

Большинство новых жилых кварталов проектируется непосредственно в городе, поэтому необходимо задуматься о проектировании кварталов в Белгородском районе, промышленных территориях города и в местах с проблемной транспортной доступностью для того, чтобы жильцы имели возможность работать, проводить досуг и закрывать свои социальные потребности в шаговой доступности от своего дома.

К развитию жилого квартала необходимо подходить комплексно, так как жилые кварталы являются частью целого городского пространства.

Список литературы

1 **Ковтуненко, М. Г.** Типология каркасов крупных городов и степень их влияния на развитие территории / М. Г. Ковтуненко, А. В. Радкевич // Тенденции развития науки и образования. – 2020. – № 58 (1). – С. 5–9.

2 **Федченко, И. Г.** Принципы формирования жилых планировочных единиц в контексте современных тенденций градостроительства / И. Г. Федченко // Architecture and Modern Information Technologies (Архитектура и современные информационные технологии) (АМИТ). – 2015. – № 1 (30).

3 **Олейников, А. А.** Реновация городских территорий: проблемы и пути решения на примере г. Белгорода / А. А. Олейников, М. И. Арслан, В. В. Перцев // Вестник БГТУ им. В. Г. Шухова. – 2023. – № 7. – С. 71–83.

4 Оценка взаимосвязи социальных и пространственных факторов в планировке города Белгорода / А. Г. Большаков, Д. А. Лоншаков, В. Ю. Бондарева, Т. П. Щербакова // Вестник ИргТУ. – 2015. – № 1 (96). – С. 88–102.

5 **Попова, Е. Ю.** Типология жилищного фонда города Белгорода / Е. Ю. Попова // Вестник БГТУ им. В. Г. Шухова. – 2018. – № 12. – С. 73–82.

УДК 531.31; 624.04; 519.6

РАСЧЕТ КОНСТРУКЦИЙ С ПЯТЬЮ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

А. А. БОЧАГОВА, А. А. НОВОЖИЛОВ

Научный руководитель – С. А. Тумаков (канд. техн. наук, доцент)

Ярославский государственный технический университет,

Российская Федерация

В данной работе рассматривается динамический расчет сооружений с акцентом на определение частот собственных колебаний систем с конечным числом степеней свободы. Цель работы – исследовать возможности электронных таблиц в матричных вычислениях частот собственных колебаний систем с конечным числом степеней свободы. Предмет исследования – функции электронной таблицы для расчета частот собственных колебаний. В работе приведены основные выражения и преобразования для определения частот собственных колебаний и выполнен пример расчета вертикальной консоли с пятью степенями свободы.

Расчет частот собственных колебаний сооружений является составной частью динамического расчета и выполняется с целью предотвращения резонансных явлений, а также для вычисления динамической составляющей ветрового воздействия на проектируемое сооружение.

Динамика сооружений – это специальный раздел строительной механики, в котором исследуется поведение и критерии напряженно-деформированного состояния систем под динамическим воздействием, определяются основные закономерности расчёта сооружений на действия динамических нагрузок [1].

Современный расчет зданий и сооружений при необходимости выполняется с применением промышленных программных вычислительных продуктов. Однако для предварительных расчетов или в случаях, когда замена континуальной реальной модели конструкции дискретной моделью дает достаточную точность вычисления, прибегают к таким приближенным методам вычислений, которые позволяют находить искомые величины, не прибегая к помощи мощных вычислительных комплексов.

Все конструктивные системы зданий обладают распределенной массой. Числом степеней свободы является количество независимых геометрических параметров, которые определяют положение всех масс системы при возможном ее движении. Для элементов зданий, являющихся системами с распределенными массами, количество степеней свободы равно бесконечности. Для упрощения динамического расчета и предварительных расчетов можно использовать метод замены распределенных масс сосредоточенными массами [2, 3]. Например, каркасные многоэтажные здания можно представить в виде вертикальной консоли с сосредоточенными массами, расположенными в уровне перекрытий. В этом случае количество степеней свободы можно принять равным количеству перекрытий.

В качестве примера рассмотрим задачу определения частот собственных колебаний системы с пятью степенями свободы.

Для нахождения частот собственных колебаний ω системы с пятью степенями свободы необходимо решить характеристическое уравнение, которое получается при раскрытии определителя, называемого вековым уравнением [1, 2],

$$\begin{vmatrix} \delta_{11}m_{1-\lambda} & \delta_{12}m_2 & \dots & \delta_{15}m_5 \\ \delta_{21}m_1 & \dots & \delta_{22}m_2 - \lambda & \dots & \delta_{25}m_5 \\ \delta_{51}m_1 & \delta_{52}m_2 & \dots & \delta_{55}m_{5-\lambda} \end{vmatrix} = 0. \quad (1)$$

где δ_{ij} – перемещения по направлению i от действия единичной силы по направлению j , вычисляемые по правилам строительной механики; $\lambda = 1/\omega^2$.

Раскрывая определитель, получаем алгебраическое характеристическое уравнение пятого порядка относительно λ

$$\lambda^5 + k_1\lambda^4 + k_2\lambda^3 + k_3\lambda^2 + k_4\lambda + k_5 = 0. \quad (2)$$

Коэффициенты k характеристического уравнения (2) будем находить по методу Фаддеева Д. К. [4], в соответствии с которым коэффициенты k вычисляются как следы матриц A_1, A_2, \dots, A_n , преобразованных по рекуррентным формулам:

$$A_1 = DM, \quad k_1 = -tr(A_1), \quad B_1 = A_1 + k_1 E; \quad (3)$$

$$A_2 = A_1 B_1, \quad k_2 = -(1/2)tr(A_2), \quad B_2 = A_2 + k_2 E; \quad (4)$$

$$\dots$$

$$A_5 = A_1 B_4, \quad k_5 = -(1/5)tr(A_5), \quad B_5 = A_5 + k_5 E = 0; \quad (5)$$

где M – диагональная матрица масс, D – матрица податливости, определяемая выражением

$$D = \begin{vmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{15} \\ \delta_{21} & \dots & \delta_{22} & \dots & \delta_{25} \\ \delta_{511} & \delta_{52} & \dots & \delta_{55} \end{vmatrix}. \quad (6)$$

Электронные таблицы широко применяются в инженерных расчетах. Расчеты, связанные с определением частот собственных колебаний систем с числом степеней свободы больше трех, громоздки и вызывают затруднения при выполнении их вручную. Применение электронных таблиц позволяет значительно облегчить вычисления частот собственных колебаний таких систем, существенно упрощает отдельные операции вычислений, а также ускоряет процесс расчета в целом и повышает его точность.

Расчет частот собственных колебаний для стойки с пятью степенями свободы (рисунок 1) выполняем в электронной таблице с использованием способа Фаддеева Д. К. [4]. Изгибная жесткость элементов стойки принята постоянной $EI = \text{const}$. Пример условный, приводится исключительно для демонстрации вычислительных возможностей электронной таблицы в матричной форме и нахождения корней характеристического уравнения.

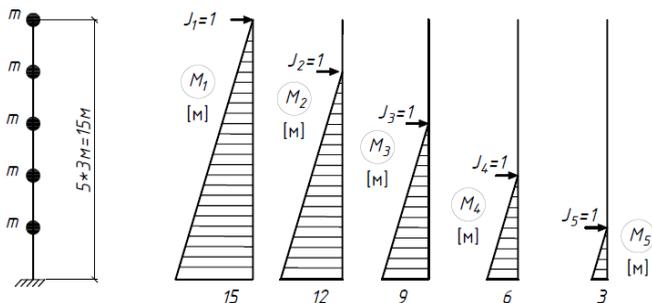


Рисунок 1 – Стойка с пятью степенями свободы и единичные эпюры

Для вычисления единичных перемещений δ_{ij} загружаем последовательно систему пятью единичными силовыми факторами $J_i = 1$ и строим эпюры моментов. Перемещения δ_{ij} вычисляются стандартным способом перемножения единичных эпюр моментов по правилу Верещагина. Для показанной на рисунке 1 конструкции в электронной таблице перемещения находим по формулам

$$\delta_{ii} = \frac{a_i^3}{3EI} \quad (7)$$

$$\delta_{ij} = \frac{a_i^2}{2EI} \left(a_j - \frac{a_i}{3} \right), \quad (8)$$

где a_i, a_j – ординаты единичных эпюр моментов (см. рисунок 1), причем должно выполняться условие $a_j > a_i$.

Заполняем матрицу податливости (6) вычисленными единичными перемещениями

$$D = \frac{1}{EI} \begin{vmatrix} 1125 & 792 & 486 & 234 & 63 \\ 792 & 576 & 364,5 & 180 & 49,5 \\ 486 & 364,5 & 243 & 126 & 36 \\ 234 & 180 & 126 & 72 & 22,5 \\ 63 & 49,5 & 36 & 22,5 & 9 \end{vmatrix}.$$

Умножаем матрицу податливости на матрицу масс и выполняем вычисления по формулам (3)–(5), в результате которых получаем коэффициенты k_i . Для перемножения и сложения матриц используем стандартные функции электронной таблицы. Следы матриц A_i можно найти суммированием элементов, расположенных на главной диагонали матрицы. В данной работе они вычислены при помощи функции СУММПРОИЗВ и равны:

$$k_1 = -2,03 \cdot 10^3 m / (EI), k_2 = 1,12 \cdot 10^5 m^2 / (EI)^2, k_3 = -8,24 \cdot 10^5 m^3 / (EI)^3, \\ k_4 = 1,46 \cdot 10^6 m^4 / (EI)^4, k_5 = -6,68 \cdot 10^5 m^5 / (EI)^5.$$

Подставляем полученные значения коэффициентов k_i в выражение (2) и решаем полученное уравнение относительно λ

$$\lambda^5 - 2,03 \cdot 10^3 m \lambda^4 / (EI) + 1,12 \cdot 10^5 m^2 \lambda^3 / (EI)^2 - \\ - 8,24 \cdot 10^5 m^3 \lambda^2 / (EI)^3 + 1,46 \cdot 10^6 m^4 \lambda / (EI)^4 - 6,68 \cdot 10^5 m^5 / (EI)^5 = 0.$$

Для решения этого уравнения в электронной таблице строим график $f(\lambda)$ и определяем интервалы, в которых данная функция меняет знак. После этого в найденных интервалах используем опцию «Подбор параметра» с закладки «Данные» в команде «Анализ если что». На рисунке 2 показан результат определения корня λ_5 в интервале (0,7; 0,8).

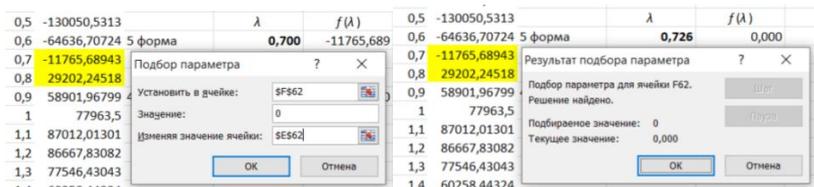


Рисунок 2 – Результат подбора корня уравнения λ_5

Аналогично показанному способу находим и остальные значения корней характеристического уравнения:

$$\lambda_5 = 0,726m / (EI); \lambda_4 = 1,610m / (EI); \lambda_3 = 6,013m / (EI); \lambda_2 = 48,277m / (EI); \lambda_1 = 1968,373m / (EI).$$

Частоты собственных колебаний получаем из λ как $\omega = \sqrt{1/\lambda}$:

$$\omega_1 = 0,0225\sqrt{EI/m}; \omega_2 = 0,1439\sqrt{EI/m}; \omega_3 = 0,4078\sqrt{EI/m}; \omega_4 = 0,7881\sqrt{EI/m}; \omega_5 = 1,1736\sqrt{EI/m}.$$

Полученные результаты проверены на ортогональность главных форм свободных колебаний.

Поставленная задача в исследовании выполнена. Определены частоты собственных колебаний стойки с пятью степенями свободы.

Настоящей работой продемонстрированы возможности электронных таблиц в динамических расчетах. Приемы вычислений, показанные для системы с пятью степенями свободы, несложно расширить и на расчеты систем с количеством степеней свободы больше пяти. Разработанные в электронной таблице алгоритмы могут быть применены в проектной практике при расчетах частот собственных колебаний систем с конечным числом степеней свободы, а также в учебном процессе по дисциплине «Строительная механика» по строительному направлению.

Список литературы

1 **Колотовичев, Ю. А.** Основы динамики сооружений : учеб.-метод. пособие / Ю. А. Колотовичев, А. И. Каракозова. – СПб. : Научное издание, 2023. – 206 с. – ISBN 978-5-907618-55-8. – EDN DVRPFJ.

2 **Волков, А. С.** Динамические расчеты упругих систем : учеб. пособие / А. С. Волков, Ю. Г. Плотников. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2007. – 95 с.: ил.

3 **Лампси, Б. Б.** Методы определения собственных частот многоэтажных зданий / Б. Б. Лампси, П. А. Хазов, О. М. Кофорова, А. А. Генералова // Вестник Волжского регионального отделения Российской академии архитектуры и строительных наук. – 2016. – № 19. – С. 176–180. – EDN WVOOVH.

4 **Фаддеев, Д.К.** Вычислительные методы линейной алгебры / Д. К. Фаддеев, В. Н. Фаддеева. – М. : Физматгиз, 1960. – 656 с.

УДК 712.4.01