УДК 621.39

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗОЛОТОЙ ПРОПОРЦИИ

Н. Ф. СЕМЕНЮТА
Белорусский государственный университет транспорта
С. А. ЯСИНСКИЙ
Военный университет связи

Среди известных пропорций – арифметической, геометрической, гармонической и «золотой» (золотого сечения), последней присущ ряд уникальных особенностей, которые проявляются и находят применение при решении многих теоретических и практических задач в науке и технике. Однако если в одних случаях золотое сечение было явным и широко использовалось (архитектура, строительство, дизайн и др.), то в других было неявным, т.е. было скрыто. Это и явилось причиной того, что долгие годы при решении многих научных и технических задач, связанных с теорией поиска, оптимизации, принятия решений, исследователи привлекали сложные аналитические методы, вместо того чтобы использовать фундаментальную постоянную мироздания – золотое сечение.

В последние годы в работах авторов проявление золотого сечения было показано в электротехнике, электросвязи и других прикладных науках.

Одной из классических форм проявления золотой пропорции является числовой ряд Фибоначчи:

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	…
1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	…,

в котором каждый последующий его член, кроме двух первых, равен сумме двух предыдущих

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2},$$

при условии, что $a_1 = a_2 = 1$, $n > 2$.

Предел отношения двух рядом расположенных чисел Фибоначчи, т.е. a_{n+1}/a_n или a_n/a_{n+1}, равен соответственно золотой пропорции $\Phi = 1{,}618\ldots$ или $1 / \Phi = \overline{\Phi} = 0{,}618\ldots$

Рассмотрим лестничную цепь с равномерно распределенными параметрами в режиме холостого хода (рисунок 1).

В частном случае, когда $R_1 = R_2 = 1$, точки и напряжения в элементах цепи определяются отношениями чисел ряда Фибоначчи (таблица 1). При этом входное $R_{вх}$ и выходное $R_{вых}$ сопротивления при $N \to \infty$ соответственно стремятся к золотому сечению ($R_{вх} = 1{,}618 = \Phi$, $R_{вых} = 0{,}618 = \overline{\Phi}$). Из анализа также следует, что коэффициент передачи по току (напряжению) определяется отношениями соответствующих чисел ряда Фибоначчи.

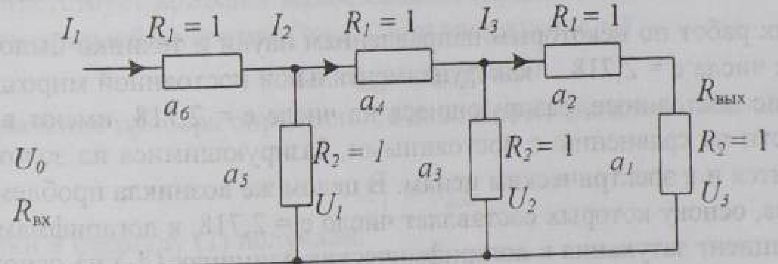

Рисунок 1

Если предположить, что напряжение на входе N–элементной цепи будет равно $U_0 = a_{2n+1}$, то напряжения соответствующих звеньев равны нечетным, а токи – четным членам ряда Фибоначчи (см. рисунок 1).

Таблица 1

Число звеньев N	Токи лестничной цепи					
	холостой ход			короткое замыкание		
	I_1	I_3	I_5	I_1	I_2	I_3
1	$\frac{a_2}{a_3}$	—	—	$\frac{a_3}{a_4}$	—	—
2	$\frac{a_4}{a_5}$	$\frac{a_2}{a_5}$	—	$\frac{a_5}{a_6}$	$\frac{a_3}{a_6}$	—
3	$\frac{a_6}{a_7}$	$\frac{a_4}{a_7}$	$\frac{a_2}{a_7}$	$\frac{a_7}{a_8}$	$\frac{a_5}{a_8}$	$\frac{a_3}{a_8}$

Таким образом, представленная на рисунке 1 лестничная цепь является электрической моделью золотого сечения и связанного с ним ряда Фибоначчи и полностью отражает их свойства.

Рассмотрим лестничную цепь для случая ее короткого замыкания (рисунок 2).

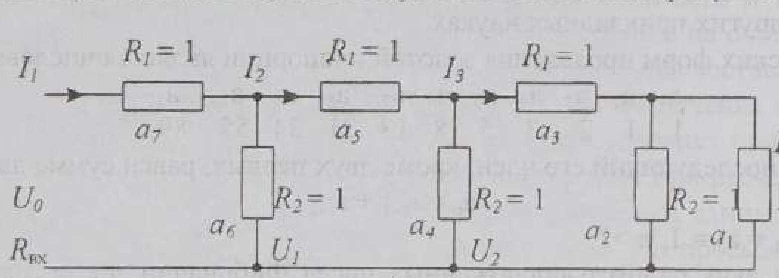

Рисунок 2

В этом случае цепь нагружена на параллельно соединенные R_1 и R_2 т.е. на 1/2. Из анализа лестничной цепи следует, что токи (напряжения) в ней определяются также отношениями чисел Фибоначчи (см. таблицу 1), но с другими номерами. Входное сопротивление R_1 в этом случае также стремится к золотому сечению Ф = 1,628, а выходное – $R_{вых} = Ф^2 = 0,382$. Коэффициент затухания электрических цепей в логарифмических единицах на основе числа «е» (неперах) измеряется обычно натуральным логарифмом отношений токов или напряжений на единицу длины цепи (в нашем случае на элемент цепи):

$$\alpha = \ln (I_{i+1} / I_i) = \ln (U_{i+1} / U_i)$$

$$\text{или } \alpha = \ln (a_{i+2} / a_i) ,\ a_{i+2} / a_i = 2,618 = Ф^2 ,\ \ln Ф^2 = 0,96 \text{ непер.}$$

В ряде последних работ по некоторым направлениям науки и техники было поставлено под сомнение применение числа е = 2,718… как фундаментальной постоянной мироздания. Это связано с тем, что критические постоянные, базирующиеся на числе е = 2,718, имеют в некоторых случаях большие погрешности по сравнению с постоянными, базирующимися на золотом сечении. В полной мере это относится и к электрическим цепям. В целом же возникла проблема перехода от натуральных логарифмов, основу которых составляет число е = 2,718, к логарифмам на основе золотого сечения $Ф^2$. Коэффициент затухания в логарифмических единицах ($l_ф$) на основе золотого сечения $Ф^2$

$$\alpha = l_ф (I_{i+1} / I_i) = l_ф (U_{i+1} / U_i)$$

$$\text{или } \alpha = l_ф (a_{i+2} / a_i) = l_ф\, Ф^2 = 1.$$

Эту единицу затухания предложено называть «Фидием» в честь древнегреческого скульптора Фидия (ок. 431 г. до н.э.), применявшего золотое сечение в своих творениях. Из сравнения логарифмических единиц на основе е и $Ф^2$ можно установить, что между ними имеется незначительное отличие $e^{0,96} = Ф^2$, но обнаружить это незначительное отличие не всегда удается. Очевидно, это относится и к теории электрических цепей. Пока же ясно, что применение основания логарифмов

Φ^2 более удобно при исследовании законов изменения силы тока (напряжения) вдоль электрической цепи. Но в целом проблема требует дальнейшего исследования.

УДК 621.311

АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА КОМПЛЕКСНОГО УЧЕТА ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ

С. О. ФЕЛЬДМАН, Д. Ж. НУРСЕИТОВ
Белорусская железная дорога

В настоящее время на Белорусской железной дороге для оперативного контроля расхода электроэнергии железнодорожных потребителей проводятся работы по внедрению автоматизированной системы комплексного учета электроэнергии (АСКУЭ), которая состоит:

- из коммерческой автоматизированной системы учета электроэнергии на тяговых подстанциях;
- системы технического учета электроэнергии на подстанциях 6–10 кВ;
- коммерческой системы учета электроэнергии на предприятиях дороги;
- системы учета электроэнергии на подвижных единицах.

На нижнем уровне АСКУЭ (тяговые, трансформаторные и распределительные подстанции) располагаются источники информации о потреблении и реализации электроэнергии – электронные и микропроцессорные счетчики (измерители мощности), неотъемлемой частью которых является сверхбольшая интегральная схема (СБИС) измерений. Измерительная СБИС включает в себя цифровой сигнальный процессор (DSP) со встроенными аналого-цифровыми преобразователями (АЦП), которые осуществляют выделение дискретных значений каждого входного сигнала тока и напряжения в заданные моменты времени.

При проектировании измерителя мощности заданного класса точности K требуется определить такое минимальное значение частоты дискретизации СБИС, при котором погрешность дискретизации несоизмеримо мала по сравнению с другими составляющими суммарной погрешности прибора, и ею можно пренебречь.

Класс точности средства измерения определяется пределами допускаемых основной и дополнительной погрешностей. Поэтому предел допускаемой погрешности дискретизации выбирается на один или два порядка ниже заданного класса точности прибора.

Предельное значение погрешности дискретизации определяется по формуле

$$\gamma = \frac{\Delta}{\bar{O}_i} \cdot 100\,, \tag{1}$$

где Δ – предельное значение абсолютной погрешности; X_i – нормирующее значение.

В качестве примера рассмотрим функцию $F(t) = A_{max} \sin \omega t$.

Параметр Δ соответствует кривой с максимальной (предельной) амплитудой из диапазона возможных значений измеряемой величины (тока i или напряжения u)

$$\Delta = A_{max} - A_{max} \sin \omega t\,. \tag{2}$$

Нормирующее значение прибора определяется диапазоном значений величины, который он способен измерить:

$$X_i = A_{max}\,. \tag{3}$$

После подстановки в формулу (1) получаем:

$$\gamma = \frac{A_{max} - A_{max} \sin \omega t}{A_{max}} \cdot 100 = (1 - \sin \omega t) \cdot 100\,. \tag{4}$$

Выполним подстановку $\alpha = \omega t$, где α – угол вектора синусоиды на комплексной плоскости. Тогда из формулы (4) следует:

$$\alpha = \arcsin\left(1 - \frac{\gamma}{100}\right). \tag{5}$$

Угол между вектором в момент измерения и соответствующим амплитудному значению синусоидальной величины A_{max} определяется по формуле

$$\Delta\alpha = 90^0 - \alpha\,. \tag{6}$$