никам кафедры С.Г. Андрееву, А.А. Васекину, Н.Д. Гелину и выпускнику кафедры Ю.Д. Корягину за активное участие в разработке технических решений, реализации действующих образцов, проведении опытов и расчетов.

## Литература

- 1. Физическое моделирование процесса эволюции формы метаемых сегментов на траектории их перемещения / Сотский М.Ю., Велданов В.А., Гелин Д.В., Колпаков В.И., Лысов Д.А., Марков В.А.// Сборник докладов Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Том 2. Москва, 2023. С. 139 144
- 2. Метательная установка и устройство ввода детонации в метательный газовый объем / Велданов В.А., Гелин Д.В., Лысов Д.А., Колпаков В.И., Сотский М.Ю., заявка о выдаче патента на изобретение № 2022133914 от 22.12.2022.
- 3. Способ метания элементов / Велданов В.А., Гелин Д.В., Лысов Д.А., Колпаков В.И., Сотский М.Ю., заявка о выдаче патента на изобретение № 2022133920 от 22.12.2022.
- 4. *Колпаков В.И.* Определение констант уравнения состояния продуктов детонации в форме JWL // Известия РАРАН, 2016, № 4 С 87-93.
- 5. Сапожников С.Б., Игнатова А.В. Исследование механических свойств технического пластилина при квазистатическом и динамическом деформировании // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2014. № 2. С. 200-219.

## ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ ТЕПЛОВОМ УДАРЕ

Старовойтов Э.И. $^{1}$ , Тарлаковский Д.В. $^{2}$ , Федотенков Г.В. $^{2}$ 

(¹Белорусский государственный университет транспорта, Гомель, ²Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва)

Трехслойные элементы конструкций, в том числе пластины, широко применяются с середины прошлого века в транспортном машиностроении и строительстве. Для проведения их прочностных расчетов возникает необходимость создания расчетных математических моделей, чему и посвящен многочисленный ряд публикаций.

Монографии [1–5] посвящены построению математических моделей деформирования трехслойных элементов конструкций при квазистатических и динамических нагрузках. Свободные, вынужденные и резонансные колебания трехслойных пластин и оболочек, в том числе при нестационарных нагрузках

исследовались в работах [6–9]. Статьи [10–13] посвящены квазистатическому деформированию трехслойных стержней и пластин.

В предлагаемой работе исследовано воздействие теплового удара на вынужденные колебания круговой трехслойной пластины, возбужденные импульсной нагрузкой. Предполагается, что трехслойная круговая пластина шарнирно оперта по контуру. На нее в начальный момент падают тепловой поток интенсивностью  $q_t$  и равномерно распределенный силовой импульс

$$q(r, t) = q_1 \delta(t)$$
,

где  $q_1 = \text{const} - \text{интенсивность импульса}$ ,  $\delta(t) - \text{дельта-функция Дирака}$ .

Распределение нестационарной температуры по толщине пластины вычисляется по приближенной формуле, полученной в [1]. Используя гипотезу Неймана, на свободные колебания, вызванные тепловым ударом (мгновенным падением теплового потока), накладываются вынужденные колебания от импульсной нагрузки.

Для несущих слоев трехслойной круговой пластины принимаются гипотезы Кирхгофа. В легком заполнителе справедлива гипотеза Тимошенко о прямолинейности и несжимаемости деформированной нормали, которая поворачивается на некоторый дополнительный угол  $\psi(r)$ . Искомыми функциями считаются также прогиб w(r) и радиальное перемещение срединной плоскости заполнителя u(r). Проведен вывод системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих поперечные колебания упругой круговой трехслойной пластины в температурном нестационарном поле. Граничные условия — шарнирное опирание контура пластины. Полный прогиб представляется в виде суммы квазистатического  $w_s$  и динамического прогибов, где

$$w_s = r_0^2 M_t \left[ 1 - \left( r/r_0 \right)^2 \right] / 2(a_7 + a_8).$$

Начальные условия неоднородные, в них появляется ненулевая скорость:

$$w_d = 0$$
,  $\dot{w}_d = -r_0^2 \dot{M}_t (0) \left[ 1 - \left( r/r_0 \right)^2 \right] / 2(a_7 + a_8)$ .

Динамическая составляющая  $w_d$ , представляется в виде разложения в ряд по системе собственных ортонормированных функций. Проведен численный параметрический анализ зависимости собственных чисел и частот колебаний от температуры, материалов и толщин слоев.

Работа выполнена при финансовой поддержке Государственной программы научных исследований «Конвергенция-2025».

## Литература

- 1. *Горшков А.Г., Старовойтов Э.И.*, *Яровая А.В.* Механика слоистых вязкоупругопластических элементов конструкций. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 576 с.
- $2. \ensuremath{\mathcal{H}}$ уравков М.А., Старовойтов Э.И. Математические модели механики твердых тел. Минск: БГУ, 2021. 5435 с.

- 3. *Zhuravkov M.A., Lyu Yongtao, Starovoitov E.I.* Mechanics of Solid Deformable Body. Singapore: Springer, 2022. 317 p.
- 4. *Старовойтов Э.И.*, *Леоненко Д.В.*, *Рабинский*. Л.Н. Деформирование трехслойных физически нелинейных стержней. М.: Изд-во МАИ, 2016. 184 с.
- 5. Абдусаттаров А., Старовойтов Э.И., Рузиева Н.Б. Деформирование и повреждаемость упругопластических элементов конструкций при циклических нагружениях. Ташкент: «IDEAL PRESS», 2023 381 с.
- 6. Старовойтов Э.И., Леоненко Д.В. Исследование спектра частот трехслойной цилиндрической оболочки с упругим наполнителем // Механика композиционных материалов и конструкций. -2015.-21, № 2.- С. 162-169.
- 7. Fedotenkov G.V., Tarlakovsky D.V., Vahterova Y.A. Identification of non-stationary load upon Timoshenko beam // Lobachevskii journal of mathematics. 2019. Vol. 40. № 4. Pp. 439-447.
- 8. Вестия В.А., Садков А.С., Тарлаковский Д.В. Распространение нестационарных объемных возмущений в упругой полуплоскости // Известия российской академии наук. Механика твердого тела. 2011. № 2. С. 130-140.
- 9. Starovoitov E. I., Pleskachevskii Yu. M., Leonenko D. V., Tarlakovskii D. V. Free vibrations of a three-layer plate excited by a heat flux. Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2023. Vol. 96, no. 6. Pp. 1432–1442.
- 10. Starovoitov É.I., Pleskachevskii Yu.M., Leonenko D.V., Tarlakovskii D.V. Deformation of a Step Composite Beam in a Temperature Field // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2015. Vol. 88, №4. P. 1023-1029.
- 11. Старовойтов, Э.И. Деформирование трехслойного стержня в температурном поле / Э. И. Старовойтов, Д. В. Леоненко // Механика машин, механизмов и материалов. -2013.- Т. 22, № 1.- С. 31–35.
- 12. Старовойтов, Э.И. Изгиб упругой круговой трехслойной пластины на основании Пастернака / Э.И. Старовойтов, А.Г. Козел // Механика композиционных материалов и конструкций. -2018. -T. 24, № 3. -C. 392–406.
- 13. Старовойтов Э.И. Леоненко Д.В., Сулейман М. Термоупругий изгиб кольцевой трехслойной пластины на упругом основании // Экологический вестник научных центров черноморского экономического сотрудничества. -2006. Т. 3, № 4. С. 55–62.

## ВОЗБУЖДЕНИЕ ПЛАНАРНОЙ КРАЕВОЙ ВОЛНЫ ПОПЕРЕЧНОЙ КАСАТЕЛЬНОЙ НАГРУЗКОЙ

Сурова М.Ю., Вильде М.В.

(ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского», Саратов)

Формулировка граничных условий в классических теориях стержней, пластин и оболочек основана на применении принципа Сен-Венана. В соответствии