

**ВАРИАЦИОННАЯ ФОРМУЛИРОВКА ТЕОРИИ N-ГО ПОРЯДКА
ОБОБЩЕННО-ТЕРМОУПРУГИХ НЕОДНОРОДНЫХ АНИЗОТРОПНЫХ ОБОЛОЧЕК
И РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ СТАЦИОНАРНОЙ ДИНАМИКИ
ТОНКОСТЕННЫХ ВОЛНОВОДОВ**

Ек. Л. КУЗНЕЦОВА

Московский авиационный институт (НИИ), Российская Федерация

С. И. ЖАВОРОНОК

Институт прикладной механики Российской академии наук, г. Москва, Российская Федерация

Предложена расширенная иерархическая теория N-го порядка нетонких неоднородных анизотропных обобщенно-термоупругих оболочек переменной толщины, основанная на вариационном формализме аналитической механики и термодинамики континуальных систем [1, 2] и методе редукции пространственной размерности модели [3]. За основу формулировки квазитрехмерной теории оболочек, аппроксимирующей трехмерное напряженно-деформированное состояние в областях неприводимости к канонической двумерной теории [4], принята трехмерная модель обобщенно-термоупругого тела Лорда – Шульмана [5], определенная двумя переменными поля первого рода – векторами перемещения [1, 6] и энтропии Био [1, 6–8], пространственной и граничной плотностями функционала Лагранжа [6, 7]. Векторные поля заданы на касательном расслоении двумерного многообразия, соответствующего некоторой реперной поверхности, не обязательно срединной или лицевой, в репере, не зависящем от нормальной координаты [6]. Редукция размерности основана на разложении переменных поля по биортогональной системе функций безразмерной нормальной координаты, образующей базис в гильбертовом пространстве над отрезком $[-1, 1]$; новыми переменными поля первого рода являются коэффициенты разложения векторов перемещения и энтропии Био [7, 8]. Модель оболочки как двумерной континуальной системы задана конфигурационным пространством – линейной оболочкой переменных поля, поверхностной и контурной плотностями лагранжиана, следующими из пространственной и граничной плотностей [7, 8], и уравнениями связей, вытекающими из краевых условий, которые перенесены с лицевых на реперную поверхность, и связывающими переменные поля и их производные (как по криволинейным координатам, так и по времени). При выводе уравнений связей рассмотрены термодинамические краевые условия первого, второго и третьего рода [9], а также краевые условия взаимодействия оболочки по одной лицевой поверхности с акустической средой, записанные в форме интегрального оператора с ядром – фундаментальным решением задачи о дифракции акустической волны на жестком выпуклом препятствии [10, 11].

Для решения спектральных задач о дисперсии волн в тонкостенных оболочках осуществлен переход от лагранжевой к смешанной вариационной формулировке теории оболочек N-го порядка. Дифференцированием лагранжиана по ковариантным производным вдоль некоторого векторного поля направления определен вектор обобщенных напряжений, затем произведено преобразование Лежандра расширенного функционала Лагранжа теории оболочек со множителями связей, порождающее смешанный функционал, который не зависит от указанных производных. В результате получены уравнения Эйлера – Лагранжа, соответствующие экстремали действия по Гамильтону и разрешенные относительно ковариантных производных вдоль выбранного направления. Рассмотрена стационарная задача о дисперсии нормальных волн в тонкостенном неоднородном термоупругом волноводе в акустической среде за счет смешанной вариационной формулировки модели сводящаяся к обобщенной спектральной задаче относительно волнового числа для антисимметричного матричного оператора, где квадрат фазовой частоты является параметром. Такая форма записи обеспечивает построение как действительных, так и комплексных ветвей дисперсионных кривых, соответствующих затухающим волнам.

Описана дисперсия волн в функционально-градиентном упругом волноводе, взаимодействующем с акустической средой, которая сопровождается термоупругой диссипацией, построены полный спектр задачи и система собственных функций. Проведено сравнение решений на основе разложения по полиномам Лежандра и финитным кусочно-линейным базисным функциям, соответствующим методу конечных элементов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-19-00680).

Список литературы

- 1 Кильчевский, Н. А. Аналитическая механика континуальных систем / Н. А. Кильчевский, Г. А. Кильчинская, Н. Е. Ткаченко. – Киев : Наук. думка, 1979. – 188 с.
- 2 Био, М. Вариационные принципы в теории теплообмена / М. Био. – М. : Энергия, 1975. – 209 с.
- 3 Векуа, И. Н. Некоторые общие методы построения различных вариантов теории оболочек / И. Н. Векуа. – М. : Наука, 1982. – 282 с.
- 4 Кильчевский, Н. А. Основы аналитической механики оболочек / Н. А. Кильчевский. – Киев : Изд-во АН УССР, 1963. – 354 с.
- 5 Lord, H. W. A generalized dynamical theory of elasticity / H. W. Lord, Y. A. Shulman // J. Mechanics and Physics of Solids. – 1967. – Vol. 15. – P. 299–309.
- 6 Жаворонок, С. И. Обобщенные уравнения Лагранжа второго рода расширенной трехмерной теории N-го порядка анизотропных оболочек / С. И. Жаворонок // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2015. – Т. 21, № 3. – С. 370–381.
- 7 Жаворонок, С. И. Вариационная формулировка теории N-го порядка неоднородных анизотропных обобщенно-термоупругих пластин / С. И. Жаворонок, Е. Л. Кузнецова // Станки и Инструмент. – 2024. – № 12. – С. 34–37.
- 8 Жаворонок, С. И. Обобщенные уравнения Лагранжа второго рода континуальных диссипативных систем в теории оболочек N-го порядка / С. И. Жаворонок // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2024. – Т. 30, № 3. – С. 375–386.
- 9 Григорьянц, Н. М. Вариационные принципы обобщенной теплопроводности / Н. М. Григорьянц, С. К. Киклевич // Прикладная механика. – 1977. – Т. XIV, № 1. – С. 34–38.
- 10 Жаворонок, С. И. Осесимметричная задача нестационарного взаимодействия акустической волны давления с упругой оболочкой вращения / С. И. Жаворонок, Л. Н. Рабинский // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2006. – Т. 12, № 4. – С. 541–554.
- 11 Численно-аналитические методы решения задач дифракции акустических волн на абсолютно твердых телах и оболочках / С. И. Жаворонок, М. Ю. Куприков, А. Л. Медведский, Л. Н. Рабинский. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 192 с.
- 12 Zhavoronok, S. I. The Generalized Routh equations in the plate theory of Nth order and their use in problems of normal wave dispersion in heterogeneous waveguides / S. I. Zhavoronok, A. S. Kurbatov, L. N. Rabinskii // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2022. – Vol. 43, № 7. – P. 66–74.
- 13 Жаворонок, С. И. Обобщенные уравнения Рауса в теории пластин N-го порядка и их приложение к задачам о дисперсии нормальных волн в неоднородных волноводах / С. И. Жаворонок, А. С. Курбатов // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2022. – Т. 28, № 3. – С. 399–431.
- 14 Zhavoronok, S. I. On various equations of the analytical mechanics of thick-walled heterogeneous shells and some of their applications in wave dispersion problems / S. I. Zhavoronok, A. S. Kurbatov, O. V. Egorova // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2023. – Vol. 44, № 6. – P. 2501–2517.

УДК 621.225.4

О ФУНКЦИОНАЛЬНОМ НОРМИРОВАНИИ ТОЧНОСТИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРЕЦИЗИОННЫХ ПАР ГИДРОПРИВОДА

Г. С. КУЛЬГЕЙКО

Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого, Республика Беларусь

М. П. КУЛЬГЕЙКО

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Гидравлический привод находит широкое применение в автомобильной и аэрокосмической промышленности, в горных и дорожно-строительных машинах, в станкостроении и других отраслях машиностроения. Широкое использование гидропривода определяется рядом существенных преимуществ, прежде всего, возможностью получения больших усилий и мощностей при малых размерах и весе, повышенной жесткости и долговечности, а также надежности в эксплуатации и достаточно высоком значении КПД.

Ограничивают применение гидропривода присущие ему недостатки. Это потери на трение и утечки, особенно при высоких давлениях в гидросистеме, снижающие КПД гидропривода и вызывающие разогрев рабочей жидкости. Увеличение давления в гидросистемах требует повышения герметичности прецизионных соединений в основном за счет повышения точности изготовления сопрягаемых деталей.

Целью работы является анализ методики определения функциональной точности элементов прецизионных пар гидропривода.