(референтные), расположенные через 10 – 50 км; главные (через 2–3 км попарно) и рядовые (через 250-500 м). Наши расчеты показали, что обеспечение прямой видимости даже между рядовыми пунктами опорной сети совсем необязательно.

Совершенно необязательно обеспечивать видимость между соседними рабочими реперами. Достаточно, чтобы такая видимость была со стоянки электронного тахеометра.

На наш взгляд, промеры до путей по створу реперов обеспечивают возможность точного расчета фактического пикетажа по каждому пути отдельно. Совмещение пикетов можно осуществлять в конце каждого километра введением резаных пикетов.

Репера рабочей сети естественно располагать в теле опор контактной сети на высоте проектной отметки головки рельса. Для закладки следует использовать марки дюбельного типа, на которые легко закрепляются малые отражатели электронных тахеометров, устанавливаются прецизионные рейки и натягиваются копирные тросики для выправки пути на прямых участках.

Рядовые пункты опорной геодезической сети также могут располагаться в теле круглых опор, однако для закладки в этом случае следует использовать марки системы Мосгипротранса, удобные для установки антенн спутниковых приемников.

Предложенная схема обеспечит определение координат соседних пунктов опорной сети со средней квадратической ошибкой, не превышающей 10 мм, что создает возможность ликвидации длинных неровностей геометрии путей.

УДК 528.063

ЧИСЛЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ (КВАНТИЛЕЙ) ДЛЯ ПОИСКА ГРУБЫХ ОШИБОК ИЗМЕРЕНИЙ В ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЯХ

Н. С. СЫРОВА

Белорусский государственный университет транспорта

При уравнивании геодезических сетей методами однокритериальной оптимизации находят минимум целевой функции

$$\Phi(\mathrm{X}) = \sum_{i=1}^{N} P_{n_i} \left| L_i(\mathrm{X}) \right|^n, \tag{1}$$

где N – количество измерений; $P_{n_i} = \sigma_0^n / \sigma_i^n$ – веса измерений; n – показатель степени (при $n = 1{,}0$ имеем метод наименьших модулей, при $n = 2{,}0$ – метод наименьших квадратов и т.д.); $L(X)$ – свободный член нелинейного параметрического уравнения; X – вектор неизвестных параметров (координат определяемых пунктов).

Решение системы нелинейных параметрических уравнений при разных n соответствует минимуму функции (1) и дает $\widehat{\mathrm{X}}$. Тогда

$$V = L(\widehat{\mathrm{X}}) \tag{2}$$

есть вектор поправок в измерения.

Поиск грубых ошибок в измерениях осуществляется посредством неравенства

$$\frac{v_i}{d_i} \rangle 1, \tag{3}$$

где

$$d_i = t_0 \sqrt{(K_V)_{ii}}, \tag{4}$$

в которой t_0 – квантиль; $(K_V)_{ii}$ – диагональные элементы корреляционной матрицы поправок.

В случае однокритериальной оптимизации (обозначен квантиль через t_0) имеем [3]

$$K_V = \sigma_0^n (E - AF) C^{-1},\tag{5}$$

где E – единичная матрица; A – матрица коэффициентов параметрических уравнений поправок; F – расширенная псевдообратная матрица

$$F = \left(A^T C A\right)^{-1} A^T C,\tag{6}$$

в которой

$$C = P_n \left(diag|V|^{n-2}\right).\tag{7}$$

При многокритериальной оптимизации минимизируют целевую функцию

$$\Phi(X) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\text{const}}{\sigma_i^{n_i}} |L_i(X)|^{n_i},\tag{8}$$

когда для каждого i-того измерения берут свою степень n_i. В этом случае матрица C по формуле (7) не определяется, а вместо (5) имеем

$$K_V = \text{const}(E - AF) D^{+},\tag{9}$$

F отыскивается численным методом, а

$$D^{+} = F^T \left(FF^T\right)^{-1} R^{-1} A^T,\tag{10}$$

в которой матрица R определяется через матрицу Гессе $R = \dfrac{1}{n_{\text{п}}\ (n_{\text{п}} - 1)} \acute{I}\ (\tilde{O})$, а вместо (4)

$$d_i = t_M \sqrt{|K_V|_{ii}}.\tag{11}$$

Квантили t_0 и t_M при одном и том же n в формулах (1) и (8) разные. Цель статьи – найти квантили численным методом.

После однокритериальной оптимизации квантиль t_0 можно вычислить по известной формуле

$$t_0 = 1{,}62\left[3{,}8(\varepsilon - 1{,}6)^{2/3}\right]^{\lg\lg\left[1/(1-P_D)\right]},\tag{12}$$

в которой эксцесс

$$\varepsilon = \Gamma(1/n)\Gamma(5/n)/|\Gamma(3/n)|^2,\tag{13}$$

где $\Gamma(Z)$ – гамма–функция. При этом формула (12) пригодна для доверительной вероятности P_D от 0,99 до 0,999.

Забегая вперед, отметим, что численным методом, изложенным ниже, при $P_D = 0{,}99$

$$t_0 = 3{,}0 - \frac{n}{4}.\tag{14}$$

В таблице 1 сравнены t_0, вычисленные по выражениям (12) и (14).

Таблица 1

Обозначения	1	2	3	4
n	1,0	1,5	2,0	4,0
ε	6,0	3,85	3,0	2,16
t_0(12)	3,26	2,85	2,59	2,15
t_0(14)	2,75	2,62	2,50	2,00
t_M	15,0	7,50	3,00	1,50

По данным таблицы 1 видно, что численными методами получена формула (14), дающая удовлетворительные результаты. Следовательно, эта методика будет пригодна и для получения t_M, сравнивать значения которого пока не с чем, так как поиск грубых ошибок в измерениях при многокритериальной оптимизации рассматривается здесь впервые. Забегая вперед, отметим, что численным методом получено при $P_D = 0{,}99$

$$t_M = 1{,}5\left(n_{\text{ср}}^2 - 8n_{\text{ср}}^2 + 17\right), \tag{15}$$

где $n_{\text{ср}}$ – среднее значение показателя степени для всех измерений. Числовые значения $t_{\text{М}}$ при $n = n_{\text{ср}}$ приведены в таблице 1.

Рассмотрим численый метод поиска квантилей t_0 и $t_{\text{М}}$. В программе для ЭВМ использовалась следующая формула для вычисления квантилей:

$$t_i = \frac{V_i}{\sqrt{\left|K_V\right|_{ii}}}. \tag{16}$$

Методика определения t_i заключалась в следующем:

1) геодезическая сеть уравнивалась при одном для всех измерений n;

2) вычислялись уравненные измерения $T_{\text{ур}} = T_{\text{изм}} + \nu$;

3) в измерение между определяемыми пунктами вводилась ошибка $T^{(i)} = T^{(i)}{}_{\text{ур}} + K\sigma$, где i – номер измерений, K – коэффициент, а σ – стандарт измерения;

4) сеть заново уравнивалась и для i-того измерения применялась формула (16), причем νi была для этого измерения, как правило, наибольшей.

Для проверки формул (14) и (15) рассматривались и другие примеры. При этом мы определяем величину коэффициента K в приращении $\Delta T = K\sigma$ под условием, чтобы $t_0 = 2{,}5$ при $n = 2{,}0$.

Так, в симметричной центральной четырехугольной системе при длинах сторон 50 *м* были получены следующие квантили:

1- Триангуляция $\sigma_\beta = 10{,}0''$; $K_\beta = 3{,}6$; $n = 1{,}6$; $t_0 = 2{,}61$; $t_M = 6{,}22$; $n = 4{,}0$; $t_0 = 1{,}85$; квантиль не найден.

2- Трилатерация $\sigma_S = 0{,}01$ м; $K_S = 8{,}5$; $n = 1{,}6$; $t_0 = 2{,}70$; $t_M = 6{,}62$; $n = 4{,}0$; $t_0 = 1{,}64$; $t_M = 4{,}67$.

3- Линейно–угловая $\sigma_\beta = 10{,}0''$; $\sigma_S = 0{,}01$ м; $K_\beta = 3{,}4$; $n = 1{,}6$; $t_0 = 2{,}59$; $t_M = 4{,}34$; $n = 4{,}0$; $t_0 = 1{,}69$; $t_M = 1{,}31$.

4- Линейно–угловая $\sigma_\beta = 10{,}0''$; $\sigma_S = 0{,}01$ м; $K_S = 2{,}78$; $n = 1{,}6$; $t_0 = 2{,}36$; $t_M = 5{,}64$; $n = 3{,}0$; $t_0 = 2{,}38$; $t_M = 2{,}43$; $n = 4{,}0$; квантили не найдены, т.к. $t_{i\,\max}$ не попадает на искаженное измерение.

УДК 656.225.005

ПРОБЛЕМА ЭКСПЛУАТАЦИИ ПУТИ НА ПОДХОДАХ К ИСКУССТВЕННЫМ СООРУЖЕНИЯМ

Г. Н. ТАЛАВИРА

Киевский университет экономики и технологий транспорта

Из практики эксплуатации мостов известно, что на рельсовом пути перед устоем моста очень часто можно наблюдать довольно значительную локальную неровность, так называемую "предмостовую яму". В результате анализа результатов обследований 62 мостов, проведенных в различное время лабораторией динамики мостов ***ДИИТа,*** установлена вероятность появления "предмостовой ямы", которая равна 0,8 .

При исследовании взаимодействия опытного поезда с многопролетным однопутным мостом установлено, что наиболее неблагоприятную форму траектория движения вагона имеет в зонах крайних пролетных строений и в сопряжениях моста с насыпью, что объясняется не только отсутствием строительного подъёма на этих пролетных строениях, но также и наличием местной просадки основания пути в зоне устоев на подходах к мосту. У одного устоя глубина "ямы" до 1 см (уклон геометрической неровности $L_\Gamma \approx 2$ ‰), у другого 5 см при длине "ямы" около 20 м .