

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»**

**Кафедра «Системы передачи информации»**

**В. Н. ФОМИЧЕВ, И. О. ЖИГАЛИН**

# **ТЕОРИЯ ПЕРЕДАЧИ СИГНАЛОВ**

**Лабораторный практикум**

**Гомель 2014**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Кафедра «Системы передачи информации»

В. Н. ФОМИЧЕВ, И. О. ЖИГАЛИН

# **ТЕОРИЯ ПЕРЕДАЧИ СИГНАЛОВ**

*Одобрено методической комиссией заочного факультета  
в качестве лабораторного практикума*

Гомель 2014

УДК 621.397(075.8)

ББК 32.884.1

Ф76

Рецензент – доцент кафедры “Системы передачи информации”, канд. техн. наук. *П. М. Буй* (УО “БелГУТ”)

**Фомичев, В. Н.**

Ф76 Теория передачи сигналов : лабораторный практикум / В. Н. Фомичев, И. О. Жигалин ; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2014. – 32 с.  
ISBN 978-985-554-281-1

Изложены цель лабораторных работ, краткие сведения из теории, порядок выполнения работ, содержание отчета и контрольные вопросы.

Лабораторные работы основаны на применении персональных компьютеров в учебном процессе.

Предназначен для студентов специальности 1-37 02 04 “Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте” заочной формы обучения.

**УДК 621.397(075.8)**

**ББК 32.884.1**

**ISBN 978-985-554-281-1**

© Фомичев В. Н., Жигалин И. О., 2014

© Оформление. УО «БелГУТ», 2014

## Лабораторная работа № 1

### ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРА ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ИМПУЛЬСОВ

**Цель работы.** Путем компьютерного моделирования исследовать спектральные свойства периодической последовательности прямоугольных импульсов с помощью преобразований Фурье.

**Подготовка к работе.** Ознакомиться с принципами спектрального анализа временных сигналов [1, с. 42–50; 2, с. 19–27; 3, с. 49–62; 4, с. 5–11].

#### 1 Краткие сведения из теории

Электрический сигнал является основным средством для извлечения информации и физическим ее носителем в электрических системах связи и управления. Все многообразие сигналов (процессов) можно разделить на следующие основные классы: детерминированные (регулярные), случайные, псевдослучайные.

К детерминированным относятся сигналы (процессы), течение которых во времени можно заранее предсказать, имея все сведения о них. Такие сигналы могут быть заданы некоторой вполне определенной функцией времени, например к детерминированному сигналу следует отнести синусоидальный сигнал  $s(t) = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ , у которого известны все параметры: амплитуда  $U_m$ , круговая частота  $\omega_0$ , начальная фаза  $\varphi_0$ .

Периодическим называют сигнал, любое значение которого повторяется через интервалы времени, равные периоду  $T$  ( $s(t) = s(t + T)$ ). Периодическое колебание задается в интервале  $-\infty < t < \infty$ , так как если бы оно имело начало и конец, то в этих точках происходило бы нарушение периодичности. Вследствие этого реальные сигналы, строго говоря, не могут быть периодическими. Простейшим периодическим сигналом является гармонический сигнал.

При передаче сигналов главное внимание уделяется передаче информации, а не энергии. Тем не менее энергия и мощность являются важнейшими характеристиками сигналов.

С выхода источника сообщений поступают сигналы, несущие информацию, а также тактовые, используемые для синхронизации работы передат-

чика и приемника системы передачи. Информационные сигналы имеют вид непериодической, а тактовые – периодической последовательности импульсов.

Для правильной оценки возможности передачи таких импульсов по каналам связи определим их спектральный состав. При спектральном отображении сигнал представляется не функцией времени, а функцией частоты. Совокупность гармонических колебаний, на которые может быть разложен данный сигнал, называют спектром сигнала. Полоса частот, в которой наблюдаются гармонические колебания, составляющие данный сигнал, называют шириной спектра. Периодический сигнал в виде импульсов любой формы  $U(t)$  можно разложить в ряд Фурье (1).

$$U(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega_1 t) + b_k \sin(k\omega_1 t)). \quad (1)$$

Для передачи по воздушным и кабельным линиям связи применяются сигналы различной формы. Выбор той или иной формы зависит от характера передаваемых сообщений, частотного спектра сигналов, частотных и временных параметров сигналов. Большое применение в технике передачи дискретных сообщений получили сигналы, близкие по форме к прямоугольным импульсам.

Вычислим спектр, т. е. совокупность амплитуд постоянной  $A_0/2$  и гармонических составляющих периодических прямоугольных импульсов (рисунки 1, а) длительностью  $t_n$  и периодом  $T$ . Поскольку сигнал является четной функцией времени, то в формуле (1) все четные гармонические составляющие обращаются в нуль ( $b_k = 0$ ), а нечетные составляющие принимают значения (2):

$$A_k = |a_k| = \frac{2}{T} \int_{-t_n/2}^{t_n/2} U_0 \cos(k\omega_1 t) dt = \frac{2t_n}{T} U_0 \left| \frac{\sin \frac{k\omega_1 t_n}{2}}{\frac{k\omega_1 t_n}{2}} \right|. \quad (2)$$

Постоянная составляющая

$$U_{\text{пост}} = \frac{A_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-t_n/2}^{t_n/2} U_0 dt = \frac{t_n}{T} U_0. \quad (3)$$

Для сигнала 1:1 (телеграфные точки) (см. рисунок 1, а) постоянная составляющая

$$A_k = U_0 \left| \frac{\sin \frac{\pi k}{2}}{\frac{\pi k}{2}} \right|, \quad U_{\text{пост}} = \frac{U_0}{2}. \quad (4)$$

Модули амплитуд спектральных составляющих последовательности прямоугольных импульсов с периодом  $T = 2t_n$  приведены на рисунке 1, б. По оси абсцисс отложены основная частота повторения импульсов  $f_1 = 1/T$  ( $\omega_1 = 2\pi f_1$ ) и частоты нечетных гармонических составляющих  $3f_1, 5f_1$  и т. д. Огибающая спектра изменяется по закону  $|\sin x/x|$ . Такой спектр называется дискретным, или линейчатым.

При увеличении периода  $T$ , по сравнению с длительностью импульса  $t_n$ , число гармонических составляющих в спектральном составе периодического сигнала увеличивается. Например, для сигнала с периодом  $T = 6 t_n$  (рисунок 1, в) получаем, что постоянная составляющая равна  $U_0/6$  и  $U_k$  рассчитывается по формуле (5):

$$A_k = \frac{U_0}{3} \left| \frac{\sin \frac{\pi k}{6}}{\frac{\pi k}{6}} \right|. \quad (5)$$

В полосе частот от нуля до частоты  $1/t_n$  располагается пять гармонических составляющих (рисунок 1, з), в то время как при  $T = 2t_n$  — лишь одна.

При дальнейшем увеличении периода повторения импульсов число гармонических составляющих становится все больше и больше. В предельном случае когда  $T \rightarrow \infty$  сигнал становится непериодической функцией времени, число его гармонических составляющих в полосе частот от нуля до частоты  $1/t_n$  увеличивается до бесконечности; расположены они будут на бесконечно близких расстояниях по частоте  $\omega_1 \rightarrow d\omega_1$ ; спектр непериодического сигнала становится непрерывным (сплошным).

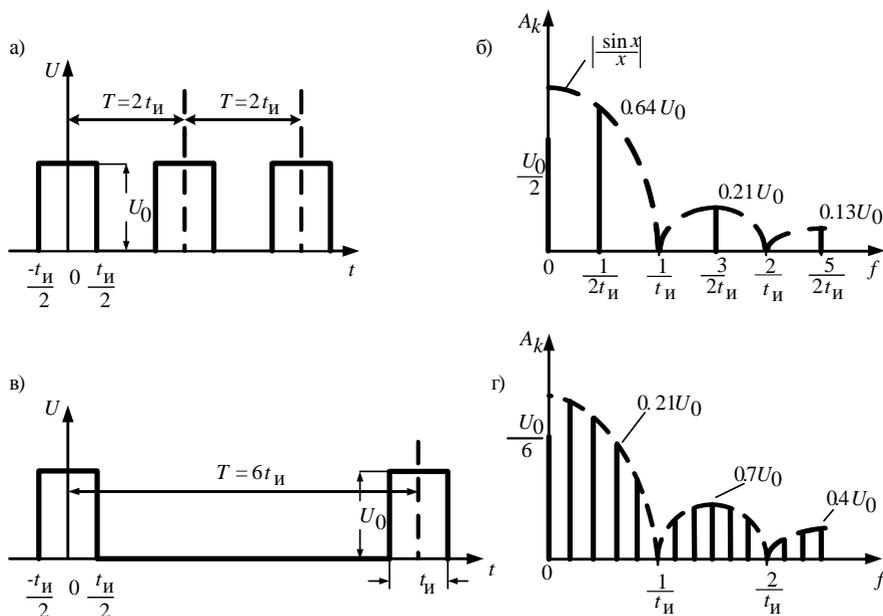


Рисунок 1

## 2 Порядок выполнения работы

1 По заданным значениям  $U_0$ ,  $t_n$  построить фрагмент периодической последовательности импульсов (одиночный импульс) (рисунок 2):

$U_0$  – амплитуда импульсов, В:  $U_0 = 1,2 \text{ N}$ ;

$t_n$  – длительность импульсов, с:  $t_n = 0,14 \text{ N} \cdot 10^{-3}$ ;

$Q$  – скважность следования импульсов ( $Q = T/t_n$ ),  $Q_1 = 2$ ,  $Q_2 = N + 2$ ;

$T$  – период следования импульсов;

$N$  – номер студента по журналу преподавателя.

2 Рассчитать спектр (10 гармоник) заданных периодических последовательностей импульсов и построить их спектральные характеристики (рисунок 3).

3 Построить временные характеристики заданных периодических последовательностей импульсов, состоящих из суммы трех гармоник (рисунок 4).

4 Построить временные характеристики заданных периодических последовательностей импульсов, состоящих из суммы 5 и 10 гармоник (рисунок 5).

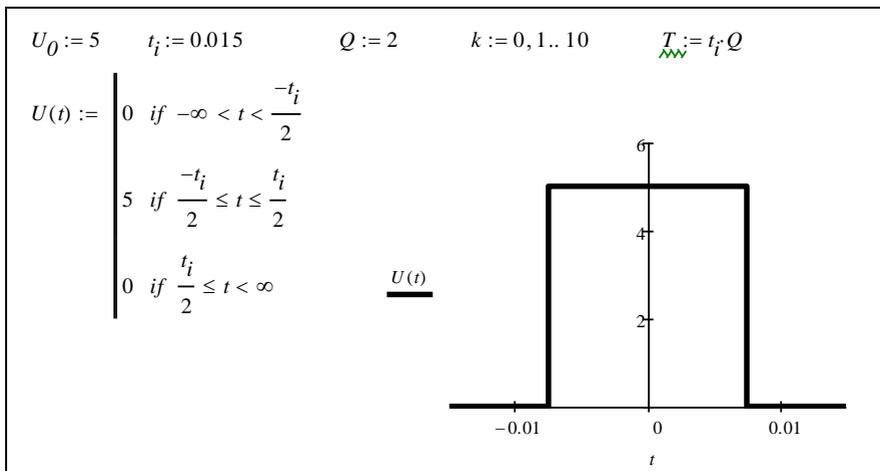


Рисунок 2

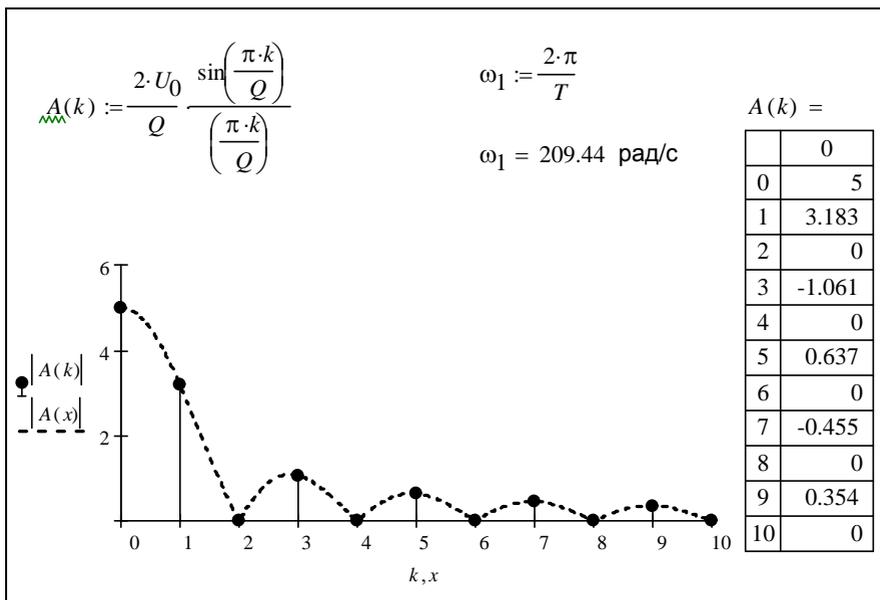


Рисунок 3

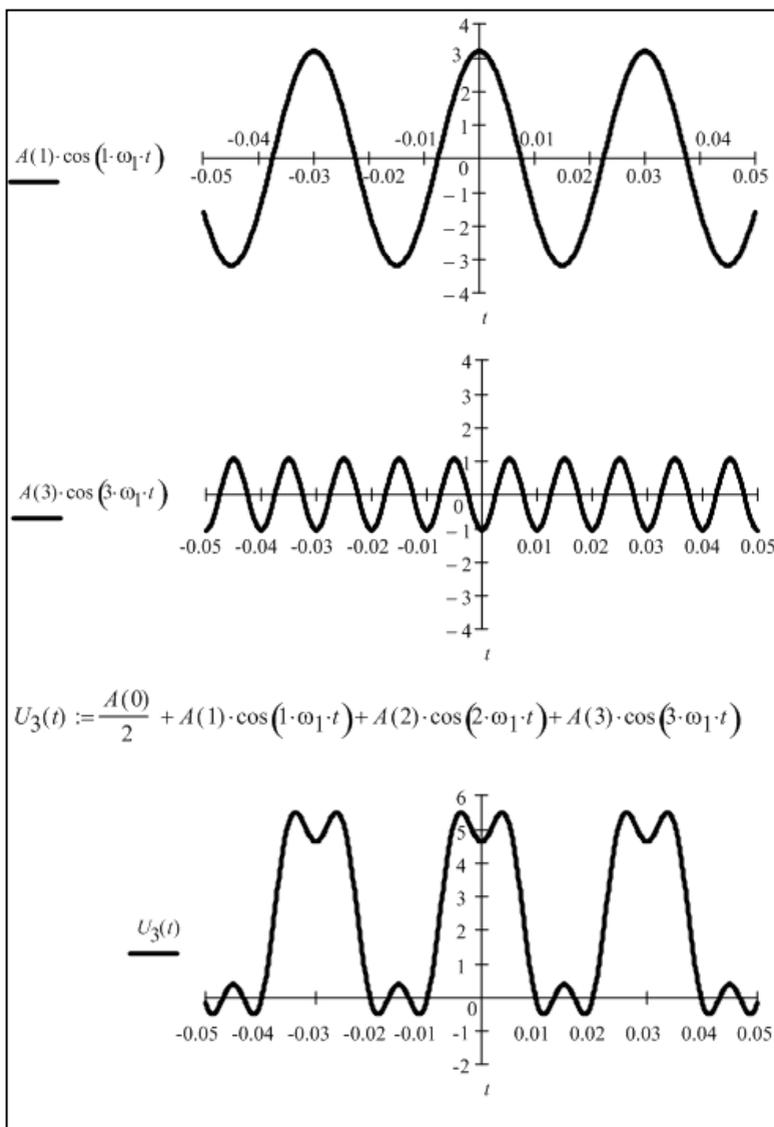


Рисунок 4

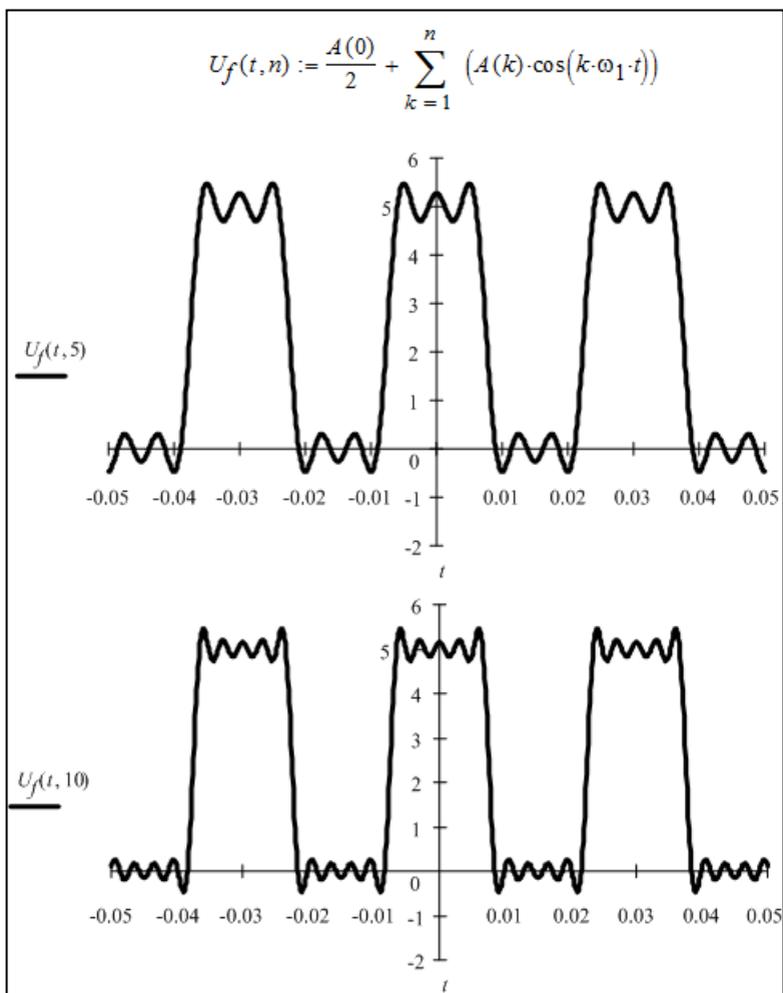


Рисунок 5

### Содержание отчета

- 1 График прямоугольного импульса.
- 2 Результаты расчетов спектральных характеристик заданных периодических последовательностей прямоугольных импульсов и их временные

характеристики при разных значениях количества гармоник в спектре ( $k = 3, 5, 10$ ).

3 Выводы по результатам исследований.

4 Ответы на контрольные вопросы.

### Контрольные вопросы

1 В чем отличие полезных сигналов от мешающих?

2 В чем отличие случайных и детерминированных сигналов? Приведите графические примеры.

3 В чем особенность периодических детерминированных сигналов?

4 Периодическая последовательность импульсов является информационной или синхронизирующей информацией?

5 Что такое спектр сигнала?

6 Что такое гармоники спектра? Какими математическими функциями они описываются?

7 Что такое ширина спектра?

8 Какой спектр сигнала называется дискретным, или линейным?

9 Какой спектр сигнала называется непрерывным, или сплошным?

10 Какую частоту имеет постоянная составляющая спектра?

11 По какому закону изменяется огибающая спектра периодической последовательности импульсов?

12 В спектре какого периодического сигнала (1:1 или 1:n) больше гармоник?

## Лабораторная работа № 2

### ИССЛЕДОВАНИЕ АМПЛИТУДНО-МОДУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ

**Цель работы.** Путем компьютерного моделирования исследовать спектр амплитудно-модулированных сигналов.

**Подготовка к работе.** По технической литературе ознакомиться с назначением, принципами получения амплитудно-модулированных сигналов и их спектрами [1, с. 61–85; 2, с. 12–16; 3, с. 80–92].

#### 1 Краткие сведения из теории

Сигналы, поступающие из источника сообщений (микрофон, передающая телевизионная камера, датчик телеметрической системы), как правило, не могут быть непосредственно переданы по каналу. Дело не только в том, что эти сигналы недостаточно велики по амплитуде. Гораздо су-

ественнее их относительная низкочастотность. Чтобы осуществить эффективную передачу сигналов в какой-либо среде, необходимо перенести спектр этих сигналов из низкочастотной области в область достаточно высоких частот. Данная процедура получила название «модуляция».

Рассмотрим кратко некоторые вопросы, касающиеся принципов модуляции любого вида. Прежде всего, в передатчике формируется вспомогательный высокочастотный сигнал, называемый несущим (модулируемым) колебанием. Его математическая модель  $u_{\text{нес}}(t) = f(t; a_1, a_2, \dots, a_m)$  такова, что имеется некоторая совокупность параметров  $a_1, a_2, \dots, a_m$ , определяющих форму этого колебания. Пусть  $s(t)$  – низкочастотное сообщение, подлежащее передаче по каналу (модулирующий сигнал). Если по крайней мере один из указанных параметров изменяется во времени пропорционально передаваемому сообщению, то несущее колебание приобретает новое свойство: оно несет в себе информацию, которая первоначально была заключена в сигнале  $s(t)$ .

Физический процесс управления параметрами несущего колебания и является модуляцией.

В связи широкое распространение получили системы модуляции, использующие в качестве несущего простое гармоническое колебание, имеющее три свободных параметра  $U$ ,  $\omega$  и  $\varphi$  (1).

$$u_{\text{нес}} = U \cos(\omega t + \varphi). \quad (1)$$

Изменяя во времени тот или иной параметр, можно получать различные виды модуляции.

Если переменной оказывается амплитуда сигнала  $U(t)$ , причем остальные два параметра  $\omega$  и  $\varphi$  неизменны, то происходит амплитудная модуляция несущего колебания. Форма записи амплитудно-модулированного, или АМ-сигнала, такова:

$$u_{\text{ам}}(t) = U(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (2)$$

Осциллограмма АМ-сигнала имеет характерный вид (рисунок 1). Обращает на себя внимание симметрия графика относительно оси времени. В соответствии с формулой (2) АМ-сигнал есть произведение огибающей  $U(t)$  и гармонического заполнения  $\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ . В большинстве случаев огибающая изменяется во времени гораздо медленнее, чем высокочастотное заполнение (модулируемый сигнал).

При амплитудной модуляции связь между огибающей  $U(t)$  и модулирующим полезным сигналом  $s(t)$  принято определять следующим образом:

$$U(t) = U_m[1+M_s(t)], \quad (3)$$

где  $U_m$  – постоянное значение, равное амплитуде несущего колебания при отсутствии модуляции;

$M$  – глубина амплитудной модуляции.

Смысл этого термина поясняется осциллограммами АМ-сигналов, изображенными на рисунке 1, где  $a$  – неглубокая модуляция;  $b$  – глубокая модуляция;  $в$  – перемодуляция.

При малой глубине модуляции относительное изменение огибающей невелико, т. е.  $|M_s(t)| \ll 1$  во все моменты времени независимо от формы сигнала  $s(t)$ .

Если же в моменты времени, когда сигнал  $s(t)$  достигает экстремальных значений, имеются приближенные равенства (4), то говорят о глубокой амплитудной модуляции.

$$M_{s_{\max}}(t) \approx 1 \quad \text{или} \quad M_{s_{\min}}(t) \approx -1. \quad (4)$$

На рисунке 1,  $в$  изображена так называемая перемодуляция ( $M > 1$ ). Здесь форма огибающей перестает повторять форму модулирующего сигнала.

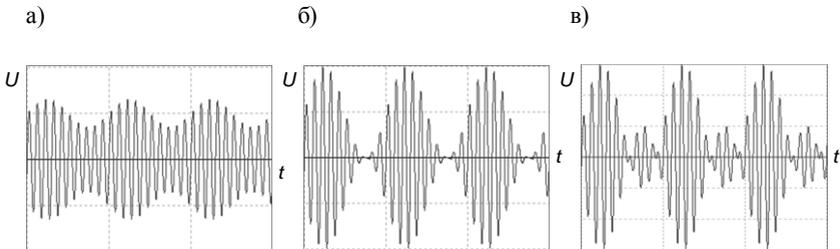


Рисунок 1

Одним из основных элементов аппаратуры при частотном разделении каналов связи являются модуляторы, обеспечивающие перемещение спектра сигнала из одного диапазона частот в другой. По своему назначению модуляторы разделяются на индивидуальные, предназначенные для перемещения спектра исходного сигнала в нужный диапазон, и групповые, осуществляющие перемещение спектра группового сигнала. В зависимости от применяемых в модуляторе нелинейных элементов различают пассивные (если использованы диоды) и активные (в которых применяются элементы, дающие усиление электрических колебаний, чаще всего транзисторы) (рисунки 2, 3).



форматор  $T3$  является выходным. Анализ работы модулятора преобразователя проще всего произвести графическим построением результирующего тока, который протекает в общей цепи и, следовательно, определяет результирующее напряжение, получаемое на выходе схемы.

На рисунке 3 представлена характеристика нелинейного элемента (диода)  $i = f(u)$ , слева в нижней части рисунка изображена суммарная кривая напряжения, подводимого к нелинейному элементу. Под влиянием этого напряжения в цепи возникает ток, представляющий собой изменяющиеся по высоте импульсы синусоидальной формы. Эти импульсы можно представить состоящими из постоянной составляющей (прямая 1), низкочастотной составляющей (кривая 2) и высокочастотных колебаний (кривая 3), изменяющихся по амплитуде с низкой частотой (модулированные колебания). Здесь же представлены составные части модулированных колебаний: несущая частота (кривая 5), верхняя и нижняя боковые частоты (кривые 4 и 6). Сущность работы схемы и спектр частот, появляющийся на ее выходе, не изменятся при изменении способа введения в схему несущей частоты (см. рисунок 2, б) или если выход схемы будет взят непосредственно с нелинейного элемента (см. рисунок 2, в). В последнем случае сопротивление нагрузки схемы должно быть высокоомным.

Таким образом, кроме полезных результатов модуляции (двух боковых частот), на выходе одноктактных схем существуют низкая частота сигнала и ряд комбинационных составляющих.

Рассмотрим этот процесс аналитически. Характеристика нелинейного элемента (рисунок 4) может быть аппроксимирована выражением (5).

$$i = au + bu^2 + cu^3 + \dots, \quad (5)$$

где  $a, b, c$  – коэффициенты, определяющие вид характеристики  $i = f(u)$ .

Для упрощения вывода положим, что членами, содержащими степени выше второй, можно пренебречь, т. е. будем считать, что:

$$i = au + bu^2. \quad (6)$$

На схему подается напряжение:

$$u = u_{\Omega} + u_{\omega} = u_{\Omega} \cos \Omega t + u_{\omega} \cos \omega t. \quad (7)$$

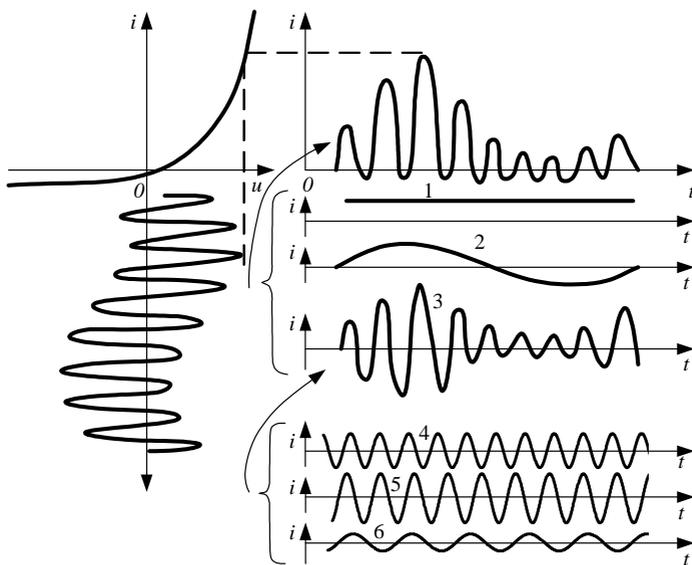


Рисунок 3

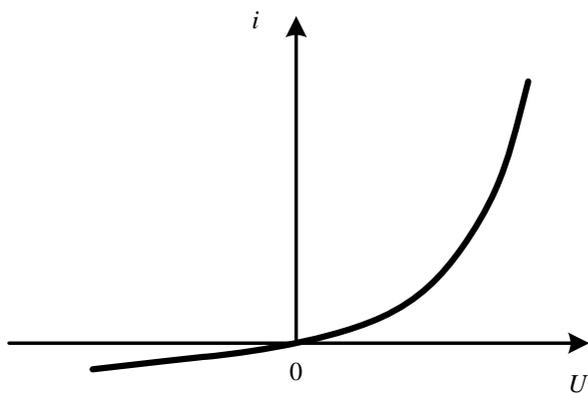


Рисунок 4

Подставив это выражение в формулу (6) и раскрыв скобки, получим:

$$\begin{aligned}
 i = & \underbrace{aU_{\Omega}\cos\Omega t + aU_{\omega}\cos\omega t}_{\text{токи с частотами подведенных колебаний}} + \underbrace{\frac{bU_{\Omega}^2}{2} + bU_{\omega}^2}_{\text{постоянная составляющая}} + \\
 & + \underbrace{\left(\frac{bU_{\Omega}^2}{2}\right)\cos 2\Omega t + \left(\frac{bU_{\omega}^2}{2}\right)\cos 2\omega t}_{\text{вторые гармоники}} \\
 & + \underbrace{bU_{\Omega}U_{\omega}\cos(\omega + \Omega)t + bU_{\Omega}U_{\omega}\cos(\omega - \Omega)t}_{\text{боковые частоты}}
 \end{aligned} \tag{8}$$

Таким образом, выводы, сделанные на основании графических построений, полностью подтвердились. Кроме того, более точный анализ показал, что на выходе схемы появляются вторые гармоники основных подведенных колебаний.

Общий частотный спектр, появляющийся на выходе схемы, представлен в виде спектрограммы на рисунке 5 (*a* – входные сигналы, *б* – выходные сигналы).

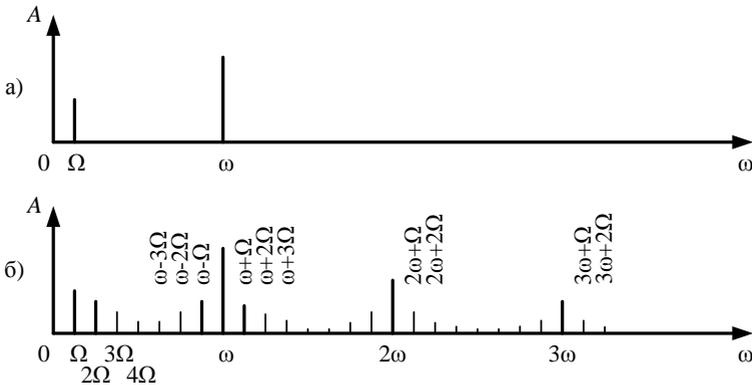


Рисунок 5

Весь этот спектр существует фактически на выходах всех трех трансформаторов  $T1-T3$  (см. рисунок 2, *a*), поскольку они все включены последовательно.

Если бы на вход модулятора была подана не одна частота  $\Omega$ , а спектр сигнала, то около несущей частоты и ее гармоник появились бы не боковые частоты, а верхняя и нижняя боковые полосы частот (рисунок 6, *a* – входные сигналы, *b* – выходные сигналы).

Однотактные модуляторы имеют ряд существенных недостатков, из которых главными являются: слишком насыщенный спектр частот, получаемый на выходе, затрудняющий выделение нужных полезных результатов модуляции; появление в преобразованном спектре гармонических составляющих вида  $\omega \pm 2\Omega$ ,  $\omega \pm 3\Omega$  и т. д., которые при преобразовании не одной частоты, а спектра частот попадают в спектр полезного сигнала и не могут быть отсеяны фильтрами.

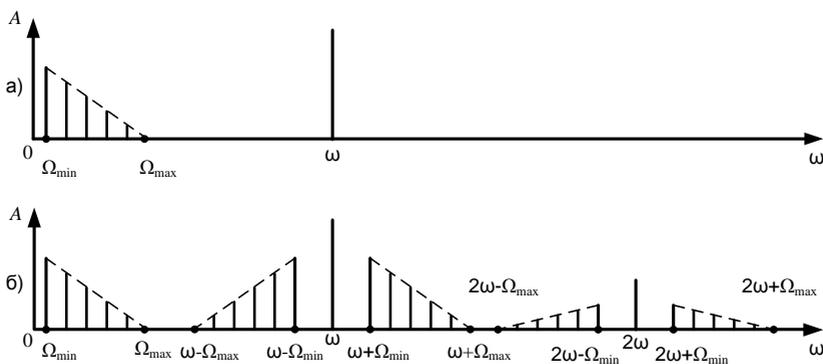


Рисунок 6

Анализ энергетических соотношений показывает, что основная мощность АМ-колебания заключена в несущем колебании, которое не содержит полезной информации. Нижняя и верхняя боковые полосы несут одинаковую информацию и имеют более низкую мощность.

## 2 Порядок выполнения работы

1 Изучить работу предложенных для исследований схем модулятора и демодулятора. Генератор модулирующих (информационных,  $\Omega$ ) колебаний –  $V2$ , генератор несущих (модулируемых,  $\omega$ ) колебаний –  $V1$ , полосопропускающий фильтр.

2 Исследовать работу модулятора. Открыть окно настроек генератора V1, изменить значение частоты  $\omega = 2\pi 1000N$  (отмеченное поле),  $N$  – номер по журналу преподавателя (рисунок 7).

3 Открыть окно настроек генератора V2, изменить значение частоты  $\Omega = 2\pi 100N$  (отмеченное поле) (рисунок 7).

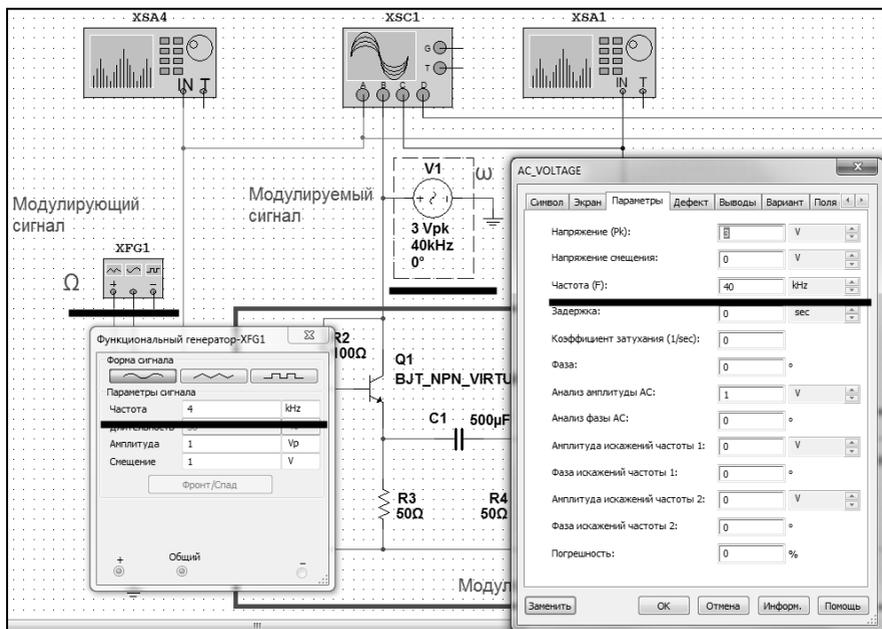


Рисунок 7

4 Заменить полосопропускающий фильтр, подключенный к выходу модулятора, на фильтр с параметрами заданного варианта. Для создания фильтра выбрать пункты меню "Инструментарий" > "Создатель схем" > "Создатель фильтров". В появившемся окне выбрать тип фильтра "Полосовой" (рисунок 8).

Задать частоты (нижняя частота среза –  $\omega/2$ , верхняя частота среза –  $3\omega/2$ , нижняя частота подавления –  $\Omega$ , верхняя частота подавления –  $2\omega$ ), после нажать кнопку "Проверить". Если под рисунком появилась надпись "Расчет произведен успешно", нажать кнопку "Создать" (рисунок 8).

Подключить созданный фильтр к выходу модулятора. Для этого у фильтра удалить источник питания и резистор 750 кОм (рисунок 9), удалить старый фильтр, подключить к схеме созданный фильтр.

5 Проверить работу модулятора с помощью анализаторов спектра и осциллографа (рисунок 10). Произвести измерение значений боковых частот и сравнить с результатами расчетов.

6 Исследовать работу демодулятора. Заменить фильтр нижних частот в амплитудном демодуляторе (рисунок 11) с параметрами: частота среза –  $\Omega$ , частота подавления –  $1.5\Omega$  (см. п. 4).

7 Проверить работу демодулятора с помощью анализаторов спектра и осциллографа (рисунок 12). Измерить значения частоты сигнала на выходе демодулятора и сравнить с входным модулирующим сигналом.

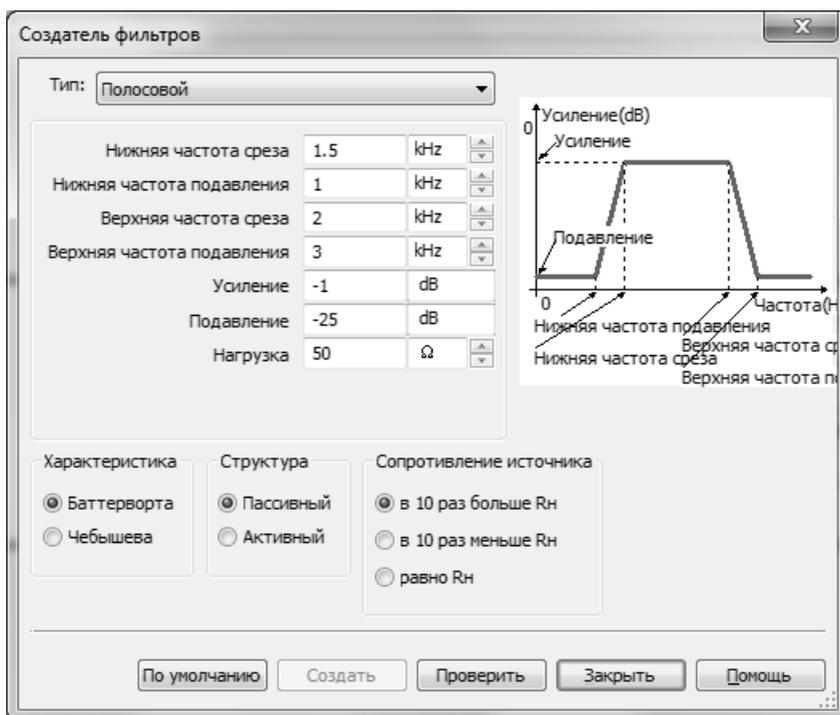


Рисунок 8

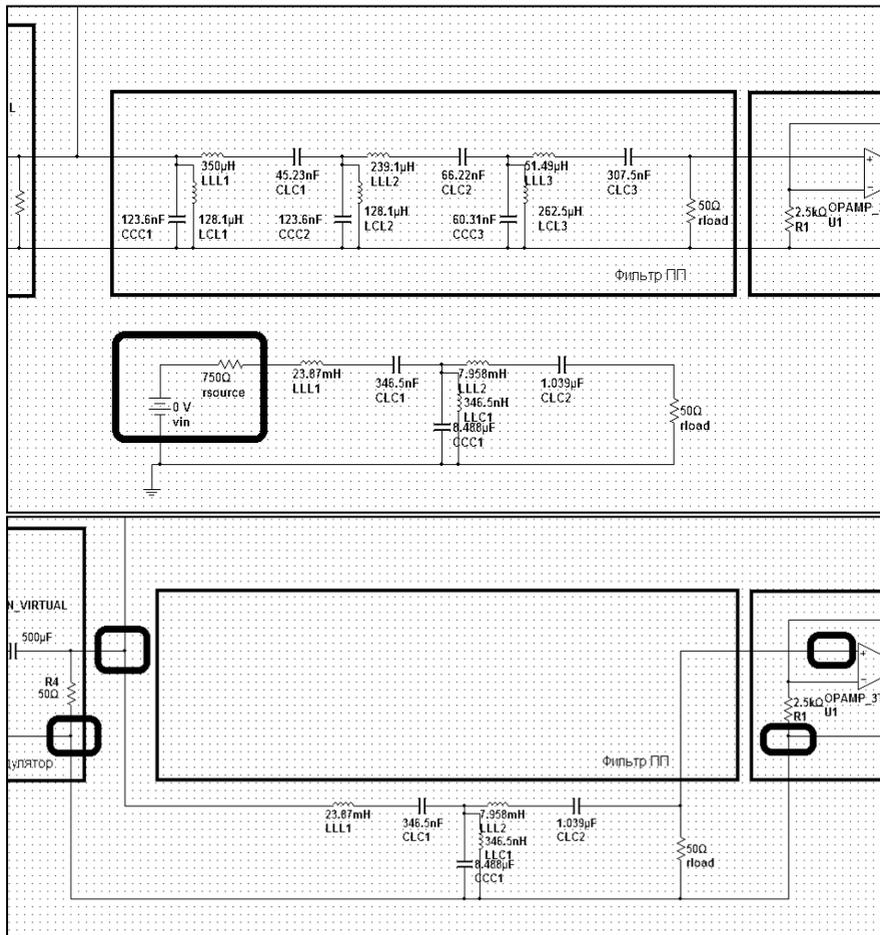


Рисунок 9

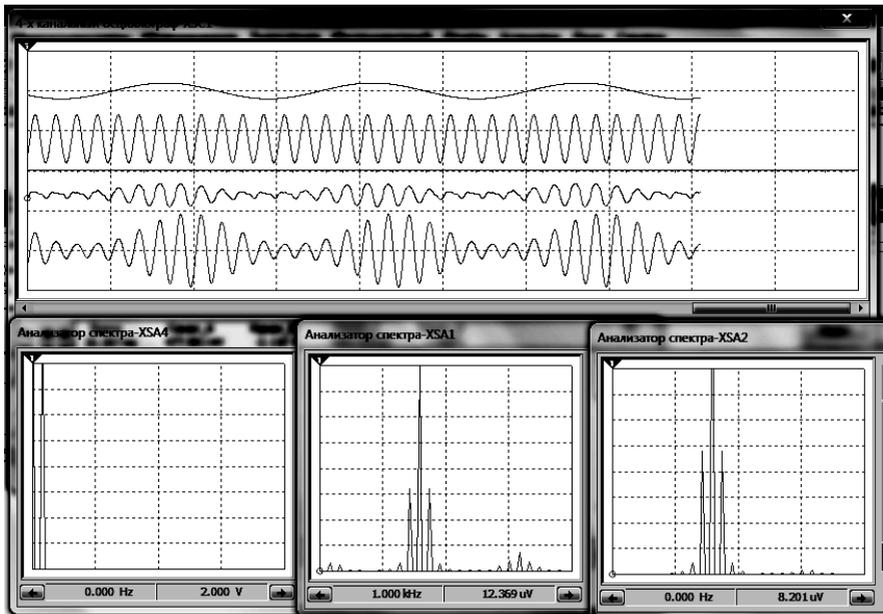


Рисунок 10

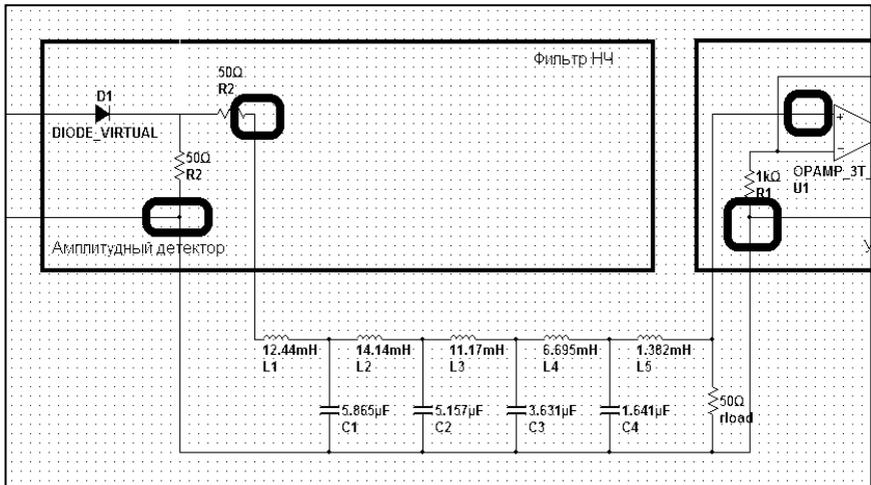


Рисунок 11

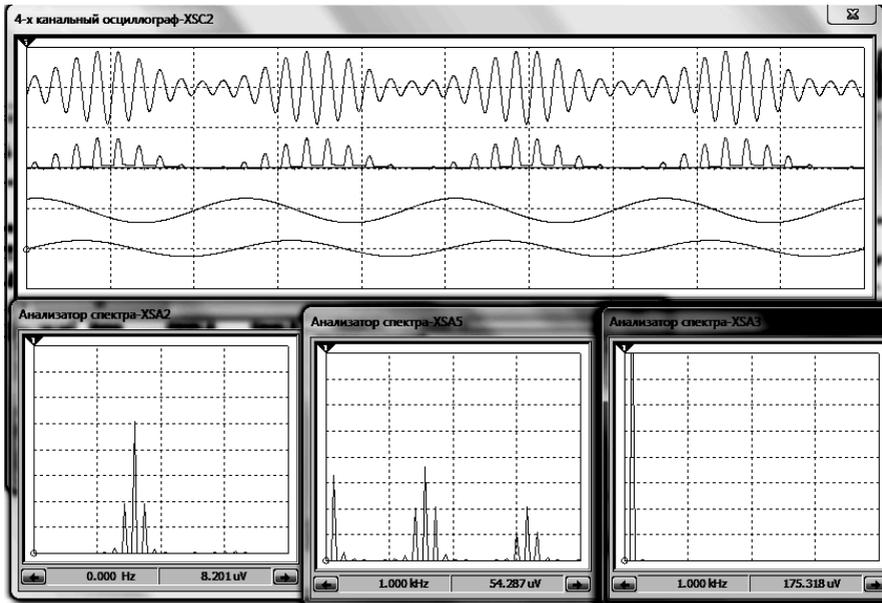


Рисунок 12

### Содержание отчета

- 1 Графики модулирующего и модулируемого сигналов.
- 2 Результаты моделирования работы схем модулятора и демодулятора (спектры сигнала после каждого этапа преобразования, осциллограммы промодулированного и демодулированного сигналов).
- 3 Выводы по результатам исследований.
- 4 Ответы на контрольные вопросы.

### Контрольные вопросы

- 1 Назначение модуляторов в аппаратуре с частотным разделением каналов связи.
- 2 Виды модуляций, их отличия.
- 3 Условия неглубокой, глубокой модуляций и перемодуляции.
- 4 Основные требования, предъявляемые к модуляторам.
- 5 Свойства нелинейных элементов модуляторов.
- 6 Однотактный модулятор, его достоинства и недостатки.
- 7 Пассивные и активные модуляторы.
- 8 Назначение демодуляторов в аппаратуре с частотным разделением каналов связи.

## Лабораторная работа № 3

### ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НЕПРЕРЫВНЫХ СИГНАЛОВ ДИСКРЕТНЫМИ ОТСЧЕТАМИ

**Цель работы.** Путем компьютерного моделирования в соответствии с теоремой Котельникова преобразовать непрерывный сигнал в дискретный, восстановить сигнал по отсчетам. Исследовать спектры сигналов.

**Подготовка к работе.** По технической литературе ознакомиться с принципами преобразования непрерывных сигналов в дискретные для цифровых систем передачи информации [1, с. 50–54; 2, с. 62–65; 3, с. 36–40].

#### 1 Краткие сведения из теории

При передаче непрерывных сообщений импульсными методами всегда встает вопрос не только о дискретном представлении таких сообщений на передающей стороне отсчетами, но и о его восстановлении на приемной стороне по принятым дискретным значениям (отсчетам). Этот процесс восстановления называют интерполяцией.

Непрерывные сигналы описываются непрерывными функциями времени. Мгновенные значения таких сигналов изменяются во времени плавно, без резких скачков (разрывов). Пример временной диаграммы непрерывного сигнала приведен на рисунке 1. Сигнал, временная диаграмма которого изображена на рисунке 2, не является непрерывным, поскольку его мгновенные значения в некоторые моменты времени изменяются скачками. Многие реальные сигналы являются непрерывными. К таковым можно отнести, например, электрические сигналы при передаче речи, музыки, многих изображений.

Сигналы с дискретным временем можно получить из непрерывных, выполняя над последними специальное преобразование, называемое дискретизацией по времени. Смысл этих преобразований проиллюстрируем с помощью временных диаграмм, приведенных на рисунке 3. Будем считать, что можно измерить мгновенные значения сигнала  $u(t)$  в моменты времени  $\Delta t$ ,  $2\Delta t$ ,  $3\Delta t$ ...;  $\Delta t$  называют шагом дискретизации по времени. Измеряемые значения  $u(\Delta t)$ ,  $u(2\Delta t)$ ,  $u(3\Delta t)$  отмечены на рисунке 1 точками. По этим значениям можно сформировать последовательность коротких прямоугольных импульсов, длительность которых одинакова и меньше интервала дискретизации  $\Delta t$ , а амплитуды равны измеренным значениям сигнала  $u(t)$ . Последовательность таких прямоугольных импульсов изображена на рисунке 3 часто называется импульсным сигналом, или сигналом с дискретным временем ( $u_d(t)$ ).

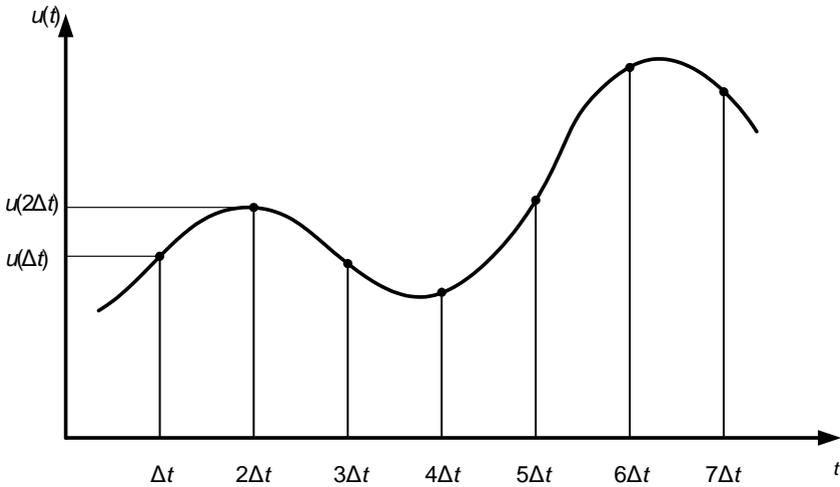


Рисунок 1

Шаг дискретизации по времени здесь постоянен и равен  $\Delta t$ , а амплитуда каждого импульса равна мгновенному значению сигнала  $u(t)$  в соответствующий момент времени. Поскольку непрерывный сигнал  $u(t)$  в выделенные моменты времени может принимать любые значения, то и амплитуды импульсов импульсного сигнала, полученного из непрерывного путем дискретизации по времени, также могут принимать любые значения.

Поскольку дискретные сигналы широко используют в настоящее время при передаче сообщений, а многие реальные сигналы являются непрерывными, то важно знать, можно ли непрерывные сигналы представлять с помощью дискретных, можно ли указать условия, при которых такое представление оказывается точным. Ответы на эти вопросы дает доказанная советским ученым В. А. Котельниковым теорема, являющаяся одним из фундаментальных результатов теоретической радиотехники. Эта теорема формулируется следующим образом: если непрерывный сигнал  $u(t)$  имеет ограниченный спектр и наивысшая частота в спектре меньше, чем  $f_b$  (Гц), то сигнал  $u(t)$  полностью определяется последовательностью своих мгновенных значений в дискретные моменты времени, отстоящие друг от друга не более чем на  $1/f_b$  секунд.

Смысл теоремы Котельникова поясним с помощью временных диаграмм, приведенных на рисунке 4. Пусть это будет часть временной диаграммы сигнала  $u(t)$  с ограниченным спектром и с верхней граничной частотой  $f_b$ . Если интервал дискретизации  $\Delta t < 1/2f_b$ , то в теореме утверждается, что по значениям  $u(\Delta t)$ ,  $u(2\Delta t)$ ,  $u(3\Delta t)$ , ..., отмеченным на рисунке 1 точками, можно определить точное значение сигнала  $u(t)$  для любого заданного мо-

мента времени  $t$ , находящегося между моментами отсчета. В соответствии с этой теоремой сигнал с ограниченным спектром и верхней частотой  $\omega_B < \omega_D/2$  можно представить в таком виде:

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(n\Delta t) \frac{\sin \omega_B(t-n\Delta t)}{\omega_B(t-n\Delta t)}, \quad (1)$$

где  $u(n\Delta t)$  – отсчеты мгновенных значений сигнала  $u(t)$  ( $n = \dots -1, 0, +1, \dots$ ),  $\omega_D = 2\pi f_D$  – частота дискретизации по времени ( $f_D = 1/\Delta t$ ).

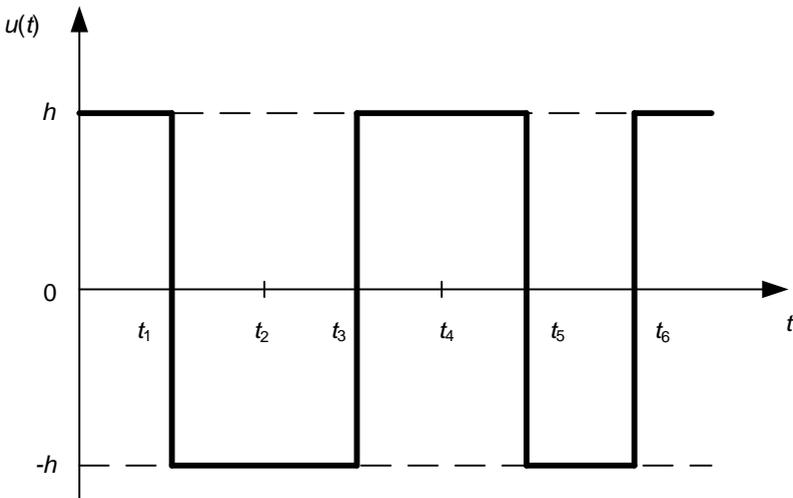


Рисунок 2

Ряд имеет бесконечное число слагаемых, так что для вычисления значения сигнала  $u(t)$  в момент времени  $t$  необходимо знать значения всех отсчетов  $u(n\Delta t)$ ,  $n = \dots -1, 0, +1, \dots$  как до, так и после указанного момента  $t$ . Точное равенство достигается, только когда учитываются все слагаемые. Если ограничиться конечным числом слагаемых в правой части, то их сумма даст лишь приближенное значение сигнала  $u(t)$ .

Представление сигнала  $u(t)$  рядом (1) иллюстрируется с помощью рисунка 4, на котором изображены временные диаграммы сигнала  $u(t)$  и трех слагаемых ряда (1).

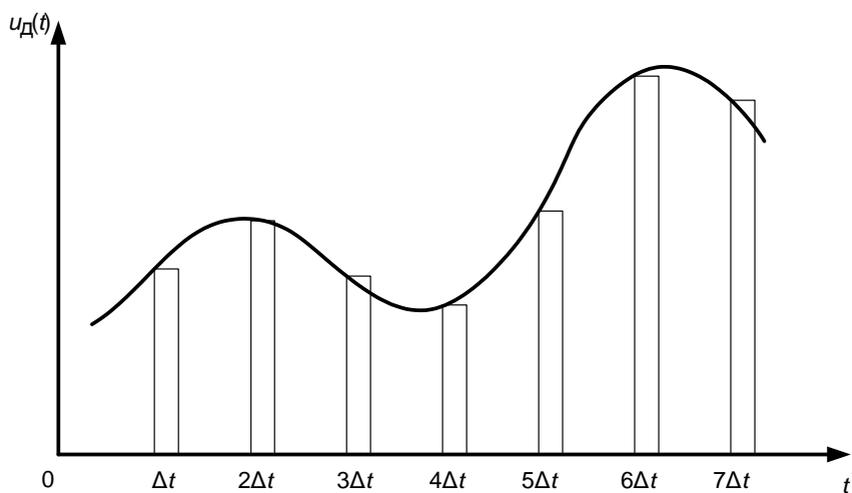


Рисунок 3

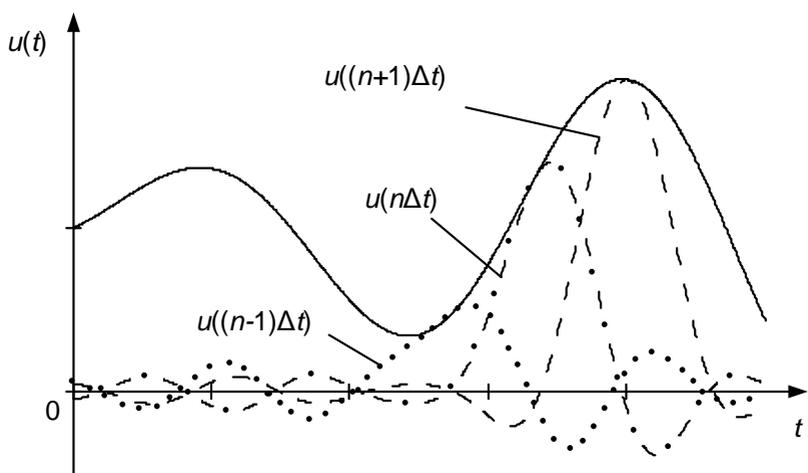


Рисунок 4

Таким образом, теорема Котельникова указывает условия, при которых непрерывный сигнал может быть точно восстановлен по соответствующему ему сигналу с дискретным временем. Реальные непрерывные сигналы, подлежащие передаче, как правило, имеют спектры хотя и довольно быстро

стремящиеся к нулю с ростом частоты, но всё же неограниченные. Такие сигналы могут быть восстановлены по своим дискретным отсчетам лишь приближенно. Однако, выбирая шаг дискретизации  $\Delta t$  достаточно малым, можно обеспечить пренебрежимо малое значение ошибки восстановления непрерывного сигнала по его принятым на приеме отсчетам в дискретные моменты времени.

Например, при передаче телефонного сигнала обычно принимают, что условная верхняя граничная частота  $f_b = 3,4$  кГц. В этом случае получаем, что частота дискретизации должна удовлетворять неравенству  $f_d \geq 6,8$  кГц, т. е. в одну секунду должно передаваться 6,8 тысяч отсчетов. Качество передачи речи при этом оказывается вполне удовлетворительным. Увеличение частоты дискретизации сверх указанного значения допустимо и приводит к незначительному повышению точности восстановления телефонного сигнала. Если же принять  $f_d < 6,8$  кГц, то точность восстановления телефонного сигнала заметно падает.

## 2 Порядок выполнения работы

1 Изучить работу схемы дискретизатора аналогового сигнала. Задать параметры входного амплитудно-модулированного сигнала: несущая частота  $\omega = 2\pi 100N$ , частота модуляции  $\Omega = 2\pi 100N$  (рисунок 5).

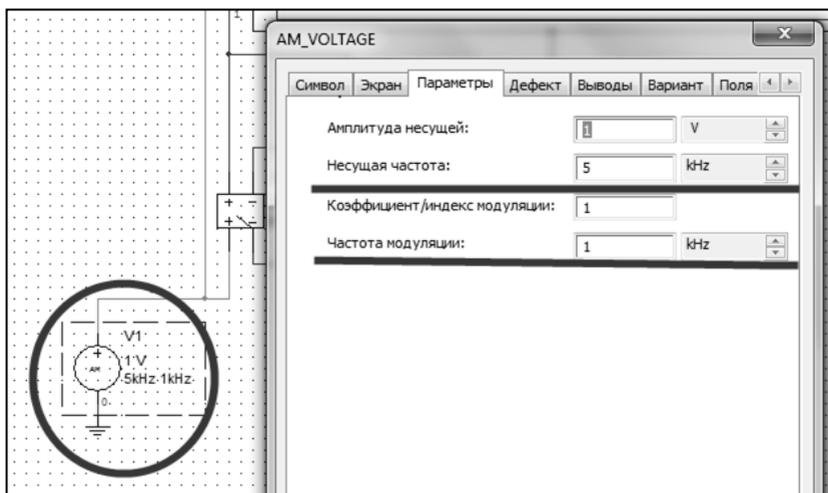


Рисунок 5

2 Измерить верхнюю частоту спектра входного сигнала ( $f_b \geq (\omega + \Omega)/2\pi$ ) (рисунок 6).

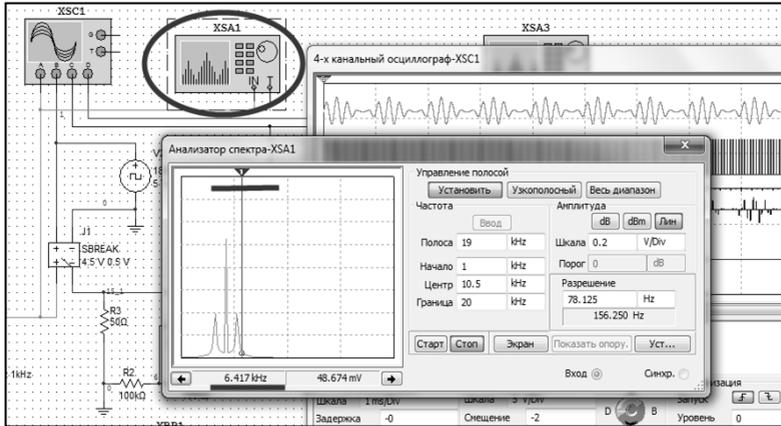


Рисунок 6

3 Установить частоту дискретизации  $f_d = 2,3 f_v$  (рисунок 7).

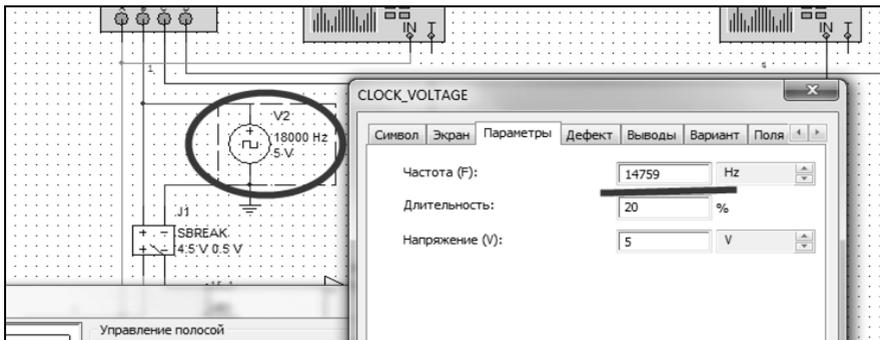


Рисунок 7

4 Проверить работу дискретизатора с помощью анализаторов спектра и осциллографа (рисунок 8).

5 Подключить фильтр нижних частот к выходу линии связи, с параметрами заданного варианта. Для создания фильтра выбрать пункты меню "Инструментарий" > "Создатель схем" > "Создатель фильтров". В появившемся окне выбрать тип фильтра "Фильтр НЧ" (рисунок 9).

Задать частоты (частота среза –  $\omega/2$ , частота подавления –  $3\omega/4$ ), после нажать кнопку "Проверить". Если под рисунком появилась надпись "Расчет произведен успешно", нажать кнопку "Создать" (рисунок 9). Появившийся фильтр установить на схему левой кнопкой мыши (рисунок 10).



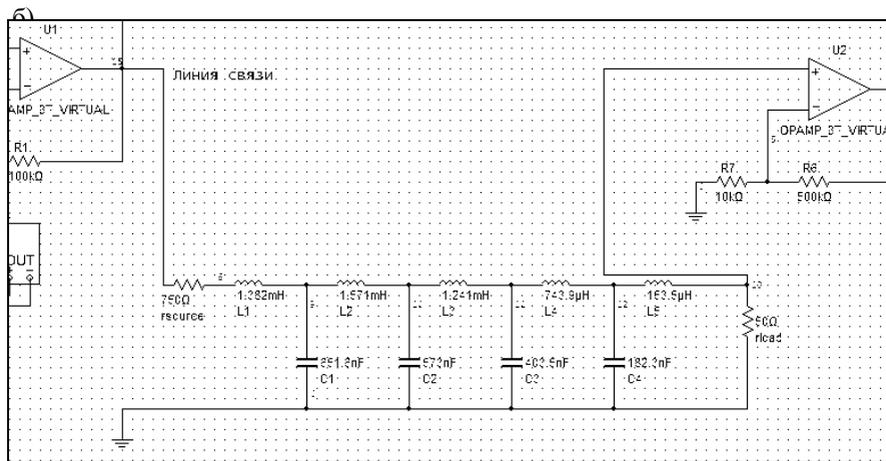
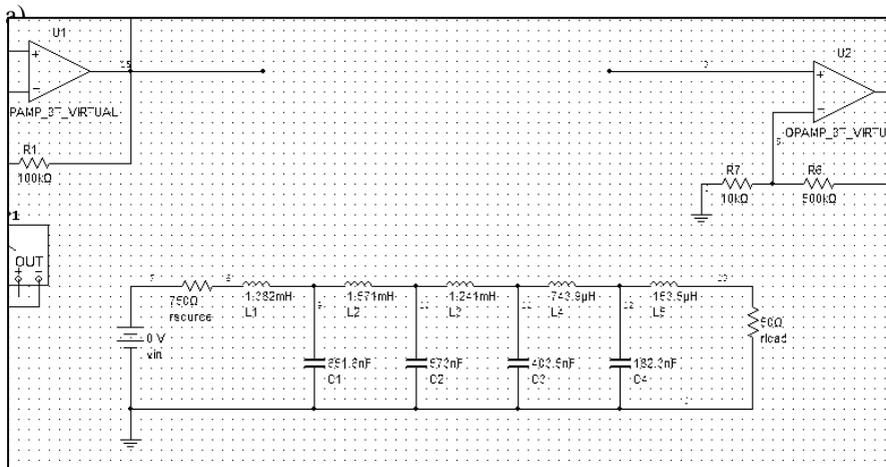


Рисунок 10

6 У созданного фильтра удалить источник питания, вставить его в приемник сигналов и подключить к выходу линии связи (см. рисунок 10).

7 Проверить работу приемника с помощью анализаторов спектра и осциллографа (рисунок 11). Сравнить спектры принятого и переданного сигналов (измерить верхние и нижние частоты спектров).

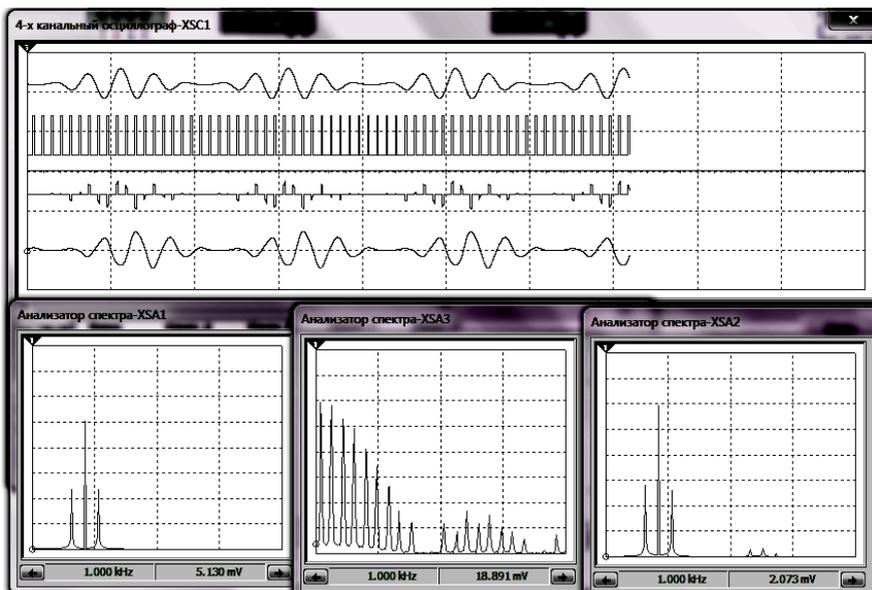


Рисунок 11

## Содержание отчета

- 1 График входного сигнала.
- 2 Результаты моделирования работы схем при дискретизации и интерполяции сигнала (спектры сигнала после каждого этапа преобразования, осциллограммы сигналов).
- 3 Выводы по результатам исследований.
- 4 Ответы на контрольные вопросы.

## Контрольные вопросы

- 1 В чем отличие непрерывного сигнала от дискретного?
- 2 Что такое шаг дискретизации?
- 3 Как формируются амплитуды отсчетов дискретного сигнала?
- 4 Какие требования предъявляются к непрерывному сигналу, преобразуемому в дискретный по теореме Котельникова?
- 5 Как влияет увеличение частоты дискретизации более  $2f_{\text{в}}$  на точность восстановления телефонного сигнала?
- 6 Как влияет уменьшение частоты дискретизации менее  $2f_{\text{в}}$  на точность восстановления телефонного сигнала на приеме?
- 7 Что такое интерполяция входных сигналов?

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 Теория передачи сигналов на железнодорожном транспорте / Г. В. Горелов [и др.]. – М. : Транспорт, 1999. – 415 с.

2 **Клюев, Л. Л.** Теория электрической связи / Л. Л. Клюев. – Минск : Дизайн ПРО, 1998. – 336 с.

3 **Каллер, М. Я.** Теоретические основы транспортной связи / М. Я. Каллер, А. Ф. Фомин. – М. : Транспорт, 1989. – 388 с.

4 **Кострома, В. С.** Спектры видеоимпульсов / В. С. Кострома, В. Н. Фомичев, В. Г. Шевчук. – Гомель : БелГУТ, 1999. – 31 с.

5 **Фомичев, В. Н.** Цифровая система передачи информации : пособие по курсовому проектированию / В. Н. Фомичев. – Гомель : БелГУТ, 2003. – 71 с.

6 **Семенюта, Н. Ф.** Алгоритмические основы построения систем связи / Н. Ф. Семенюта, В. Н. Фомичев. – Гомель : БелГУТ, 2002. – 39 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|   |    |
|---|----|
| <i>Лабораторная работа № 1</i> Исследование спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов..... | 3  |
| <i>Лабораторная работа № 2</i> Исследование амплитудно-модулированных сигналов.....                               | 10 |
| <i>Лабораторная работа № 3</i> Представление непрерывных сигналов дискретными отсчетами.....                      | 23 |
| Список рекомендуемой литературы.....  | 32 |

Учебное издание

**Фомичев** Владимир Николаевич  
**Жигалин** Игорь Олегович

ТЕОРИЯ ПЕРЕДАЧИ СИГНАЛОВ  
Лабораторный практикум

Редактор *А. А. Павлюченкова*  
Технический редактор *В. Н. Кучерова*

Подписано в печать 02.06.2014 г. Формат бумаги 60x84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>  
Бумага офсетная. Гарнитура Times. Печать на ризографе.  
Усл. печ. л. 1,86. Уч.-изд. л. 1,80. Тираж 300 экз.  
Зак № . Изд. № 20

Издатель и полиграфическое исполнение  
Белорусский государственный университет транспорта:  
ЛИ № 02330/0552508 от 09.07.2009 г.  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий № 2/104 от 01.04.2014  
246653, г. Гомель, ул. Кирова, 34