

Безопасный и комфортный город. VII МНПК. 2024. С. 513 - 524.
Safe and comfortable city. VII ISPC. 2024. P. 513 - 524.

Научная статья
УДК 539.3

ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ РАЗРУШЕНИИ СИСТЕМЫ «БАЛКА-ОСНОВАНИЕ»

**Алексей Алексеевич Поддубный¹✉, Владимир Александрович Гордон²,
Галина Александровна Семенова³**

¹Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель, Беларусь

^{2, 3}Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева, г. Орёл, Россия

¹bsut@bsut.by✉

²gordon@ostu.ru

³greece-g2011@yandex.ru

Аннотация. Рассматривается статически нагруженная система «балка - основание Пастернака» с жёстко защемлёнными концами. В одной из опор связь, препятствующая повороту сечения, внезапно обрывается, и статическое состояние балки преобразуется в изгибные колебания, что в свою очередь приводит к росту внутренних усилий и деформаций до величин, превышающих допустимые значения. Из-за этого возникает сквозная трещина у другой опоры. В результате снова изменяются конструктивная и расчетная схемы системы «балка-основание», изменяются частоты и формы собственных и вынужденных колебаний.

Ключевые слова: математическая модель, балка, основание Пастернака, локальные повреждения, колебания, прогрессирующее разрушение.

Original article

DISPERSION COMPOSITION OF DUST BEFORE RAW MATERIALS ARE UNLOADED INTO A RECEIVING HOPPER AT A FEED PLANT

Alexey A. Poddubny¹✉, Vladimir A. Gordon², Galina A. Semenova³

¹ Belarusian State University transport, Gomel, Belarus

^{2, 3}Orel State University, Orel, Russia

¹bsut@bsut.by

²gordon@ostu.ru✉

³greece-g2011@yandex.ru

Abstract. A statically loaded system “beam – Pasternak foundation” with rigidly clamped ends is considered. In one of the supports, the connection that prevents the section from rotating suddenly breaks, and the static state of the beam is transformed into bending vibrations, which in turn leads to growth of internal forces and deformations to values exceeding permissible values. Because of this, a through crack appears at the other support. As a result, the design and design schemes of the “beam-foundation” system change again, and the frequencies and shapes of natural and forced vibrations change.

Keywords: mathematical model, beam, Pasternak foundation, local damage, vibrations, progressive destruction.

Введение. Одной из важных задач строительной механики является разработка способов предотвращения прогрессирующего (лавинообразного) разрушения несущих конструкций, когда быстрые изменения конструктивной и расчётной схем в результате локального повреждения вызывают дополнительные (запроектные) воздействия на сохранившуюся конструкцию и тем самым способствуют дальнейшим повреждениям вплоть до полного разрушения или прекращения штатного функционирования [1, 2].

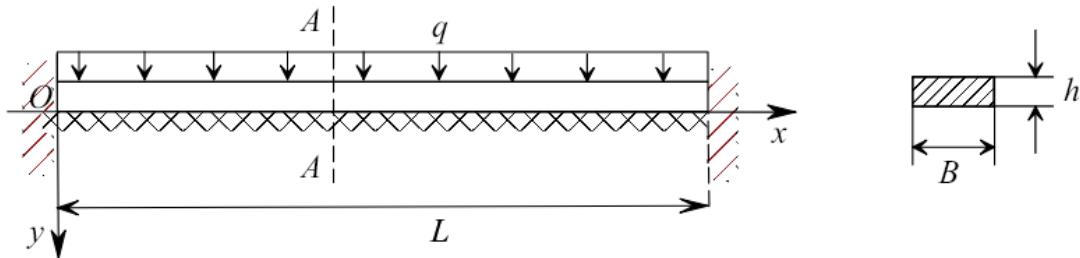


Рисунок 1 – Расчётная схема статического состояния системы «балка-основание»

В настоящей работе рассматривается математическая модель преобразований напряженно-деформированного состояния конструктивно-нелинейной системы «балка – двухпараметрическое основание Пастернака», обусловленных последовательностью локальных повреждений элементов системы. Предполагается, что по каким-то причинам заделка правого конца внезапно превращается в шарнир, что нарушает статическое равновесное состояние балки, нагруженной равномерно распределённой нагрузкой заданной интенсивности (рисунок 1). Возникают изгибные колебания, приводящие к образованию сквозной трещины в сечении, близком к левой опоре, что, в свою очередь, изменяет характер изгибных колебаний. В результате последовательности указанных локальных повреждений система принимает недопустимое с точки зрения прочности или эксплуатационных возможностей состояние.

Основной текст

1. Статический изгиб защемлённой по концам балки на упругом основании Пастернака

Статический изгиб балки на упругом двухпараметрическом основании Пастернака под действием равномерно распределённой нагрузки интенсивности q (рисунок 1) описывается уравнением [1]

$$EI \frac{d^4y}{dx^4} + K_1 y - K_2 \frac{d^2y}{dx^2} = q(x) \quad (1)$$

В безразмерных переменных и параметрах

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad w = \frac{y}{L}, \quad \alpha = \sqrt[4]{\frac{K_1 L^4}{4EI}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{K_2 L^2}{4EI}}, \quad \bar{q} = \frac{qL^3}{EI},$$

где x – осевая координата,

$y = y(x)$ – прогиб,

EI – изгибная жёсткость балки,

$K_1 = \bar{K}_1 B \left[\frac{H}{M^2} \right]$, $K_2 = \bar{K}_2 B [H]$ – соответственно изгибная и сдвиговая жёсткость основания,
уравнение (1) приобретает вид

$$w^{IV} - 4\beta^2 w'' + 4\alpha^4 w = \bar{q}. \quad (2)$$

Если обобщённые жёсткости системы «балка-основание» α и β удовлетворяют условию $\alpha > \beta$ [4, 5], то решение уравнения (2) имеет вид

$$w = w_0 F_4(\xi) + w'_0 F_3(\xi) + w''_0 F_2(\xi) + w'''_0 F_1(\xi) + F_5(\xi), \quad (3)$$

где коэффициенты уравнения – компоненты вектора начальных параметров $\bar{w}_0 = \{w_0 \quad w'_0 \quad w''_0 \quad w'''_0\}^T$;

$$F_1(\xi) = \frac{1}{2(a^2+b^2)} \left(\frac{\operatorname{ch} a\xi \sin b\xi}{b} - \frac{\operatorname{sh} a\xi \cos b\xi}{a} \right); \quad F_2(\xi) = \frac{1}{2ab} \operatorname{sh} a\xi \sin b\xi;$$

$$F_3(\xi) = \frac{1}{2(a^2+b^2)} \left(\frac{3a^2-b^2}{a} \operatorname{sh} a\xi \cos b\xi - \frac{a^2-3b^2}{b} \operatorname{ch} a\xi \sin b\xi \right);$$

$$F_4(\xi) = \operatorname{ch} a\xi \cos b\xi - \frac{a^2-b^2}{2ab} \operatorname{sh} a\xi \sin b\xi;$$

$$F_5(\xi) = \frac{\bar{q}}{4\alpha^4} (1 - F_4(\xi)); \quad a = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}, \quad b = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}.$$

Удовлетворяя граничным условиям

$$w_0 = w'_0 = 0; \quad w(1) = w'(1) = 0, \quad (4)$$

получаем систему уравнений для определения неизвестных начальных параметров w''_0 и w'''_0

$$F_2(1) w''_0 + F_1(1) w'''_0 = -F_5(1)$$

$$F_6(1) w''_0 + F_2(1) w'''_0 = -F_1(1)$$

и функции статических безразмерных прогибов и изгибающих моментов

$$w_{ct}(\xi) = F_2(\xi) w''_0 + F_1(\xi) w'''_0 + F_5(\xi), \quad (5)$$

$$M_{ct}(\xi) = w''_{ct} = F_7(\xi) w''_0 + F_6(\xi) w'''_0 + F_2(\xi), \quad (6)$$

где $F_6(\xi) = \frac{1}{2} \left(\frac{\operatorname{ch} a\xi \sin b\xi}{b} + \frac{\operatorname{sh} a\xi \cos b\xi}{a} \right);$

$$F_7(\xi) = \operatorname{ch} a\xi \cos b\xi + \frac{a^2 - b^2}{2ab} \operatorname{sh} a\xi \sin b\xi.$$

На рисунке 2 приведены эпюры статических прогибов (5) и изгибающих моментов (6) при нагрузке $\bar{q} = 1$ и значениях обобщённых параметров жёсткости системы «балка-основание» $\alpha = 3,6; \beta = 1,5$.

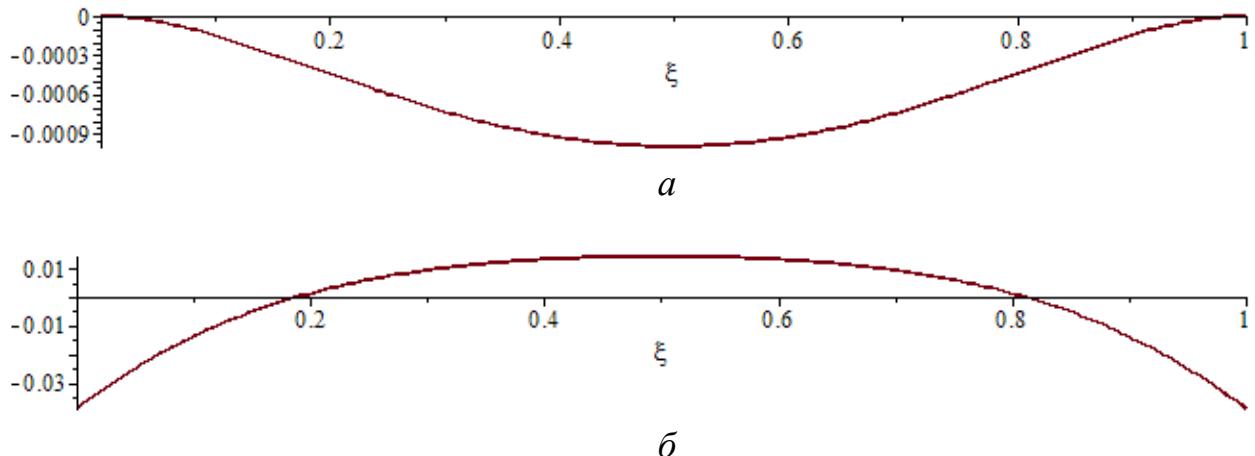


Рисунок 2 – Статические прогиб (а) и изгибающий момент (б)

2. Динамический переходный процесс, вызванный внезапным изменением условий закрепления балки

В некоторый момент времени связь в правой ($\xi = 1$) опоре, ограничивающая поворот сечения, внезапно обрывается, например, в результате усталостных процессов, превращая жёсткое защемление в шарнир (рисунок 3).

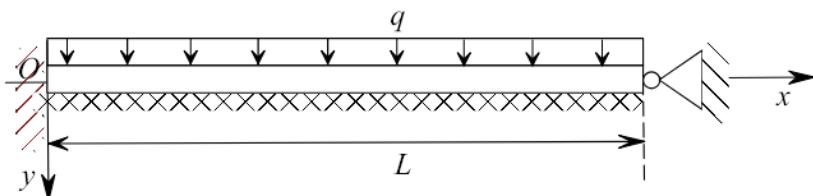


Рисунок 3 – Расчётная схема системы после повреждения правой опоры

Статическое равновесие в результате повреждения нарушается и балка приходит в движение. Поперечные перемещения $v_{\text{дин}} = v(\xi, \tau)$ сечений балки с новыми граничными условиями

$$v_{\text{дин}}(0, \tau) = v'_{\text{дин}}(0, \tau) = 0; \quad v_{\text{дин}}(1, \tau) = v''_{\text{дин}}(1, \tau) = 0 \quad (7)$$

определяются решением уравнений вынужденных колебаний [1]

$$\frac{\partial^4 v_{\text{дин}}}{\partial \xi^4} - 4\beta^2 \frac{\partial^2 v_{\text{дин}}}{\partial \xi^2} + 4\alpha^4 \left(v_{\text{дин}} + \frac{\partial^2 v_{\text{дин}}}{\partial \tau^2} \right) = \bar{q}. \quad (8)$$

Начальными условиями динамического процесса служат результаты предыдущего раздела

$$v_{\text{дин}}(\xi, 0) = w_{\text{ст}}(\xi); \quad v''_{\text{дин}}(\xi, 0) = M_{\text{ст}}(\xi); \quad \left. \frac{\partial v_{\text{дин}}}{\partial \tau} \right|_{\xi, 0} = 0; \quad \left. \frac{\partial v''_{\text{дин}}}{\partial \tau} \right|_{\xi, 0} = 0 \quad (9)$$

2.1 Собственные частоты и формы колебаний балки с защемлённым концом $\xi = 0$ и шарниром в конце $\xi = 1$

Полагая колебания балки гармоническими и разделяя переменные в однородном варианте уравнения (8) представлением

$$v(\xi, \tau) = W(\xi) \sin \bar{\omega} \tau, \quad (10)$$

где $\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_{01}}$ – безразмерная искомая частота;

$\omega_{01} = \sqrt{\frac{K_1}{\rho A}}$ – условная частота – параметр с размерностью частоты, имеющий определённый физический смысл, например, частота такой же балки, но свободной (без основания),

получим уравнение для форм собственных колебаний [6]

$$W^{IV} - 4\bar{\omega}_{02}^2 W'' - (\tilde{\omega}^2 - \bar{\omega}_{01}^2) = 0, \quad (11)$$

где $\tilde{\omega} = \frac{\omega}{\omega_3}$ – безразмерная искомая частота колебаний,

$\bar{\omega}_{01} = \frac{\omega_{01}}{\omega_3}$ – безразмерная условная частота,

$\omega_3 = \frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$ – эталонная частота, $\bar{\omega}_{02} = \beta$.

Структура уравнения (11) подразумевает три возможных варианта решения в зависимости от соотношения частот $\tilde{\omega}$ и $\bar{\omega}_{01}$. В работе [6] показано, что для балки полностью опёртой на основание Пастернака при условии $\alpha > \beta$, возможен единственный вариант соотношения искомой чистоты $\tilde{\omega}$ и условной частоты $\bar{\omega}_{01} = 2\alpha^2 = \sqrt{\frac{K_1}{\rho A}}$, а именно, $\tilde{\omega} > \bar{\omega}_{01}$.

На базе общего решения уравнения (11), полученного в работе [4], построено матричное уравнение, характеризующее состояние произвольного сечения ξ балки

$$\bar{W}(\xi) = V_1(\xi) \bar{W}_0, \quad (12)$$

где $\bar{W}(\xi) = \{W_i(\xi) \quad W'_i(\xi) \quad W''_i(\xi) \quad W'''_i(\xi)\}^T$ – вектор состояния произвольного сечения ξ балки;

$\bar{W}_0 = \{W_0 \quad W'_0 \quad W''_0 \quad W'''_0\}^T$ – вектор начальных параметров;

$$V_1(\xi) = \begin{pmatrix} B_4(\xi) & B_3(\xi) & B_2(\xi) & B_1(\xi) \\ (rp)^2 B_1(\xi) & B_4(\xi) & B_5(\xi) & B_2(\xi) \\ (rp)^2 B_2(\xi) & (rp)^2 B_1(\xi) & B_6(\xi) & B_5(\xi) \\ (rp)^2 B_5(\xi) & (rp)^2 B_2(\xi) & B_7(\xi) & B_6(\xi) \end{pmatrix} \quad \text{– функциональная}$$

матрица влияния начальных параметров на состояние сечения ξ балки;

$$B_1(\xi) = \frac{r \operatorname{sh} p\xi - p \sin r\xi}{rp(r^2 + p^2)}, \quad B_2(\xi) = \frac{\operatorname{ch} p\xi - \cos r\xi}{r^2 + p^2}, \quad B_3(\xi) = \frac{r^3 \operatorname{sh} p\xi + p^3 \sin r\xi}{rp(r^2 + p^2)},$$

$$B_4(\xi) = \frac{r^2 \operatorname{ch} p\xi + p^2 \cos r\xi}{r^2 + p^2}, \quad B_5(\xi) = \frac{p \operatorname{sh} p\xi + r \sin r\xi}{r^2 + p^2}, \quad B_6(\xi) = \frac{p^2 \operatorname{ch} p\xi + r^2 \cos r\xi}{r^2 + p^2},$$

$$B_7(\xi) = \frac{p^3 \operatorname{sh} p\xi - r^3 \sin r\xi}{r^2 + p^2},$$

$$p = \sqrt{2(\sqrt{\beta^4 + \gamma^4} + \beta^2)}; \quad r = \sqrt{2(\sqrt{\beta^4 + \gamma^4} - \beta^2)}; \quad \gamma = \sqrt[4]{\frac{\tilde{\omega}^2 - \bar{\omega}_{01}^2}{4}}.$$

Из матричного уравнения (12), удовлетворяя граничным условиям

$$W_0 = W'_0 = 0; \quad W(1) = W''(1) = 0, \quad (13)$$

получаем частотное уравнение

$$B_2(1)B_5(1) - B_1(1)B_2(1) = 0, \quad (14)$$

формы собственных колебаний

$$W(\xi) = B_2(\xi) - \frac{B_2(1)}{B_1(1)} B_1(\xi) \quad (15)$$

и изгибающих моментов

$$M(\xi) = W''(\xi) = B_6(\xi) - \frac{B_2(1)}{B_1(1)} B_5(\xi), \quad (16)$$

Для принятых ранее значений $\alpha = 3,6$ и $\beta = 1,5$ из уравнения (14) определены три первые собственные частоты

$$\omega_1 = 31,85, \quad \omega_2 = 59,57, \quad \omega_3 = 111,25.$$

На рисунке 4 приведены соответствующие этим частотам формы собственных колебаний и изгибающих моментов.

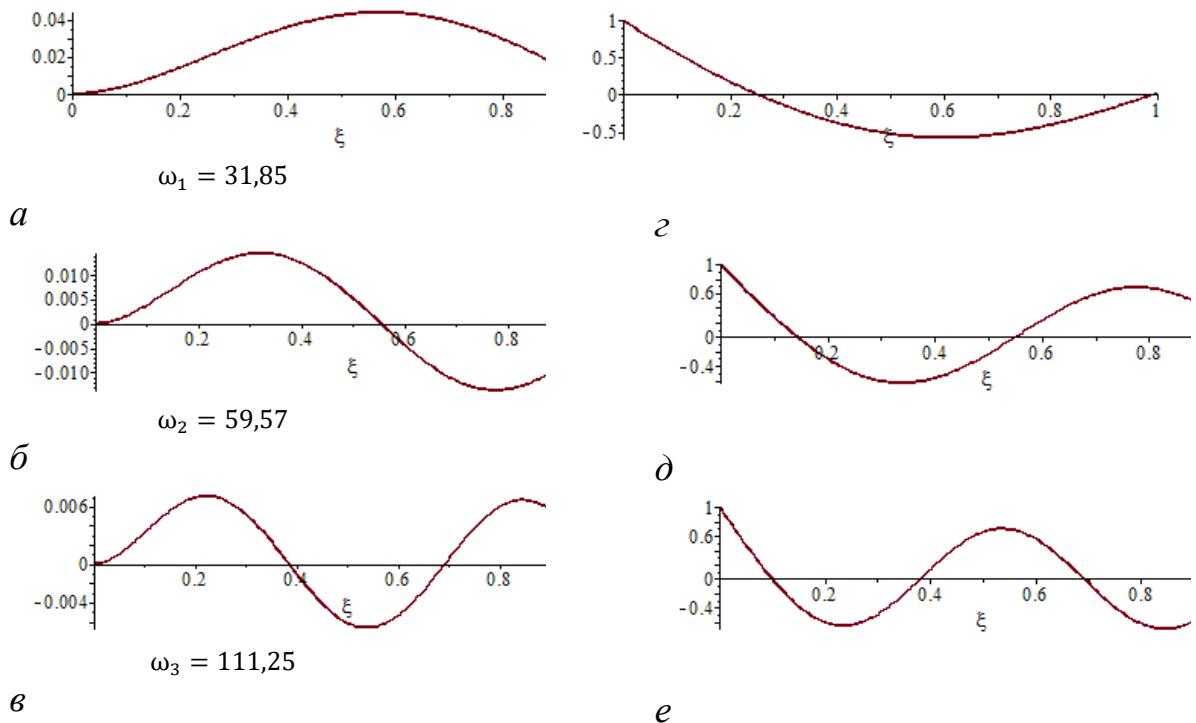


Рисунок 4 – Формы собственных колебаний (а – 1ая форма, б – 2ая форма, в – 3я форма) балки и изгибающие моменты, соответствующие формам колебаний (г – 1ая форма, д – 2ая форма, е – 3я форма) после первого повреждения

2.2 Вынужденные колебания балки с защемлённым концом $\xi = 0$ и шарниром в конце $\xi = 1$

Динамический прогиб и изгибающий момент исследуются в данном разделе путём разложения внешней нагрузки и начальных статических прогиба и момента в ряды по формам собственных колебаний и моментов повреждённой балки. Алгоритм расчёта вынужденных колебаний аналогичен используемому в работе [7].

На рисунке 5 приводятся графики эпюров прогибов и изгибающих моментов для моментов времени $\tau = 0, 146, 292, 438, 584$.

Таким образом, внезапное повреждение правой опоры балки привело балку в движение, вызвало перераспределение внутренних усилий и деформаций, в частности, увеличение изгибающего момента в левой заделке.

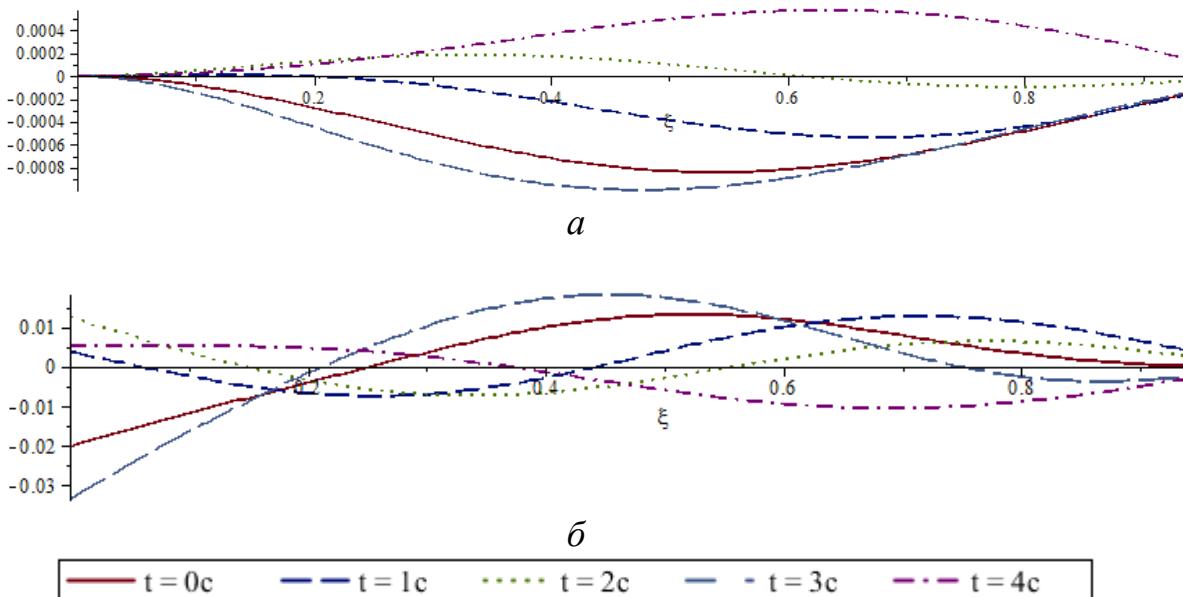


Рисунок 5 – Эпюры прогибов (а) и изгибающие моменты (б) в различные моменты времени после первого повреждения балки

В связи с этим фактом, предположим, что нештатное превышение напряжения вызвало образование сквозной трещины в заделке. То есть в очередной раз внезапно изменилась расчётная схема системы «балка-основание»: крепление правого конца $\xi = 1$ сохранилось прежним, а левый конец балки $\xi = 0$ стал частично свободным, появилась возможность вертикального движения сечения $\xi = 0$ при отсутствии поперечной силы $w'''_{\text{дин}}(0, \tau) = 0$ и наличии изгибающего момента $w''_{\text{дин}}(0, \tau)$ в этом сечении из-за невозможности поворота сечения (рисунок 6).

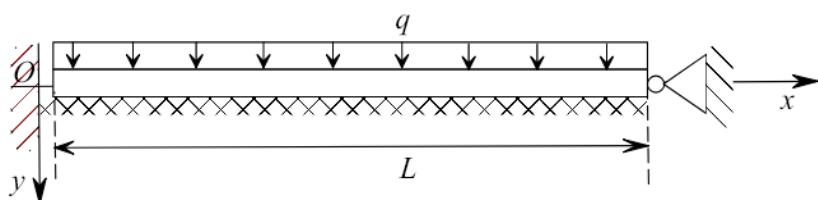


Рисунок 6 – Расчётная схема системы «балка-основание» после образования трещины

В отличии от первого изменения расчётной схемы, когда статическое состояния преобразуется в динамическое, второе внезапное преобразование расчётной схемы системы «балка-основание» означает изменение в момент τ^* режима колебаний. С этого момента колебания пойдут по новым формам с новыми частотами.

3. Динамический процесс, вызванный внезапным образованием трещины в заделке

3.1 Собственные изгибные колебания балки с частично свободным концом $\xi = 0$ и шарниром в конце $\xi = 1$

Используя то же матричное уравнение (12), удовлетворяя граничным условиям

$$W'_0 = W'''_0 = 0; \quad W(1) = W''(1) = 0, \quad (17)$$

получаем частотное уравнение

$$B_4(1)B_6(1) - (rp)^2 B_2^2(1) = 0, \quad (18)$$

три первых собственные частоты

$$\Omega_1 = 26,46, \quad \Omega_2 = 36,98, \quad \Omega_3 = 70,92$$

и формы собственных колебаний и изгибающих моментов

$$V(\xi) = B_4(\xi) - \frac{B_4(1)}{B_2(1)} B_2(\xi) \quad (19)$$

$$M(\xi) = V''(\xi) = (rp)^2 B_2(\xi) - \frac{B_4(1)}{B_2(1)} B_6(\xi) \quad (20)$$

На рисунке 7 показаны первые три формы собственных колебаний и изгибающих моментов.

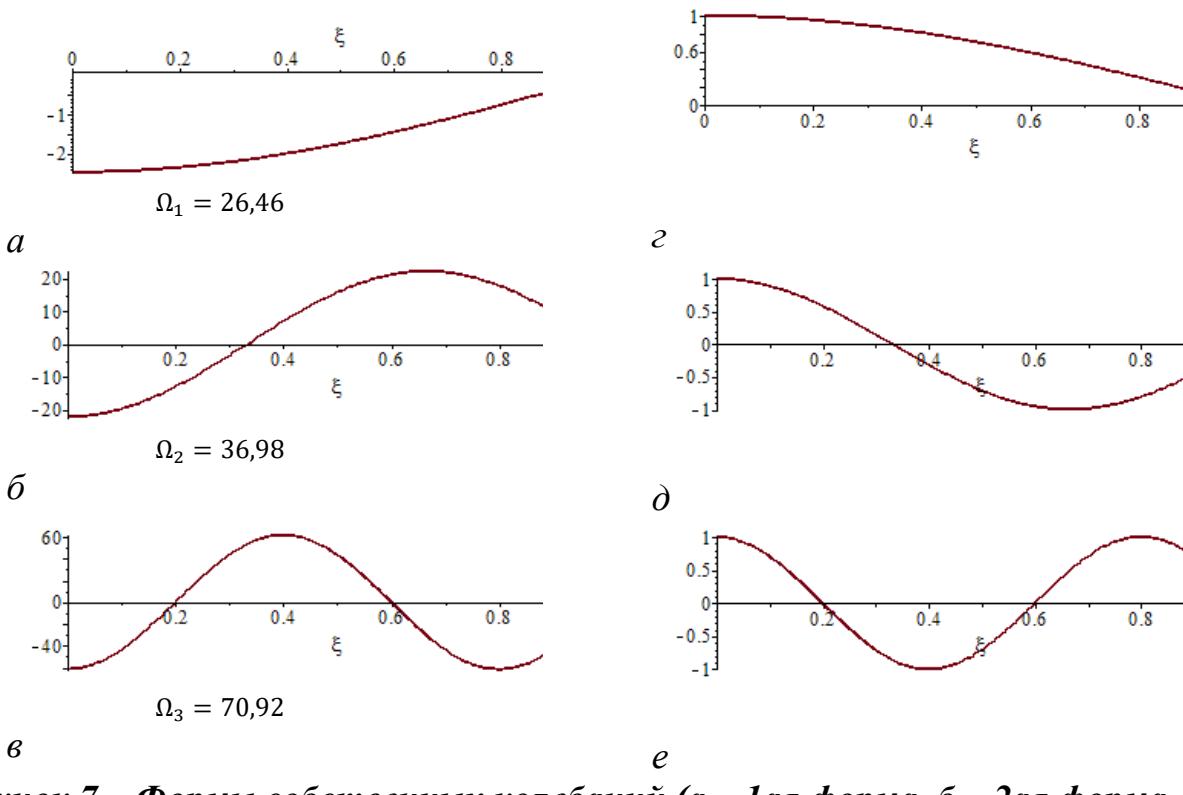


Рисунок 7 – Формы собственных колебаний (а – 1ая форма, б – 2ая форма, в – 3я форма) балки и изгибающие моменты, соответствующие формам колебаний (г – 1ая форма, д – 2ая форма, е – 3я форма) после второго повреждения

3.2 Вынужденные колебания балки после внезапного повреждения балки в сечении $\xi = 0$ (заделка)

Прогиб $V_{\text{дин}}(\xi, T)$ в новом динамическом процессе представим разложением в ряд по формам собственных колебаний $V_n(\xi)$ дважды повреждённой балки (19)

$$V_{\text{дин}}(\xi, T) = \sum_{n=1}^3 (E_{1n} \cos \Omega_n T + E_{2n} \sin \Omega_n T) V_n(\xi) \quad (21)$$

Время длительности τ нового динамического процесса отсчитывается от времени τ^* – момента образования трещины, тогда $T = \tau^* + \tau$.

До момента времени τ^* прогибы определялись функцией $W_{\text{дин}}(\xi, \tau)$ ($\tau < \tau^*$).

Коэффициенты ряда (21) получаем, удовлетворяя начальным условиям нового процесса

$$\begin{aligned} V_{\text{дин}}(\xi, 0) &= \sum_{n=1}^3 (E_{1n} \cos \Omega_n \tau^* + E_{2n} \sin \Omega_n \tau^*) V_n(\xi) = W_{\text{дин}}(\xi, \tau^*), \\ \dot{V}_{\text{дин}}(\xi, 0) &= \sum_{n=1}^3 \Omega_n (-E_{1n} \sin \Omega_n \tau^* + E_{2n} \cos \Omega_n \tau^*) V_n(\xi) = \dot{W}_{\text{дин}}(\xi, \tau^*). \end{aligned}$$

Умножая обе части уравнений на $V_n(\xi)$ и интегрируя по ξ от 0 до 1, получаем систему уравнений для определения коэффициентов разложения (21) E_{1n} и E_{2n}

$$\begin{aligned} E_{1n} \cos \Omega_n \tau^* + E_{2n} \sin \Omega_n \tau^* &= \frac{\int_0^1 W_{\text{дин}}(\xi, \tau^*) V_n(\xi) d\xi}{\int_0^1 V_n^2(\xi) d\xi}, \\ -E_{1n} \sin \Omega_n \tau^* + E_{2n} \cos \Omega_n \tau^* &= \frac{\int_0^1 \dot{W}_{\text{дин}}(\xi, \tau^*) V_n(\xi) d\xi}{\int_0^1 V_n^2(\xi) d\xi}. \end{aligned}$$

Ниже представлены формы вынужденных колебаний и изгибающих моментов (рисунок 8) и развертка движения концевого сечения $\xi=0$ (рисунок 9) после трещинообразования.

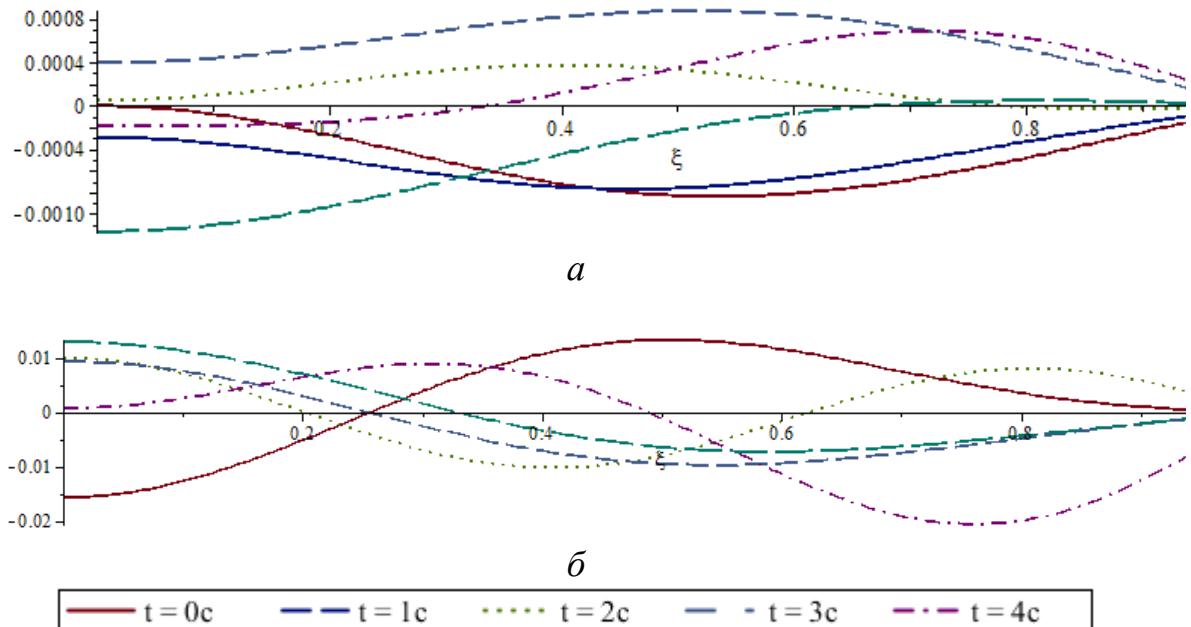
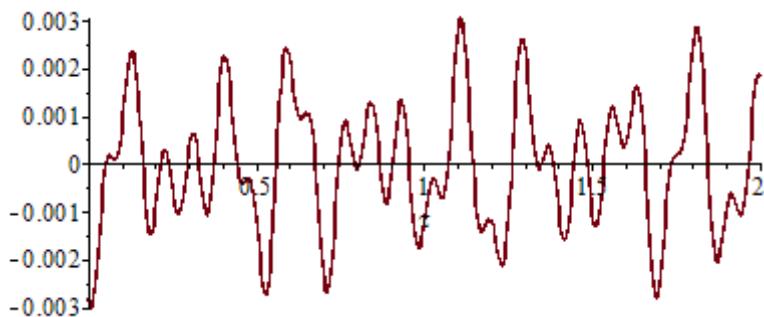


Рисунок 8 – Эпюры прогибов (а) и изгибающие моменты (б) в различные моменты времени после второго повреждения балки



**Рисунок 9 – Развёртка движений левого концевого сечения
после двух повреждений**

Заключение. Построена математическая модель последовательности нескольких возможных состояний конструктивно-нелинейной системы «балка-основание Пастернака». Смена конструктивных и расчетных схем и состояний системы наступает в результате определённой последовательности локальных повреждений опорных устройств и трещинообразования. Для конкретных значений обобщённых жесткостных характеристик системы выполнены численные расчёты статических и динамических параметров процесса, позволяющие оценивать изменения деформаций и внутренних силовых факторов на всех стадиях рассматриваемого процесса. Результаты работы расширяют диапазон подходов к решению проблем конструкционной безопасности и живучести несущих конструкций и могут быть использованы в проектной практике.

Список источников

1. Айдемиров, К.Р. Состояние проблемы прогрессирующего разрушения зданий и сооружений, классификация задач и подходы к их решению / К.Р. Айдемиров // Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. – 2010. – №3(18). – С.117-129.
2. Меркулов, С.И. Проектирование с учётом возможного прогрессирующего разрушения – обеспечение конструктивной безопасности в условиях аварийной ситуации / С.И. Меркулов, Н.В. Полякова // AUDITORIUM. Электронный научный журнал Курского государственного университета. – 2016. – № 4(12).
3. Поддубный, А.А. Динамический отклик системы «балка – двухпараметрическое основание» на внезапное трещинообразование / А.А. Поддубный, В.А. Гордон, Г.А. Семёнова // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2024. – №1. – С. 17-28.
4. Fwa, T.F. Use of Pasternak foundation model in concrete pavement analysis / J.of Transportation engineering. – 1996. – Vol.122. – № 4. – P. 323-328.
5. Teodoru, I.B. Beam element on linear variable two-parameter elastic foundation / I.B. Teodoru, V. Musat // Buletinul Institutului Politehnic din Iasi. – 2008. – T. Liv. – P. 69-78.

6. Поддубный, А.А. Собственные поперечные колебания балки на упругом основании Пастернака / А.А. Поддубный, В.А. Гордон // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологий, 2023. – №3(359). – С.14-32.

7. Гордон, В.А. Реакция системы «балка-упругое основание» на внезапное изменение граничных условий / В.А. Гордон, В.И. Колчунов, В.А. Трифонов // Строительство и реконструкция. – 2018. – №1. – С.8-21.

References

1. Ajdemirov, K.R. Sostoyanie problemy` progressiruyushhego razrusheniya zdanij i sooruzhenij, klassifikaciya zadach i podxody` k ix resheniyu / K.R. Ajdemirov // Vestnik Dagestanskogo gosudarstvennogo texnicheskogo universiteta. Texnicheskie nauki. – 2010. – №3(18). – S.117-129. (In Russ.)

2. Merkulov, S.I. Proektirovanie s uchyotom vozmozhnogo progressiruyushhego razrusheniya – obespechenie konstruktivnoj bezopasnosti v usloviyah avarijnoj situacii / C.I. Merkulov, N.V. Polyakova // AUDITORIUM. E`lektronny`j nauchny`j zhurnal Kurskogo gosudarstvennogo universiteta. – 2016. – № 4(12). (In Russ.)

3. Poddubny`j, A.A. Dinamicheskij otklik sistemy` «balka – dvuxparametricheskoe osnovanie» na vnezapnoe treshhinoobrazovanie / A.A. Poddubny`j, V.A. Gordon, G.A. Semyonova // Fundamental`ny`e i prikladny`e problemy` texniki i texnologii. – 2024. – №1. – S. 17-28. (In Russ.)

4. Fwa, T.F. Use of Pasternak foundation model in concrete pavement analysis / J.of Transportation engineering. – 1996. – Vol.122. – № 4. – P. 323-328.

5. Teodoru, I.B. Beam element on linear variable two-parameter elastic foundation / I.B. Teodoru, V. Musat // Buletinul Institutului Politehnic din Iasi. – 2008. – T. Liv. – P. 69-78.

6. Poddubny`j, A.A. Sobstvenny`e poperechnyy`e kolebaniya balki na uprugom osnovanii Pasternaka / A.A. Poddubny`j, V.A. Gordon // Fundamental`ny`e i prikladny`e problemy` texniki i texnologii, 2023. – №3(359). – S.14-32. (In Russ.)

7. Gordon, V.A. Reakciya sistemy` «balka-uprugoe osnovanie» na vnezapnoe izmenenie granichny`x uslovij / V.A. Gordon, V.I. Kolchunov, V.A. Trifonov // Stroitel`stvo i rekonstrukciya. – 2018. – №1. – S.8-21. (In Russ.)

Информация об авторах

А. А. Поддубный – кандидат физико-математических наук, доцент, начальник факультета, Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель, Беларусь.

В. А. Гордон – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры технической физики и математики, ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева», г. Орёл, Россия.

Г. А. Семенова – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры технической физики и математики, ФГБОУ ВО «Орловский государственный университет имени И.С. Тургенева», г. Орёл, Россия.

Information about the authors

A. A. Poddubny – Ph.D., Associate Professor of the Department of Physical and Mathematical Sciences, head of faculty, Belarusian State University transport, Gomel, Belarus.

V. A. Gordon – Doctor of technical Sciences, Professor of the Department of technical physics and mathematics, Orel State University, Orel, Russia

G. A. Semenova – Ph.D., Associate Professor of the Department of technical physics and mathematics, Orel State University, Orel, Russia

Статья поступила в редакцию 10.05.2024; одобрена после рецензирования 13.05.2024; принята к публикации 15.05.2024.

The article was submitted 10.05.2024; approved after reviewing 13.05.2024; accepted for publication 15.05.2024.