

ДЕФОРМИРОВАНИЕ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН КОЛЬЦЕВОЙ НАГРУЗКОЙ В НЕЙТРОННОМ ПОТОКЕ

Э.И. Старовойтов

Белорусский государственный университет транспорта, Гомель, Беларусь

Необходимость оценки напряженно-деформированного состояния композитных элементов конструкций, работающих в условиях комплексных внешних воздействий, вызвана их широким применением в технике. Возникает необходимость создания математических моделей для описания их деформирования при различных нагрузках, включая радиационно-силовые. Влиянию нейтронного облучения на механические свойства материалов посвящены монографии [1–2]. Общие подходы к построению математических моделей многослойных конструкций при статических и динамических нагрузках изложены в монографиях [3–7]. Колебания неоднородных цилиндрических оболочек рассмотрены в статьях [8–10], трехслойных круговых пластин – в [11]. Деформирование трехслойных стержней и пластин в температурных полях исследовано в работах [13–17], в том числе связанных с упругим основанием.

1. Постановка краевой задачи. В несимметричной по толщине трехслойной круговой пластине тонкие внешние несущие слои, толщиной $h_1 \neq h_2$, подчиняющимися гипотезам Кирхгофа. В жестком достаточно толстом заполнителе ($h_3=2c$) справедлива гипотеза Тимошенко. Постановка задачи и ее решение проводятся в цилиндрической системе координат, которая связывается со срединной плоскостью заполнителя. Предполагается, что в начальный момент времени перпендикулярно внешней поверхности верхнего слоя $z=c+h_1$ пластины воздействует осесимметричная распределенная по кругу силовая нагрузка $q(r)$ и падает *нейтронный поток* плотностью $\varphi_0 = \text{const}$. В силу осесимметричности нагрузки тангенциальные перемещения в слоях отсутствуют: $u_\varphi^{(k)} = 0$ ($k = 1, 2, 3$ – номер слоя), а прогиб пластины $w(r, t)$ не зависит от координаты φ .

При малых деформациях в линейном приближении можно считать, что изменение объема материала в слоях θ_{lk} прямо пропорционально интегральному нейтронному потоку $I_k(z, t)$ [1]:

$$\theta_{lk} = B_k I_k(z, t), \quad I_k(z, t) = \varphi_k(z) t, \quad (1)$$

где φ_k – интенсивность потока, нейтрон/(м²·с), дошедшего за время t к поверхности с координатой z в k -ом слое; B_k – константа материала, получаемая из опыта, величина которой в зависимости от энергии

нейтронов и облучаемого материала может быть порядка 10^{-28} – 10^{-23} м² / нейтрон.

Интенсивность потока нейтронов, доходящих до плоскости, параллельной границе $z = \text{const}$, будет убывать по экспоненте [1].

Для описания связи напряжений с деформациями в слоях пластины используются физические уравнения состояния, учитывающие радиационное изменение объема (1),

$$s_{\alpha}^{(k)} = 2G_k \varepsilon_{\alpha}^{(k)}, \quad s_{rz}^{(3)} = 2G_3 \varepsilon_{rz}^{(3)},$$

$$\sigma^{(k)} = K_k (3\varepsilon^{(k)} - B_k I_k) \quad (k=1, 2, 3; \alpha = r, \varphi). \quad (2)$$

где $s_{\alpha}^{(k)}$, $\varepsilon_{\alpha}^{(k)}$ – девиаторные, $\sigma^{(k)}$, $\varepsilon^{(k)}$ – шаровые части тензоров напряжений и деформаций; G_k , K_k – модули сдвига и объемного деформирования; $s_{rz}^{(3)}$, $\varepsilon_{rz}^{(3)}$ – касательное напряжение и сдвиговая деформация в заполнителе.

Обобщенные внутренние усилия и моменты вводятся соотношениями

$$T_{\alpha} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{\alpha}^{(k)} dz, \quad M_{\alpha} = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_{\alpha}^{(k)} z dz, \quad Q = \int_{-c}^c \sigma_{rz}^{(3)} dz \quad (\alpha = r, \varphi), \quad (3)$$

где $\sigma_{\alpha}^{(k)}$, $\sigma_{rz}^{(k)}$ – компоненты тензора напряжений.

Подставив в (3) выражения напряжений через деформации из (2), получим для внутренних усилий формулы, связывающие их с искомыми функциями $u(r)$, $\psi(r)$, $w(r)$. Обобщенный изгибающий момент будет

$$M_r = \left[K_1^+ h_1 \left(c + \frac{h_1}{2} \right) - K_2^+ h_2 \left(c + \frac{h_2}{2} \right) \right] u_{,r} + \left[K_1^- h_1 \left(c + \frac{h_1}{2} \right) - K_2^- h_2 \left(c + \frac{h_2}{2} \right) \right] \frac{u}{r} +$$

$$+ \left[c K_1^+ h_1 \left(c + \frac{h_1}{2} \right) + c K_2^+ h_2 \left(c + \frac{h_2}{2} \right) + \frac{2}{3} c^3 K_3^+ \right] \psi_{,r} +$$

$$\left[c K_1^- h_1 \left(c + \frac{h_1}{2} \right) + c K_2^- h_2 \left(c + \frac{h_2}{2} \right) + \frac{2}{3} c^3 K_3^- \right] \frac{\psi}{r} -$$

$$- \left[K_1^+ h_1 \left(c^2 + c h_1 + \frac{h_1^2}{3} \right) + K_2^+ h_2 \left(c^2 + c h_2 + \frac{h_2^2}{3} \right) + \frac{2}{3} c^3 K_3^+ \right] w_{,rr} -$$

$$- \left[K_1^- h_1 \left(c^2 + c h_1 + \frac{h_1^2}{3} \right) + K_2^- h_2 \left(c^2 + c h_2 + \frac{h_2^2}{3} \right) + \frac{2}{3} c^3 K_3^- \right] \frac{w_{,r}}{r} - \sum_{k=1}^3 K_k B_k \int_{h_k} I_k z dz. \quad (4)$$

Остальные обобщенные (3) усилия выражаются подобными формулами.

Пусть на рассматриваемую трехслойную пластину действует локальная поверхностная нагрузка $q(r)$, равномерно распределенная внутри кольца относительного радиуса $a \leq r_0 \leq b$:

$$q(r) = q_0 (H_0(b-r) - H_0(a-r)) \quad (q_0 = \text{const}),$$

где $H_0(r)$ – функция Хэвисайда.

Система уравнений равновесия упругой трехслойной пластины в обобщенных усилиях приведена в [4]. Подставив в нее обобщенные усилия типа (4), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений равновесия для определения искомых функций в рассматриваемой задаче:

$$\begin{aligned} L_2(a_1 u + a_2 \psi - a_3 w_{,r}) &= 0, \quad L_2(a_2 u + a_4 \psi - a_5 w_{,r}) - 2cG_3 \psi = 0, \\ L_3(a_3 u + a_5 \psi - a_6 w_{,r}) &= q_0 (H_0(b-r) - H_0(a-r)), \end{aligned} \quad (5)$$

где дифференциальные операторы L_2 (оператор Бесселя), L_3

$$L_2(g) \equiv g_{,rr} + \frac{g_{,r}}{r} - \frac{g}{r^2}, \quad L_3(g) \equiv g_{,rrr} + \frac{2g_{,rr}}{r} - \frac{g_{,r}}{r^2} + \frac{g}{r^3};$$

запятая в нижнем индексе обозначает производную по следующей за ней координате; коэффициенты a_i выражаются через геометрические и упругие параметры слоев.

2. Общее решение краевой задачи. Общее аналитическое решение системы уравнений (5) будет следующим:

$$\begin{aligned} w = & \frac{b_2}{b_3} \left[\frac{C_2 I_0(\beta r)}{\beta} - \frac{C_3 K_0(\beta r)}{\beta} + \frac{C_1 \gamma_1}{\beta^2} \ln r + \frac{\gamma_1 q_0}{2\beta^2} H_0(b-r) \times \right. \\ & \times \left[\frac{b^2 - r^2}{2} + b^2 \ln\left(\frac{r}{b}\right) + \frac{2b}{\beta} (K_1(\beta b) I_0(\beta r) + I_1(\beta b) K_0(\beta r)) - \frac{2}{\beta^2} \right] \Big] - \\ & - \frac{\gamma_1 q_0}{2\beta^2} H_0(a-r) \left[\frac{a^2}{r} - r + 2a (K_1(\beta a) I_1(\beta r) - I_1(\beta a) K_1(\beta r)) \right] + \frac{C_1 \gamma_1}{\beta^2 r} + \\ & + \frac{q_0}{b_3} \left(\frac{r^4 - 5b^4}{64} + \frac{b^2 r^2}{16} - \left(\frac{b^4}{16} + \frac{b^2 r^2}{8} \right) \ln\left(\frac{r}{b}\right) \right) H_0(b-r) - \\ & - \frac{q_0}{b_3} \left(\frac{r^4 - 5a^4}{64} + \frac{a^2 r^2}{16} - \left(\frac{a^4}{16} + \frac{a^2 r^2}{8} \right) \ln\left(\frac{r}{a}\right) \right) H_0(a-r) - \\ & - \frac{1}{4b_3} C_1 r^2 (\ln r - 1) + \frac{C_5 r^2}{4b_3} + C_6 \ln r + C_4. \end{aligned} \quad (6)$$

Константы интегрирования C_1, C_2, \dots, C_8 следуют из условий шарнирного опирания контура пластины и требований ограниченности решения (6) в ее центре.

Численные результаты получены для пластины единичного радиуса, материалы которой Д16Т–фторопласт–Д16Т. Принимались: $B_1 =$

$B_2 = B_3 = 10^{23}$ м²/нейтрон, что обеспечивает объемную деформацию в слоях порядка 3–3,5 %. На рисунке 1 показано изменение вдоль радиуса прогиба w – (а) при интенсивностях нейтронных потоков (нейтрон / (м²с)): 1 – $\varphi_1 = 10^{17}$, 2 – $\varphi_2 = 10^{18}$. Силовая нагрузка отсутствует. Толщины слоев: $h_1 = 0,02$; $h_2 = 0,06$; $h_3 = 0,4$. Рост интенсивности потока на порядок вызывает примерно такое же увеличение прогиба и радиальной деформации.

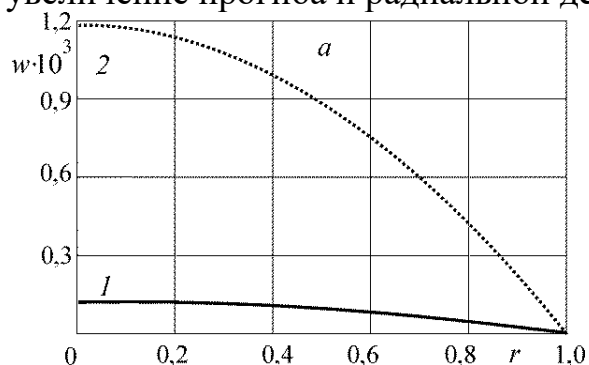


Рисунок 1. Прогиб w при нейтронном облучении

Выводы. Полученное решение позволяет исследовать напряженно-деформированное состояние трехслойных круговых пластин под действием локальных кольцевых нагрузок с учетом нейтронного облучения.

Работа выполнена при финансовой поддержке ГПНИ «Конвергенция-25».

Литература

1. Ильюшин А. А., Огибалов П. М. Упругопластические деформации полых цилиндров / Москва, Изд-во МГУ, 1960, 224 с.
2. Платонов, П. А. Действие облучения на структуру и свойства металлов. Москва, Машиностроение, 1971, 40 с.
3. Журавков М.А., Старовойтов Э.И. Математические модели механики твердого тела / Минск, БГУ, 2021, 535 с.
4. Zhuravkov M.A., Lyu Yongtao, E.I. Starovoitov. Mechanics of Solid Deformable Body / Singapore, Springer, 2023, 317 p.
5. Абдусаттаров А., Старовойтов Э.И., Рузиева Н.Б. Деформирование и повреждаемость упругопластических элементов конструкций при циклических нагружениях / Ташкент, «IDEAL PRESS», 2023, 381 с.
6. Старовойтов Э.И. Сопротивление материалов / Гомель, БелГУТ, 2004, 376с.
7. Старовойтов, Э. И. Механика материалов / Гомель, БелГУТ, 2011, 380 с.

8. Старовойтов Э.И., Леоненко Д.В. Исследование спектра частот трехслойной цилиндрической оболочки с упругим наполнителем // Механика композиционных материалов и конструкций. 2015, vol. 21, no. 2, pp. 162–169.
9. Leonenko D. V., Starovoitov E.I. Vibrations of Cylindrical Sandwich Shells with Elastic Core Under Local Loads // International Applied Mechanics. – 2016. – Vol. 52, № 4. – P. 359–367.
10. Tarlakovskii DV, Fedotenkov GV. Two-Dimensional Nonstationary Contact of Elastic Cylindrical or Spherical Shells // Journal of Machinery Manufacture and Reliability, 2014, vol, 43, no. 2, pp. 145–152.
11. Леоненко Д.В., Маркова М.В. Колебания круговой трехслойной пластины под действием внешней нагрузки // Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика, 2023, т. 1, с. 49–63.
12. Starovoitov É.I., Pleskachevskii Yu.M., Leonenko D.V., Tarlakovskii D.V. Deformation of a Step Composite Beam in a Temperature Field // Journal of Engineering Physics and Thermophysics, 2015, vol. 88, no. 4, pp. 1023-1029.
13. Старовойтов Э.И., Леоненко Д.В. Деформирование трехслойного стержня в температурном поле // Механика машин, механизмов и материалов, 2013, т. 22, №., С. 31–35.
14. Старовойтов Э.И., Козел А.Г. Изгиб упругой круговой трехслойной пластины на основании Пастернака // Механика композиционных материалов и конструкций, 2018, т. 2, № 3, С. 392–406.
15. Захарчук Ю.В. Напряженно-деформированное состояние круговой трехслойной пластины со сжимаемым заполнителем. // Механика. Исследования и инновации, 2019, т. 12, № 12, с. 66–75.
16. Нестерович, А.В. Напряженное состояние круговой трехслойной пластины при осесимметричном нагружении в своей плоскости // Механика. Исследования и инновации, 2019, т. 12, № 12, с. 152–157.
17. Starovoitov E.I., Leonenko D.V., Suleyman M. Deformation of a composite plate on an elastic foundation by local loads // Mechanics of Composite Materials. – 2007. Vol. 43, no. 1. – Pp. 75–84.