

$$Q = \frac{\pi \Delta p \varepsilon^3 d}{12 \mu l}. \quad (4)$$

В соответствии с положениями теории погрешностей технических измерений, определив частные производные от выражения (4) по функциональным геометрическим параметрам, получим зависимость для определения допуска δQ на величину выходного параметра. Далее, используя выражения для частных производных, фиксируя последовательно допуски частных значений параметров на нулевом уровне, получим зависимости для определения допусков на основные функциональные параметры прецизионной пары:

$$\delta d = \frac{12 \mu l \delta Q}{\pi \Delta p \varepsilon^3}, \quad \delta \varepsilon = \frac{4 \mu l \delta Q}{\pi \Delta p \varepsilon^2 d}, \quad \delta l = -\frac{12 \mu l^2 \delta Q}{\pi \Delta p \varepsilon^3 d}. \quad (5)$$

Таким образом, применение принципов функционального нормирования точности при проектировании и изготовлении основных элементов прецизионной пары позволит обоснованно подойти к назначению допусков на основные геометрические параметры, оценить правильность назначения допусков, выявить технологические возможности взаимозаменяемости и повышения стабильности работы сопряжения.

Список литературы

- 1 Высокие технологии размерной обработки в машиностроении : учеб. / А. Д. Никифоров, А. Н. Ковшов, Ю. Ф. Назаров, А. Г. Схиртладзе. – М. : Высш. шк., 2007. – 327 с.
- 2 Лазовецкий, В. В. Гидро- и пневмосистемы транспортно-технологических машин / В. В. Лазовецкий. – М. : Лань, 2012. – 555 с.
- 3 Шейпак, А. А. Гидравлика и гидропневмопривод. Ч. 1. Основы механики, жидкости и газа / А. А. Шейпак. – М. : МГИУ, 2005. – 192 с.

УДК 539.3

ФОРМУЛИРОВКА ТЕОРИИ ОБОЛОЧЕК С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ В ОБОБЩЕННЫХ СИЛАХ И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ О ФАЗОВЫХ И СТРУКТУРНЫХ ПЕРЕХОДАХ В ТОНКОСТЕННЫХ АДАПТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

А. С. КУРБАТОВ, С. И. ЖАВОРОНОК

Институт прикладной механики Российской академии наук, г. Москва

Адаптивные элементы систем различного назначения, построенные на использовании эффекта памяти формы, нередко представляют собой тонкие оболочки. Так, актуаторы, демпферы колебаний могут быть выполнены в виде сильфонов [1], клапаны – в форме тонких пологих оболочек [2], рабочие элементы эластокалорических тепловых насосов – в виде тонких цилиндрических труб [3]. Однако несмотря на очевидную необходимость теории тонких оболочек из сплавов с памятью, описывающая по крайней мере основные наблюдаемые явления до сего дня не разработана. Трудности, связанные с физически нелинейным деформированием сплавов с памятью [4], в том числе с отсутствием в общем случае конечных уравнений состояния и с записью инкрементальных определяющих соотношений в форме, разрешенной относительно малых приращений фазово-структурных деформаций, требующей либо сложной процедуры аналитического обращения [5], либо численного обращения матрицы касательной податливости в точке диаграммы деформирования [6], препятствуют формулировке модели оболочки в обобщенных перемещениях. Данное затруднение может быть преодолено путем перехода ко «внутренним» кинематическим переменным – компонентам тензоров тангенциальной и изгибной деформации, связанным уравнениями совместности [7], и постановке краевой задачи для уравнений равновесия и совместности относительно обобщенных усилий, не требующих обращения определяющих соотношений.

Такая теория тонких оболочек с памятью [8–10], основанная на однократно связанной модели термоупругих фазово-структурных превращений [4], построена путем редукции пространственной

размерности трехмерных эволюционных и определяющих уравнений при приближении поля тензора напряжения тензорами тангенциальных сил и моментов и задании фазового состава оболочки из бинарного сплава нулевым и первым членами ряда Маклорена для объемной доли мартенситной фазы [9]. Получена инкрементальная формулировка краевой задачи, линеаризованная относительно малых приращений тензоров тангенциальных сил и моментов; правые части неоднородных уравнений совместности зависят от заданного в рамках однократно связанной модели поля температуры. В случае интегрируемых определяющих уравнений для изолированного структурного перехода хаотического мартенсита в ориентированный при пропорциональном монотонном нагружении и обратного фазового перехода при фиксированной нагрузке получены конечные уравнения, аналогичные [11], и соответствующая постановка краевой задачи статики оболочки.

Показано, что для оболочек вращения, допускающих разложение неизвестных в тригонометрические ряды по углу долготы, и в частном случае осесимметричной задачи уравнения равновесия и совместности сводятся к нормальной гамильтоновой системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, следовательно, представляется возможным аналитическое определение собственных функций антисимметричного матричного оператора и построение решения в форме ряда по собственным функциям угла широты. Приведено решение задачи, демонстрирующей эффект памяти формы в цилиндрической оболочке, нагруженной внутренним давлением и находящейся в однородном поле температуры в цикле «охлаждение в ненапряженном состоянии, сопровождающееся прямым фазовым переходом аустенита в мартенсит – нагружение в состоянии мартенситной неупругости, сопровождающееся структурным переходом – нагрев с обратным фазовым превращением мартенсита в аустенит – упругая разгрузка». Получено решение в виде краевого эффекта и описана его эволюция при фазовом и структурном переходах, в том числе существенный рост перекрестных зависимостей тангенциальной деформации от момента и изгибной деформации от тангенциальных сил вследствие несимметрии фазового состава по толщине оболочки в процессе фазового перехода. Построены зависимости компонентов тензора напряжения и нормального перемещения от осевой координаты цилиндрической системы для различных величин внешней нагрузки и параметров фазового состава, а также диаграммы деформирования оболочки, соответствующие точкам наибольшей амплитуды напряжения.

Работа выполнена в рамках Государственного задания ИПРИМ РАН (регистрационный номер темы 121112200124-1).

Список литературы

- 1 Dynamic behavior of single-stage bellows of Titanium-Nickel shape memory alloy under cyclic loading / H. Semba, N. Okabe, T. Yamaji // International Journal of Modern Physics B. – 2006. – Vol. 20, № 25–27. – P. 3944–3949.
- 2 **Хусанов, М. А.** Анализ выпучивания сферических сегментов с памятью формы / М. А. Хусанов, О. А. Малухина // Современные проблемы прочности : материалы 3-го Междунар. симпозиума им. В. А. Лихачева. – 1999. – Новгород. – 1999. – С. 185–189.
- 3 Development of a tube-based elastocaloric regenerator loaded in compression: A Review / S. Dall’Olio, Ž. Ahčin, A. Žerovnik [et al.] // Shape Memory and Superelasticity. – 2024. – Vol. 10. – P. 99–118.
- 4 **Мовчан, А. А.** Материалы с памятью формы как объект механики деформируемого твердого тела: экспериментальные исследования, определяющие соотношения, решение краевых задач / А. А. Мовчан, С. А. Казарина // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т. 15, № 1. – С. 105–116.
- 5 **Мовчан, А. А.** Определяющие соотношения модели нелинейного деформирования сплавов с памятью формы, разрешенные относительно приращений напряжений / А. А. Мовчан // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2021. – Т. 27, № 3. – С. 343–359.
- 6 **Nushtaev, D. V.** Abnormal Buckling of Thin-Walled Bodies with Shape Memory Effects Under Thermally Induced Phase Transitions / D. V. Nushtaev, S. I. Zhavoronok // Advanced Structured Materials. – 2019. – Vol. 110. – P. 493–524.
- 7 **Новожилов, В. В.** Линейная теория тонких оболочек / В. В. Новожилов, К. Ф. Черных, Е. И. Михайловский. – Л. : Политехника, 1991. – 656 с.
- 8 **Zhavoronok, S. I.** Constitutive relations and compatibility equations for thin shape memory alloy shells / S. I. Zhavoronok // AIP Conference Proceedings. – 2022. – Vol. 2611. – P. 100004.
- 9 **Zhavoronok, S. I.** On the incremental constitutive relations and compatibility equations for thin shape memory alloy shells undergoing non-isothermal phase transitions / S. I. Zhavoronok // Composites: Mechanics, Computations, Applications. An International Journal. – 2023. – Vol. 14, is. 1. – P. 1–27.
- 10 **Kurbatov, A. S.** On the incremental intrinsic equations for thin shape memory alloy shells undergoing austenite-to-martensite and martensite-to-austenite thermoelastic phase transitions / A. S. Kurbatov, S. I. Zhavoronok // AIP Conference Proceedings. – 2024. – Vol. 3030. – P. 080003.
- 11 **Жаворонок, С. И.** Обратные инкрементальные определяющие соотношения и уравнения совместности деформаций для сплава с памятью, претерпевающих структурные превращения / С. И. Жаворонок // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2021. – Т. 27, № 4. – С. 587–593.