуальным является изучение динамики многослойных структур, в частности, исследование вынужденных колебаний круговой пятислойной пластины. В монографиях [1–3] рассмотрен порядок построения расчетных моделей трехслойных и многослойных элементов конструкций, учитывающих воздействия различных физико-механических полей. В статьях [4–9] рассмотрены свободные колебания и нестационарные нагружения тонкостенных элементов конструкций, в том числе взаимодействующих с упругим основанием. Работы [10–13] посвящены исследованию напряженно-деформированного состояния трехслойных стержней и пластин при стационарном нагружении. Статьи [14–18] содержат результаты исследований собственных колебаний пятислойной круговой пластины симметричной и несимметричной по толщине.

Здесь получены уравнения движения в перемещениях для несимметричной пятислойной круговой пластины с двумя легкими заполнителями. Вывод уравнений движения проведен в цилиндрической системе координат r, φ, z, которая связана со срединной плоскостью центрального несущего слоя. В тонких несущих слоях справедливы гипотезы Кирхгофа: нормаль остается несжимаемой, прямолинейной и перпендикулярной к деформированной срединной поверхности. В заполнителе учитывается относительный сдвиг.

Радиальные перемещения в слоях $u^{(k)}(r, z)$ выражаются через четыре искомые функции: $u(r, t)$ – радиальное перемещение координатной плоскости, $w(r, t)$ – прогиб срединной плоскости внутреннего несущего слоя пластины и $\psi_1(r, t)$, $\psi_2(r, t)$ – относительные сдвиги в заполнителях. В результате

$$u_r^{(4)} = u - zw,_r + h_3\psi_1, \quad (0{,}5h_1 + h_5 \le z \le 0{,}5h_1 + h_5 + h_4)\,,$$
$$u_r^{(5)} = u - zw,_r + \left(z - 0{,}5h_1\right)\psi_1, \quad (0{,}5h_1 \le z \le 0{,}5h_1 + h_5)\,,$$
$$u_r^{(1)} = u - zw,_r\,, \quad (-0{,}5h_1 \le z \le 0{,}5h_1)\,,$$
$$u_r^{(3)} = u - zw,_r + \left(z + 0{,}5h_1\right)\psi_2, \quad (-0{,}5h_1 - h_3 \le z \le -0{,}5h_1)\,,$$
$$u_r^{(2)} = u - zw,_r - h_3\psi_2, \quad (-0{,}5h_1 - h_3 - h_2 \le z \le -0{,}5h_1 - h_3)\,.$$

где z – координата рассматриваемого волокна; запятая в нижнем индексе обозначает операцию дифференцирования по следующей за ней координате.

Внешняя вертикальная нагрузка не зависит от координаты φ: $q = q(r, t)$. На контуре пластины предполагается наличие жесткой диафрагмы, препятствующей относительному сдвигу слоев ($\psi_1 = 0$, $\psi_2 = 0$ при $r = r_0$). Искомые радиальное перемещение u, прогиб пластины w, относительные сдвиги в заполнителях ψ_1, ψ_2 не зависят от координаты φ.

Уравнения движения пластины выводятся при помощи вариационного принципа Гамильтона – Остроградского:

$$\mathrm{L}_2(a_1u - a_2w,_r + a_3\psi_1 - a_4\psi_2) = 0\,,$$
$$\mathrm{L}_2(a_3u - a_5w,_r + a_6\psi_1) = 0\,,$$
$$\mathrm{L}_2(-a_4u - a_7w,_r + a_8\psi_2) = 0\,,$$
$$\mathrm{L}_3(a_2u - a_9w,_r + a_5\psi_1 + a_7\psi_2) - M_0\ddot{w} = -q\,,$$

где $M_0\ddot{w}$ – поперечные инерционные силы, $M_0 = (\rho_1h_1 + \rho_2h_2 + \rho_3h_3 + \rho_4h_4 + \rho_5h_5)r_0^2$; a_i – коэффициенты; L_2, L_3 – дифференциальные операторы,

$$\mathrm{L}_2(g) \equiv \left(\frac{1}{r}(rg),_r\right),_r \equiv g,_{rr} + \frac{g,_r}{r} - \frac{g}{r^2}\,,\ \mathrm{L}_3(g) \equiv \frac{1}{r}\left(rL_2(g)\right),_r \equiv g,_{rrr} + \frac{2g,_{rr}}{r} - \frac{g,_r}{r^2} + \frac{g}{r^3}\,.$$

Начальные условия движения принимаются однородные:

$$w(r,0) = 0, \quad \dot{w}(r,0) = 0\,.$$

На контуре принимается наличие жесткой диафрагмы, не допускающей относительный сдвиг слоев.

Список литературы

1 **Zhuravkov, M.** Mechanics of Solid Deformable Body / M. Zhuravkov, Y. Lyu, E. Starovoitov. – Singapore : Springer Verlag, 2023. – 317 p.

2 Деформирование трехслойных пластин при термосиловых нагрузках / Э. И. Старовойтов, Ю. В. Шафиева, А. В. Нестерович, А. Г. Козел. – Гомель : БелГУТ, 2024. – 395 с.

3 **Старовойтов, Э. И.** Деформирование трехслойных физически нелинейных стержней / Э. И. Старовойтов. – М. : Изд-во МАИ, 2016. – 184 с.

4 **Starovoitov, É. I.** Vibrations of round three-layer plates under the action of distributed local loads / É. I. Starovoitov, D. V. Leonenko, A. V. Yarovaya // Strength of materials. – 2002. – Vol. 34, № 5. – P. 474–481.

5 **Leonenko, D. V.** Vibrations of Cylindrical Sandwich Shells with Elastic Core Under Local Loads / D. V. Leonenko, E. I. Starovoitov // International Applied Mechanics. – 2016. – Vol. 52 (4). – P. 359–367.

6 Natural vibration of a sandwich beam on an elastic foundation / V. D. Kubenko, Yu. M. Pleskachevskii, É. I. Starovoitov, D. V. Leonenko // International Applied Mechanics. – 2006. – Vol. 42, № 5. – P. 541–547.

7 **Starovoitov, É. I.** Vibrations of a sandwich rod under local and impulsive forces / É. I. Starovoitov, D. V. Leonenko, A. V. Yarovaya // International Applied Mechanics. – 2005. – Vol. 41, № 7. – P. 809–816.

8 **Gorshkov, A. G.** Harmonic Vibrations of a Viscoelastoplastic Sandwich Cylindrical Shell / A. G. Gorshkov, É. I. Starovoitov, A. V. Yarovaya // International applied mechanics. – 2001. – Vol. 37, № 9. – P. 1196–1203.

9 **Леоненко, Д. В.** Колебания круговой трехслойной пластины под действием внешней нагрузки / Д. В. Леоненко, М. В. Маркова // Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика. – 2023. – № 1. – С. 49–63.

10 **Старовойтов, Э. И.** Изгиб упругой круговой трехслойной пластины на основании Пастернака / Э. И. Старовойтов, А. Г. Козел // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2018. – Т. 24, № 3. – С. 392–406.

11 **Старовойтов, Э. И.** Деформирование локальными нагрузками композитной пластины на упругом основании / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко, М. Сулейман // Механика композитных материалов. – 2007. – Т. 43, № 1. – С. 109–120. – EDN DIPPEO.

12 **Старовойтов, Э. И.** Упругопластическое деформирование трехслойных стержней в температурном поле / Э. И. Старовойтов // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2012. – № 3. – С. 91–98.

13 **Старовойтов, Э. И.** Изгиб прямоугольной трехслойной пластины на упругом основании / Э. И. Старовойтов, Е. П. Доровская // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2006. – № 3. – С. 45–50.

14 **Лачугина, Е. А.** Поперечные колебания пятислойной упругой круговой пластины с жестским заполнителем / Е. А. Лачугина // Механика. Исследования и инновации. – 2022. – № 15. – С. 116–122. – EDN FXBAGP.

15 **Лачугина, Е. А.** Свободные колебания пятислойной круговой пластины с легкими заполнителями / Е. А. Лачугина // Механика. Исследования и инновации. – 2023. – № 16. – С. 111–116. – EDN RCCKPM.

16 **Лачугина, Е. А.** Частоты собственных колебаний пятислойной круговой пластины / Е. А. Лачугина // Теоретическая и прикладная механика : междунар. науч.-техн. сб. – Минск : Белорус. нац. техн. ун-т, 2023. – С. 227–233. – EDN NXPOEL.

17 **Лачугина, Е. А.** Собственные частоты колебаний круговой пятислойной несимметричной по толщине пластины / Е. А. Лачугина // Механика. Исследования и инновации. – 2024. – № 17. – С. 92–99. – EDN REQQPS.

18 **Лачугина, Е. А.** Собственные колебания пятислойной круговой пластины при различных закреплениях контура / Е. А. Лачугина // Проблемы физики, математики и техники. – 2025. – № 1 (62). – С. 25–30. – DOI: 10.54341/20778708_2025_1_62_25. – EDN WGDTTR.

УДК 539.3

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ СЭНДВИЧ-СТЕРЖНЯ С НЕСЖИМАЕМЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ

Д. В. ЛЕОНЕНКО
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Трехслойные конструкции широко используются в инженерной практике благодаря ряду преимуществ по сравнению с однослойными. В статье [1] исследовались свободные колебания круговых металлополимерных пластин на упругом основании. В работе [2] выполнен дисперсионный анализ магнитоупругих трехслойных пластин, расположенных на основании Винклера. В статье [3] рассматриваются продольно-радиальные колебания вязкоупругой цилиндрической оболочки. Частотный анализ подобной конструкции с функционально-градиентным заполнителем представлен в [4]. Изгиб трехслойного стержня при термосиловой нагрузке рассмотрен в [5]. В развитие этой тематики в [6] показано влияние термосиловых факторов на деформирование нелинейного ступенчатого стержня. Современные подходы к анализу вынужденных колебаний отражены в статье [7], где изучаются колебания трехслойной сэндвич-пластины с пентаграфеновым заполнителем и магнитно-электроупругими внешними слоями. Практико-ориентированный подход к проблеме энергорассеяния представлен в работе [8], где разработаны рекомендации по проектированию трёхслойных балок с учетом демпфирования.

Здесь рассмотрим трехслойный симметричный по толщине стержень при действии динамической нагрузки.

В качестве кинематической используем гипотезу ломаной линии: для одинаковых тонких несущих слоев справедливы гипотезы Бернулли; для легкого несжимаемого по толщине более толстого заполнителя – гипотеза Тимошенко о прямолинейности и несжимаемости деформированной нормали. К внешней поверхности несущего слоя приложена динамическая нагрузка $q(x, t)$. В качестве искомой величины принимаем прогиб стержня $w(x, t)$.

Уравнения движения получим, используя вариационный принцип Гамильтона – Остроградского. В результате дифференциальное уравнение для прогиба получаем в виде