

УДК 51-74

ОПТИМИЗАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА МЕТОДОМ СИМПЛЕКС-РЕШЕТЧАТОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

*Е. Ф. КУДИНА^{1,2}, Н. К. ТУРСУНОВ³, И. В. ПРИХОДЬКО¹,
П. А. КУРИЦЫН¹, С. В. ТОКАРЬ¹, Р. DASIC⁴*

¹Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

²Государственное научное учреждение

*«Институт механики металлополимерных систем имени В. А. Белого
Национальной академии наук Беларуси», г. Гомель*

³Ташкентский государственный транспортный университет,

⁴ SaTCIP Ltd., Serbia

Получение материалов с оптимальными свойствами связано с проведением многочисленных экспериментов, получением и обработкой результатов. Зачастую это трудоемкий, энерго- и материалозатратный процесс. Поэтому проблема оптимизации с элементами математической обработки в настоящее время является достаточно актуальной.

Вопросам математической обработки результатов инженерного эксперимента посвящено большое количество технической литературы. Основной задачей обработки экспериментального материала является выделение из него полезной информации и представление ее в виде, удобном для анализа. При этом информация преобразовывается так, чтобы отдельные стороны явления или процесса выделялись четко и ярко, а полученные результаты можно было бы оценить количественными показателями.

Такой подход обусловлен непрерывно повышающейся требовательностью к достоверности результатов исследований [1].

Математические методы планирования эксперимента основаны на кибернетическом представлении об объекте исследования (далее – ОИ), следовательно, наиболее подходящей моделью ОИ может выступить кибернетическая система, представленная на рисунке 1. Каждый фактор в опыте может принимать одно из нескольких значений (уровней). Фиксированный набор уровней факторов определяет одно из возможных состояний кибернетической системы. Одновременно этот набор представляет собой условия проведения одного из возможных опытов, где каждому фиксированному

набору уровней факторов соответствует точка в многомерном пространстве факторов (факторном пространстве). Опыты не реализуются во всех точках факторного пространства, а лишь в точках, принадлежащих допустимой области факторного пространства [2].

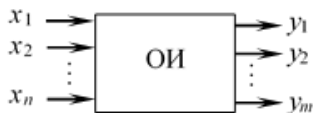


Рисунок 1 – Модель кибернетической системы: x_1, x_2, x_n – воздействующие факторы (входы); y_1, y_2, y_n – критерии оптимизации (выходы)

Одним из часто встречаемых методов решения задач по оптимизации состава в системе «состав – свойство» является симплекс-решетчатый план Шеффе. Этот метод позволяет снизить вероятность возникновения случайных ошибок и является эффективным способом выявления областей экстремума функциональной зависимости. Шеффе ввел каноническую форму полинома степени n .

$$\hat{y} = \sum_{1 \leq i \leq q} \beta_i \cdot x_i + \sum_{m=2}^n \left\{ \sum_{1 \leq i \leq q} \beta_{ij}^{(m)} x_i x_j (x_i - x_j)^{m-2} \right\} + \sum_{m=3}^n \left\{ \sum_{1 \leq i_1 \leq i_2 \leq \dots \leq i_m \leq q} \beta_s x_{i_1}^{s_1} x_{i_2}^{s_2} \dots x_{i_m}^{s_m} \right\}, \quad (1)$$

где $s = x_{i_1}^{s_1} x_{i_2}^{s_2} \dots x_{i_m}^{s_m}$, $s_1 + s_2 + \dots + s_m = n$.

В приведенном полиноме (1) оценку коэффициентов можно реализовать при помощи планов с равномерным разбросом экспериментальных точек по $(q-1)$ -мерному симплексу, где точки планов – это узлы $\{q, n\}$ -симплексных решеток. В $\{q, n\}$ -решетке для каждого фактора используется $(n+1)$ равнорасположенных узлов в интервале от 0 до 1 и используются все их комбинации (рисунок 2). И так как число таких комбинаций C_{q+n-1}^n равно числу оцениваемых коэффициентов полинома (1) в n -степени, то набор точек

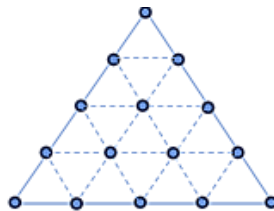
$$x_{1u}, x_{2u}, \dots, x_{qu}, \quad u = 1, 2, \dots, N = C_{q+n-1}^n,$$

где $(x_{iu} = 0, 1/n, 2/n, \dots, 1)$;

$$\sum_{1 \leq i \leq q} x_{iu} = 1,$$

образует насыщенный симплекс-решетчатый план $\{q, n\}$.

Рисунок 2 – $\{q, n\}$ -решетка четвертой степени



Рассмотрим расчетные формулы коэффициентов приведенного полинома четвертой степени для трехкомпонентной смеси.

$$\begin{aligned} \hat{y} = & \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{13} x_1 x_3 + \beta_{23} x_2 x_3 + \\ & + \gamma_{12} x_1 x_2 (x_1 - x_2) + \gamma_{13} x_1 x_3 (x_1 - x_3) + \gamma_{23} x_2 x_3 (x_2 - x_3) + \\ & + \delta_{12} x_1 x_2 (x_1 - x_2)^2 + \delta_{13} x_1 x_3 (x_1 - x_3)^2 + \delta_{23} x_2 x_3 (x_2 - x_3)^2 + \\ & + \beta_{1123} x_1^2 x_2 x_3 + \beta_{1223} x_1 x_2^2 x_3 + \beta_{1233} x_1 x_2 x_3^2, \end{aligned} \quad (2)$$

где коэффициенты можно рассчитать по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= y_1; \beta_2 = y_2; \beta_3 = y_3; \beta_{12} = 4y_{12} - 2y_1 - 2y_2; \\ \beta_{13} &= 4y_{13} - 2y_1 - 2y_3; \beta_{23} = 4y_{23} - 2y_2 - 2y_3; \\ \gamma_{12} &= \frac{8}{3}(-y_1 + 2y_{1112} - 2y_{1222} + y_2); \\ \gamma_{13} &= \frac{8}{3}(-y_1 + 2y_{1113} - 2y_{1333} + y_3); \\ \gamma_{23} &= \frac{8}{3}(-y_2 + 2y_{2223} - 2y_{2333} + y_3); \\ \delta_{12} &= \frac{8}{3}(-y_1 + 4y_{1112} - 6y_{12} + 4y_{1222} - y_2); \\ \delta_{13} &= \frac{8}{3}(-y_1 + 4y_{1113} - 6y_{13} + 4y_{1333} - y_3); \\ \delta_{23} &= \frac{8}{3}(-y_2 + 4y_{2223} - 6y_{23} + 4y_{2333} - y_3); \\ \beta_{1123} &= 32(3y_{1123} - y_{1223} - y_{1233}) + \frac{8}{3}(6y_1 - y_2 - y_3) - 16(y_{12} + y_{13} - \\ & - \frac{16}{3}(5y_{1112} - 5y_{1113} - 3y_{1222} - 3y_{1333} - y_{2223} - y_{2333})); \\ \beta_{1223} &= 32(3y_{1223} - y_{1123} - y_{1233}) + \frac{8}{3}(6y_2 - y_1 - y_3) - 16(y_{12} + y_{23}) - \\ & - \frac{16}{3}(5y_{1222} - 5y_{2223} - 3y_{1112} - 3y_{2333} - y_{1113} - y_{1333}); \\ \beta_{1233} &= 32(3y_{1233} - y_{1123} - y_{1223}) + \frac{8}{3}(6y_3 - y_1 - y_2) - 16(y_{13} + y_{23}) - \\ & - \frac{16}{3}(5y_{1333} - 5y_{2333} - 3y_{1113} - 3y_{2223} - y_{1112} - y_{1222}) [3]. \end{aligned}$$

Используя координаты точек симплексной решетки, можно составить матрицу планирования эксперимента. Вид матрицы планирования представлен в таблице 1.

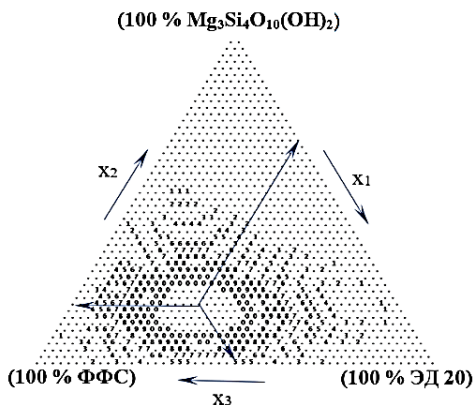
Таблица 1 – Матрица планирования

№ п/п	Варьируемый фактор			Функция отклика
	x_1	x_2	x_3	
1	1	0	0	y_1
2	0	1	0	y_2
3	0	0	1	y_3
4	1/2	1/2	0	y_{1122}
5	0	1/2	1/2	y_{2233}
6	1/2	0	1/2	y_{1133}
7	1/4	3/4	0	y_{1222}
8	0	1/4	3/4	y_{2333}
9	0	3/4	1/4	y_{2223}
10	3/4	1/4	0	y_{1112}
11	3/4	0	1/4	y_{1113}
12	1/4	0	3/4	y_{1333}
13	1/4	1/4	1/2	y_{1233}
14	1/4	1/2	1/4	y_{1223}
15	1/2	1/4	1/4	y_{1123}

Метод оптимизации состава использовали для создания трехкомпонентного композиционного материала на основе функционализированной эпоксидной смолы (ЭС) марки ЭД-20 (ГОСТ 10587). Функционализирующий элемент – фенолформальдегидная смола (ФФС) (ГОСТ 5962). В качестве дисперсного наполнителя использован тетрасиликат магния. Сформированные гомогенизированные составы в различных сочетаниях компонентов наносились на металлические подложки для склеивания без введения отвердителя. При термообработке в климатической камере с постепенным увеличением температуры от 22 до 70 °С в течение 4 ч и последующей выдержке образцов в течение 12 ч в композиционном материале протекали процессы полимеризации. Испытание образцов на прочность проводили на разрывной машине WDW-100E.

Используя программный метод расчета и полученные данные, можно провести оптимизацию и тем самым свести количество экспериментов к минимуму. Результатом такого расчета является треугольная диаграмма с определенным количеством изолиний (рисунок 3), позволяющая определить зону максимума, которой соответствует оптимальный состав композиционного материала.

Рисунок 3 – Зависимость прочности материала от состава



Выводы. Анализируя полученную треугольную диаграмму, можно сделать вывод о том, что наилучшими прочностными свойствами обладает состав, содержащий 50 % ЭД 20, 20 % ФФС и 30 % тетрасиликата магния.

Работа выполнена при поддержке ГПНИ «Материаловедение, новые материалы и технологии», задание 4.1.16 «Разработка функциональных композиционных материалов технического назначения для защиты металлических поверхностей и оборудования» (2021–2025 гг.).

Список литературы

- 1 Селяев, В. П. Статистические методы планирования и анализа эксперимента в строительстве / В. П. Селяев. – Саранск : МГУ им. Н. П. Огарева, 2004. – 140 с.
- 2 Зедгинидзе, И. Г. Планирование эксперимента для исследования многокомпонентных систем / И. Г. Зедгинидзе. – М. : Наука, 1976. – 390 с.
- 3 Ахназарова, С. Л. Методы оптимизации эксперимента в химической технологии / С. Л. Ахназарова, В. В. Кафаров. – М. : Высш. шк., 1985. – 327 с.

УДК 551.4(476.13)

ТЕХНОЛОГИИ В СИСТЕМАХ ВОДОСНАБЖЕНИЯ

П. Г. КУРЛОВИЧ

Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Водоснабжение позволяет обеспечить улучшение качества жизни людей, благоустроить населенные пункты и стимулировать промышленный рост. Поэтому в настоящее время обеспечение качественного водоснабжения является актуальной задачей в любом современном государстве.

Система водоснабжения представляет совокупность организационных и технических действий, направленных на обеспечение населения водой.