МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА

Кафедра физики

Р. Г. ПИНЧУК, Н. П. ГОНЧАРОВА,
В. Я. МАТЮШЕНКО

МЕХАНИКА.
МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА
И ТЕРМОДИНАМИКА

Пособие для самостоятельной работы
студентов инженерно-технических специальностей втузов
безотрывной формы обучения

Рекомендовано советом
строительного факультета

Гомель 1999

УДК [53+ 531] (075.8)

Пинчук Р. Г., Гончарова Н. П., Матюшенко В. Я.

МЕХАНИКА. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА: Пособие для самостоятельной работы студентов инженерно-технических специальностей втузов безотрывной формы обучения. – Гомель: БелГУТ, 1999. – 82 с.

Приведены общие методические указания, вопросы для изучения теоретического материала по разделам программы, основная и дополнительная литература, сведения из теории, примеры решения задач, задачи для контрольных работ и справочные таблицы по разделам "Механика. Молекулярная физика и термодинамика" программы курса физики для инженерно-технических специальностей втузов.

Предназначено для методического обеспечения самостоятельной работы по физике студентов безотрывной формы обучения.

Р е ц е н з е н т ы - **кафедра физики Гомельского государственного технического университета им. П.О. Сухого**, канд. физ.- мат. наук, доцент **В.Ф. Шолох** (ГГУ им. Ф. Скорины)

В. Я. Матюшенко 1999.

1 Общие методические указания

Курс физики втузов делится на шесть разделов. В соответствии с этим учебный материал пособия разделен на три части, которые включают в себя по два раздела курса. Изучение каждого раздела сопровождается выполнением одной контрольной работы из восьми задач. Варианты задач контрольных работ выдаются преподавателем в конце соответствующей экзаменационной сессии.

Процесс изучения курса физики студентом безотрывной формы обучения состоит из следующих основных этапов: самостоятельное изучение физики по учебным пособиям, решение задач, выполнение контрольных работ и их защита преподавателю, выполнение лабораторных работ, сдача зачетов и экзаменов.

Самостоятельная работа по учебным пособиям

Этот вид занятий является главным в учебной работе студента безотрывной формы обучения. При этом необходимо руководствоваться следующим:

- Курс физики необходимо изучать систематически в течение всего учебного процесса. Изучение курса в сжатые сроки перед экзаменом не дает глубоких и прочных знаний.
- Избрав какое-нибудь учебное пособие в качестве основного, студент должен придерживаться его при изучении всего курса или, по крайней мере, целого раздела. Замена одного учебного пособия другим в процессе изучения ведет к утрате логической связи между отдельными вопросами. Если же основное пособие не дает полного ответа на отдельные вопросы программы, необходимо обратиться и к другим учебным пособиям.
- Работа над учебным пособием сопровождается составлением конспекта, в котором записываются формулировки законов и выражающие их формулы, определения физических величин и единиц их измерения, выполняется чертеж и решаются типовые задачи.
- Изучая курс физики, студент встречается с большим количеством единиц измерения, которые объединяются в Международную систему единиц (СИ). Студент должен помнить, что без основательного знания системы единиц, без умения пользоваться ими при решении физических задач невозможно усвоить курс физики и тем более применять физические знания на практике.

• Всю работу по овладению курса физики студент должен подвергать систематическому самоконтролю с помощью вопросов, которые приводятся в пособии при изучении каждого раздела.

Студент не должен ограничиваться только запоминанием физических формул. Он должен осмыслить их и уметь самостоятельно вывести.

Решение задач

Необходимым условием успешного изучения курса общей физики является систематическое решение задач, которое помогает уяснить физический смысл явлений, закрепить в памяти студента формулы, выработать навыки практического применения теоретических знаний.

При решении задач необходимо:

• выбрать основные законы и формулы, которые используются при решении задачи, вспомнить словесную формулировку этих законов, разъяснить буквенные обозначения, употребляемые при написании формул. При использовании для решения задач формулы, которая является частным случаем и не выражает физический закон или не является определением какой-нибудь физической величины, эту формулу следует вывести сопровождая решение краткими исчерпывающими пояснениями;

• сопровождать решение краткими исчерпывающими пояснениями;

• все величины, входящие в условие задачи, выразить в единицах СИ. Проверить размерность искомой величины. Для этого подставить в правую часть полученной формулы вместо обозначений величин наименования их единиц и проверить, получается ли в результате единица искомой величины. Верно полученная рабочая формула должна давать правильную размерность искомой величины;

• в окончательную формулу, полученную в результате решения задачи в общем виде, подставить числовые значения, выраженные в единицах одной системы (СИ). Пренебрежение этим правилом приводит к неверному результату;

• произвести вычисления величин, подставленных в формулу, руководствуясь правилами приближенных вычислений, при необходимости– представлять результат в виде степенного числа. Записать в ответе числовое значение и размерность единицы измерения искомой величины в СИ;

• оценить правдоподобность полученного результата.

Физические задачи весьма разнообразны, и дать единую схему их решения невозможно. Однако, как правило, физические задачи следует решать в общем виде, т. е. в буквенных выражениях, не производя вычисления промежуточных величин. Числовые значения подставляются только в окончательную рабочую формулу, выражающую искомую величину. Умение решать задачи приобретается длительными и систематическими упражнениями.

Выполнение контрольных работ

Выполнение контрольных работ студентом и их рецензирование преследует две цели: во-первых, таким путем осуществляется контроль за самостоятельной работой студента; во-вторых, проверяется усвоение студентом соответствующего материала с целью оказать при необходимости ему помощь по вопросам, которые оказались слабо усвоены или не поняты студентом.

По каждому разделу курса общей физики студент-заочник приступает к выполнению контрольных работ только после изучения материала, соответствующего данному разделу программы, внимательного ознакомления с приемами решения задач, приведенных в данном пособии по каждому разделу курса.

При этом необходимо руководствоваться следующим :

- Контрольные работы от первой до последней выполняются в обычной школьной тетради (каждая контрольная работа в отдельной тетради), только по условиям задач данного пособия. Замена какой-либо контрольной работы другой, взятой из аналогичного пособия, не допускается.
- На лицевой стороне контрольноой работы приводятся сведения по следующему образцу:

Кафедра физики Контрольная работа № __ по физике (задачи №) студента __ курса (группа ______) Иванова Ивана Ивановича Учебный шифр № _______________ ~~Домашний адрес: 246028, г. Гомель, ул. им. Кожара, д. 27, кв. 15~~

- Выполнять контрольные работы следует чернилами или шариковой ручкой. Каждая следующая задача должна начинаться с новой страницы. Условие задачи переписывается полностью, без сокращений. Для замечаний рецензента на страницах тетради оставляются поля.
- Все решаемые задачи сопровождаются краткими, но исчерпывающими пояснениями, раскрывающими физический смысл употребляемых формул, и с обязательным выполнением основных правил решения задач.
- В конце каждой контрольной работы студент-заочник должен привести название учебника или учебного пособия, которым он пользовался, автора и год издания, чтобы рецензент в случае необходимости мог конкретно указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.
- Получив прорецензированную работу, студент обязан устранить недостатки, указанные рецензентом.
- Если при рецензировании контрольная работа не зачтена, студент обязан послать ее на повторное рецензирование, включив в нее дополнительные

решения тех задач, в которых были допущены ошибки. Работа над ошибками выполняется в той же тетради (в конце контрольной работы).

- Студент является на экзаменационную сессию, получает на кафедре прорецензированные работы и по расписанию деканата защищает их перед преподавателем. Студент должен быть готов при защите контрольной работы дать пояснения по существу решения входящих в нее задач. Зачтенные контрольные работы остаются у экзаменатора.

2 Вопросы для изучения теоретического материала по разделам программы

Физические основы механики

Введение. Кинематика материальной точки. Механическое движение. Система отсчета. Траектория. Перемещение и путь. Скорость и ускорение. Тангенциальное и нормальное ускорение. Движение материальной точки по окружности. Связь между линейными и угловыми характеристиками движения.

Динамика материальной точки и тела, движущегося поступательно. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Сила, масса. Второй закон Ньютона. Третий закон Ньютона. Импульс. Закон сохранения импульса.

Силы в механике. Виды сил в механике. Силы упругости. Силы трения. Силы тяжести. Закон всемирного тяготения. Гравитационное поле и его характеристики. Понятие об неинерциальных системах отсчета.

Работа. Мощность. Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия. Кинетическая энергия. Закон сохранения энергии в механике.

Динамика вращательного движения твердого тела. Модель абсолютно твердого тела. Поступательное и вращательное движения тела. Центр инерции (масс) твердого тела. Момент инерции. Момент импульса. Момент силы. Основной закон механики вращательного движения. Закон сохранения момента импульса. Кинетическая энергия вращательного движения тела.

Релятивистская механика. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности. Границы применимости классической механики. Постулаты Эйнштейна. Принципы относительности Эйнштейна. Преобразования Лоренца. Следствия, вытекающие из преобразований Лоренца (одновременность событий, сокращение длин и промежутков времени, релятивистский закон сложения скоростей). Релятивистская масса и импульс. Основной закон релятивистской динамики. Понятие энергии в релятивистской механике (энергия покоя, кинетическая, полная).Взаимосвязь массы и энергии.

Молекулярная физика и термодинамика

Термодинамические системы. Идеальный газ. Молекулярно-кинетический и термодинамический методы. Тепловое движение молекул.

Взаимодействие молекул. Состояние системы. Параметры системы. Равновесные и неравновесные состояния и процессы. Уравнение состояния идеального газа. Опытные газовые законы (изотермический, изохорный, изобарный). Работа, совершаемая газом при изменении объема.

Физические основы молекулярно-кинетической теории. Молекулярно-кинетическая модель идеального газа. Энергия поступательного движения молекулы и ее связь с температурой. Число степеней свободы молекулы. Закон равномерного распределения энергии по степени свободы. Внутренняя энергия и теплоемкость идеального газа.

Распределение молекул газа по скоростям. Распределение Максвелла. Характеристические скорости молекул газа (наиболее вероятная, средняя арифметическая, средняя квадратичная). Идеальный газ в поле сил тяжести. Распределение Больцмана. Столкновение между молекулами. Эффективный диаметр молекулы. Средняя длина свободного пробега.

Явления переноса. Тепловое движение и связанный с ними перенос массы, импульса и энергии. Диффузия, вязкость и теплопроводность в газах. Экспериментальные законы диффузии, вязкости и теплопроводности. Молекулярно-кинетический расчет коэффициентов переноса.

Основы термодинамики. Метод термодинамики. Первое начало термодинамики и его применение к изопроцессам. Второе начало термодинамики. Круговые процессы. Тепловые двигатели. Цикл Карно.

Энтропия. Приведенная теплота и понятие энтропии. Изменение энтропии при необратимых процессах. Статистический смысл второго начала термодинамики. Флуктуация параметров состояния. Тепловая теорема Нернста.

Реальные газы. Отступление от законов идеального газа. Влияние собственного объема и взаимодействия молекул. Уравнение Ван-дер-Ваальса и его анализ. Изотермы Ван-дер-Ваальс. Критическое состояние. Характеристика однофазных и двухфазных состояний в координатах P-V. Внутренняя энергия реального газа.

Жидкости. Ближний порядок в жидкости. Характер теплового движения молекул жидкости. Радиус молекулярного действия. Поверхностный слой жидкости. Поверхностное натяжение. Явление смачивания. Краевой угол. Капиллярные явления.

Твердые тела. Дальний порядок в твердых телах. Характер теплового движения молекул в твердых телах. Кристаллические и аморфные тела. Тепловое расширение и теплоемкость твердых тел. Закон Дюлонга и Пти. Понятие фазы. Кристаллизация и плавление. Испарение и конденсация. Теплота фазового перехода. Диаграмма состояния. Тройная точка.

3 Рекомендуемая литература

Основная

1. *Савельев И. В.* Курс общей физики. Т.1. – М.: Наука, 1989. – 520 с.
2. *Детлаф А. А., Яворский Б. М.* Курс физики. – М.: Высшая школа, 1989. – 608 с.
3. *Трофимова Т. И.* Курс физики. – М.: Высшая школа, 1990. – 478 с.
4. *Чертов А. Г., Воробьев А. А.* Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1988. – 526 с.
5. *Трофимова Т. И.* Сборник задач по курсу физики. – М.: Высшая школа, 1991. – 303 с.

Дополнительная

1. *Волькенштейн В. С.* Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1985. – 381 с.
2. *Савельев И. В.* Сборник задач и вопросов по общей физике. – М.: Наука, 1988. – 288 с.
3. *Чертов А. Г.* Физические величины. – М.: Высшая школа, 1990. – 315 с.
4. *Сена Л. И.* Единицы физических величин и их размерности. – М.: Наука, 1988. – 432 с.
5. *Яворский Б. М., Детлаф А. А*. Справочник по физике. – М.: Наука, 1990. – 624 с.
6. *Кухлинг Х*. Справочник по физике. – М.: Мир, 1985. – 520 с.

4 Физические основы механики (сведения из теории)

Кинематика материальной точки

1. Положение материальной точки в пространстве задается радиус-вектором $\vec{r}$:

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z ,$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, – единичные векторы направлений (орты); *x, y, z*– координаты точки.

Кинематические уравнения движения (в координатной форме)

$$x = f_1(t);\ y = f_2(t);\ z = f_3(t),$$

где t – время.

2. Средняя скорость движения

$$\langle \vec{v} \rangle = \Delta v / \Delta t ,$$

где $\Delta \vec{r} = \left(\vec{r}_2 - \vec{r}_1 \right)$ – перемещение материальной точки в интервале времени

$$\Delta t = \left(t_2 - t_1 \right).$$

Средняя путевая скорость

$$\langle v_n \rangle = \Delta s / \Delta t ,$$

где Δs – путь, пройденный точкой за интервал времени Δt.

Мгновенная скорость

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \vec{i}\, v_\mathrm{x} + \vec{j} v_\mathrm{y} + \vec{k} v_\mathrm{z} ,$$

где $v_x = \partial x / \partial t$; $v_y = \partial y / \partial t$; $v_z = \partial z / \partial t$ – проекции скорости $\vec{v}$ на оси координат.

Абсолютная величина скорости

$$v = \sqrt{v_\mathrm{x}^2 + v_\mathrm{y}^2 + v_\mathrm{z}^2} .$$

3. Ускорение

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \vec{i}\, a_\mathrm{x} + \vec{j} a_\mathrm{y} + \vec{k} a_\mathrm{z} ,$$

где $a_x = \partial x / \partial t$; $a_y = \partial y / \partial t$; $a_z = \partial z / \partial t$ – проекции ускорения $\vec{a}$ на оси координат.

Абсолютная величина ускорения

$$a = \sqrt{a_\mathrm{x}^2 + a_\mathrm{y}^2 + a_\mathrm{z}^2} .$$

При произвольном (криволинейном движении ускорение можно представить как сумму нормального $\vec{a}_\mathrm{n}$ и тангенциального $\vec{a}_\tau$ ускорений

$$\vec{a} = \vec{a}_\mathrm{n} + \vec{a}_\tau .$$

Абсолютная величина этих ускорений

$$a_n = v^2 / R ,a_\tau = d\,v / d\,t ,a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} ,$$

где R – радиус кривизны в данной точке траектории.

4. Кинематические уравнения движения материальной точки вдоль оси x:

а) при равномерном движении–

$$x = x_0 + vt, \quad v = \mathrm{const}, \quad a_\mathrm{x} = 0;$$

б) при равнопеременном движении –

$$x = x_0 + v_{0\mathrm{x}} t + \frac{a_\mathrm{x} t^2}{2}, \quad v_\mathrm{x} = v_{0\mathrm{x}} + a_\mathrm{x} t, \quad a_\mathrm{x} = \mathrm{const} .$$

5. При вращательном движении положение твердого тела определяется углом поворота (угловым перемещением) φ. Кинематическое уравнение вращательного движения в общем виде

$$\varphi = f(t).$$

6. Средняя угловая скорость

$$\langle \omega \rangle = \Delta\omega \, / \, \Delta t \, ,$$

где $\Delta\varphi$ – изменение угла поворота за интервал времени Δt.

Мгновенная угловая скорость

$$\omega = d\omega / dt .$$

7. Угловое ускорение

$$\varepsilon = d\omega / dt .$$

8. Кинематическое уравнение вращения тела:

а) при равномерном вращении (ω = const, ε = 0) –

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t ,$$

где φ_o – начальное угловое перемещение; t – время.

б) при равнопеременном вращении (ε = const) –

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \varepsilon t^2/2, \omega = \omega_0 + \varepsilon t,$$

где ω_0 – начальная угловая скорость; t – время.

в) частота вращения

$$n = N / t \quad \text{или} \quad n = 1 / T ,$$

где N – число оборотов, совершаемых телом за время t; T – период вращения (время одного полного оборота).

9. Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение материальной точки, принадлежащей вращающемуся телу:

а) длина пути, пройденного точкой по дуге окружности радиусом R при повороте тела на угол φ,

$$s = \varphi R ;$$

б) линейная скорость точки

$$v = \omega R, \quad \vec{v} = \left[\vec{\omega}\vec{R}\right];$$

в) тангенциальное ускорение точки

$$a_\tau = \varepsilon R, \quad \vec{a}_\tau = \left[\vec{\varepsilon}\vec{R}\right];$$

г) нормальное ускорение точки

$$a_n = \omega^2 R, \quad \vec{a}_n = -\omega^2 \vec{R} .$$

Динамика материальной точки и тела, движущегося поступательно. Силы в механике

10. Уравнение динамики материальной точки (второй закон Ньютона) в векторной форме

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \quad \text{или} \quad m\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i ,$$

где $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ – геометрическая сумма сил, действующих на материальную точку; m – масса; $\vec{a}$ – ускорение; $\vec{p} = m\vec{v}$ – импульс.

В координатной (скалярной) форме

$$ma_x = \sum F_{x_i}, \quad ma_y = \sum F_{y_i}, \quad ma_z = \sum F_{z_i}.$$

11. Сила упругости

$$F_{упр} = -kx,$$

где k – коэффициент упругости (жесткость); x – абсолютная деформация.

12. Сила гравитационного взаимодействия

$$F_{гр} = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел, рассматриваемых как материальные точки; r – расстояние между ними.

13. Сила трения

$$F_{тр} = \mu N,$$

где μ – коэффициент трения скольжения; N – сила нормального давления.

14. Координаты центра масс системы материальных точек

$$x_c = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, \quad y_c = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}, z_c = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i},$$

где m_i – масса i-й материальной точки; x_i , y_i , z_i – ее координаты.

15. Закон сохранения импульса

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{P}_i = \text{const} \quad \text{или} \quad \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = \text{const},$$

где n – число материальных точек (тел), входящих в систему.

16. Работа силы:

а) постоянной – $A = F\Delta r \cos\alpha$;

б) переменной – $A = \int\limits_L F(r) \cos\alpha \, \mathrm{d}r$,

где α – угол между направлениями силы $\vec{F}$ и перемещением $\Delta\vec{r}$.

17. Мощность:

а) средняя – $\langle \mathrm{N} \rangle = \mathrm{A} / \Delta \mathrm{t}$;

б) мгновенная – $\mathrm{N} = \mathrm{dA} / \mathrm{dt}$ или $\mathrm{N} = \mathrm{Fv} \cos\alpha$.

18. Кинетическая энергия материальной точки (или тела, движущегося поступательно)

$$T = \left(mv^2 / 2\right) \quad \text{или} \quad T = \left(p^2 / 2m\right).$$

19. Потенциальная энергия упруго деформированного тела

$$\Pi = \mathrm{kx}^2 / 2.$$

20. Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия

$$\Pi = -G\frac{m_1 m_2}{r}.$$

Сила, действующая на данное тело в данной точке поля и потенциальная энергия связаны соотношением

$$\vec{F} = -\mathrm{grad}\Pi \quad \text{или} \quad \vec{F} = -\left(\vec{i}\,\frac{\partial \Pi}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial \Pi}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial \Pi}{\partial z}\right).$$

Потенциальная энергия тела, находящегося в однородном поле силы тяжести,

$$\Pi = mgh,$$

где h – высота тела над уровнем, принятым на нулевой для отсчета потенциальной энергии. Эта формула справедлива при $h << R_з$ ($R_з$ – радиус Земли).

21. Закон сохранения энергии в механике (для замкнутых консервативных систем)

$$T + \Pi = \mathrm{const}.$$

Динамика вращательного движения твердого тела

22. Момент инерции материальной точки

$$I = mr^2,$$

где m – масса точки; r – ее расстояние от оси вращения.

Момент инерции твердого тела

$$I = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \Delta m_{\mathrm{i}} r_{\mathrm{i}}^2, \quad \text{в интегральной форме} \quad I = \int r^2 \mathrm{d}m,$$

где r_{i} – расстояние элемента массы Δm_{i} от оси вращения.

Теорема Штейнера. Момент инерции тела относительно произвольной оси

$$I = I_0 + ma^2,$$

где I_0 – момент инерции этого тела относительно оси, проходящей через центр инерции тела параллельно заданной оси; a – расстояние между осями; m – масса тела.

23. Момент силы $\vec{F}$, действующей на тело, относительно оси вращения

$$M = F_{\perp}\, l,$$

где $F_{\perp}$ – проекция силы $\vec{F}$ на плоскость, перпендикулярную оси вращения; l – плечо силы $\vec{F}$ (кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы).

24. Момент импульса вращающегося тела относительно оси

$$L = I\omega,$$

где ω – угловая скорость вращения тела; I – момент инерции тела.

25. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

$$M = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} \quad \text{или} \quad M = \frac{\mathrm{d}(I\omega)}{\mathrm{d}t}.$$

Если I = const, то $M = I\varepsilon$,
где ε – угловое ускорение тела.

26. Закон сохранения момента импульса

$$\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} L_{\mathrm{i}} = \mathrm{const},$$

где L_{i} – момент импульса тела с номером i, входящего в состав замкнутой системы тел.

Закон сохранения момента импульса для двух взаимодействующих тел

$$I_1\omega_1 + I_2\omega_2 = I_1'\omega_1' + I_2'\omega_2',$$

где $I_1, I_2, \omega_1, \omega_2$ – момент инерции и угловые скорости тел до взаимодействия; $I_1', I_2', \omega_1', \omega_2'$ – те же величины после взаимодействия.

27. Работа постоянного момента силы M, действующего на вращающееся тело

$$A = M\varphi,$$

где φ – угол поворота тела.

28. Мгновенная мощность, развиваемая при вращении тела

$$N = M\omega.$$

29. Кинетическая энергия вращающегося тела

$$T = I\omega^2/2.$$

30. Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения,

$$T = mv^2/2 + I\omega^2/2,$$

где $mv^2/2$ – кинетическая энергия поступательного движения тела; v – скорость центра инерции тела; $I\omega^2/2$ – кинетическая энергия вращательного движения тела вокруг оси, проходящей через центр инерции.

Релятивистская механика

В задачах данного пособия по релятивистской механике считается, что оси Y, Y' и Z, Z' сонаправлены, а относительная скорость v_0 "штрихованной" системы координат K направлена вдоль общей оси XX' (рисунок 1.).

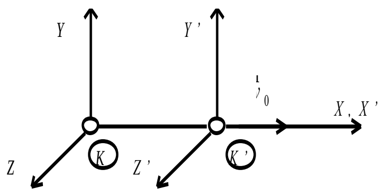

Рисунок 1

31. Релятивистское (лоренцево) сокращение длины стержня

$$l = l_0\sqrt{1-(v/c)^2} \ ,$$

где l_0 – длина стержня в системе координат K ’, относительно которой стержень покоится (собственная длина) (стержень расположен вдоль оси X); l – длина стержня, измеренная в системе K, относительно которой он движется со скоростью v; c – скорость распространения электромагнитного излучения.

32. Релятивистское замедление хода часов

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \ ,$$

где Δt_0 – промежуток времени между двумя событиями в одной и той же точке системы K ’ (собственное время движущихся часов); Δt – промежуток времени между двумя событиями, измеренный по часам системы K.

33. Релятивистское сложение скоростей

$$v = \frac{v' + v_0}{1+\left(v_0 v'/c^2\right)} \ ,$$

где v’ – относительная скорость (скорость тела относительно системы K ’); v_0 – переносная скорость (скорость системы K ’ относительно K); v – абсолютная скорость (скорость тела относительно системы K).

34. Релятивистская масса

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \ ,$$

где m_0 - масса покоя

35. Релятивистский импульс

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-(v/c)^2}} .$$

36. Полная энергия релятивистской частицы

$$E = mc^2 , \quad E = E_0 + T = m_0 c^2 + T ,$$

где T – кинетическая энергия частицы ($T = E - E_0$); $E_0 = m_0 c^2$ – ее энергия покоя.

37. Связь полной энергии с импульсом релятивистской частицы

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4 .$$

5 Примеры решения задач по механике

Пример 1. Уравнение движения математической точки вдоль оси X имеет вид $x = A + Bt + Ct^2$, где $A = 4$ м, $B = 2$ м/с, $C = 0{,}5$ м/с^2. Найти координату x_1, скорость v_1 и ускорение a_1 в момент времени $t_1 = 2$ с.

Решение. Координату x_1 найдем, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов A, B, C и времени $t_1 = 2$ с:

$$x_1 = (4 + 2 \cdot 2 - 0{,}5 \cdot 2^2) \text{ м} = 6 \text{ м}.$$

Мгновенная скорость равна первой производной от координаты по времени:

$$v = \frac{dx}{dt} = B + 2Ct .$$

Ускорение точки найдем, как первую производную от скорости по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = 2C .$$

В момент времени $t_1 = 2$ с:

$$v_1 = (2 - 2 \cdot 0{,}5 \cdot 2) \text{ м/с} = 0 \text{ м/с}, \quad a_1 = 2\,(0{,}5) = -1 \text{ м/с}^2.$$

Знак минус указывает на то, что направление вектора ускорения совпадает с отрицательным направлением координатной оси.

Размерности искомых величин очевидны.

Пример 2. Камень брошен под углом $\alpha = 45°$ к горизонту. Определить наибольшую высоту подъема и дальность полета, если начальная скорость камня $v_0 = 20$ м/с.

Решение. Пренебрегая сопротивлением воздуха, можно считать, что ускорение камня в рассматриваемом движении постоянно и равно ускорению свободного падения $(\vec{a}=\vec{g})$. Так как векторы ускорения $\vec{a}$ и начальной скорости $\vec{v}_0$ направлены под углом не равным нулю, то движение камня криволинейное, траектория которого лежит в плоскости $X0Y$. Это криволинейное движение как результат сложения двух прямолинейных движений: равномерного вдоль оси $0X$ со скоростью $v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$; равнопеременного вдоль оси $0Y$.

В точке бросания составляющие скорости равны:

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha \,,\; v_{0y} = v_0 \sin\alpha$$

В произвольный момент времени t, скорости движение камня

$$v_x = v_{0x} = v_0 \cos\alpha \,,\quad v_y = v_{0y} + a_y = v_0 \sin\alpha - gt.$$

В наивысшей точке траектории (в момент времени t_1) $v_{y1} = 0$, тогда

$$v_0 \sin\alpha - gt_1 = 0 \,,\quad t_1 = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}\,.$$

Наибольшую высоту подъема найдем из уравнения движения камня по оси $0Y$:

$$y_{\max} = y_1 \;;\quad y_1 = v_{0y}t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}\,.$$

Время подъема камня на наибольшую его высоту равно времени падения на землю.

Тогда полное время полета

$$t_{\text{пол}} = 2t_1 = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}\,.$$

Наибольшая дальность полета

$$x_{\max} = v_x t_{\text{пол}} = v_0 \cos\alpha \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha\,.$$

Подставив числовые значения, получим

$$y_{\max} = \frac{20^2 \cdot \left(\sin 45^\circ\right)^2}{2 \cdot 9{,}8}\,\text{м} = 10{,}2\ \text{м}\,,\; x_{\max} = \left(\frac{20^2}{9{,}8}\sin 90^\circ\right)\text{м} = 40{,}8\ \text{м}\,.$$

Анализ размерности искомых величин:

$$\left[x_{\max}\right] = \frac{\left(\text{м/с}\right)^2}{\text{м/с}^2} = м\,,\quad \left[y_{\max}\right] = \frac{\left(\text{м/с}\right)^2}{\text{м/с}^2} = \text{м}\,.$$

Пример 3. Маховик, вращающийся с постоянной частотой $n_0 = 10$ с$^{-1}$, при торможении начал вращаться равнозамедленно. Когда торможение прекратилось, вращение маховика стало снова равномерным, но уже с частотой $n_0 = 6$ с$^{-1}$. Определить угловое ускорение ε маховика и продолжительность t торможения, если за время равнозамедленного вращения маховик сделал $N = 50$ оборотов.

Решение. Угловое ускорение маховика связано с начальной ω_0 и конечной ω угловыми скоростями соотношением $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\varepsilon\varphi$, откуда

$$\varepsilon = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi}.$$

Но так как $\varphi = 2\pi N$, $\omega = 2\pi n$, то

$$\varepsilon = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi} = \frac{\pi(n^2 - n_0^2)}{N}.$$

Определим продолжительность торможения, используя формулу, связывающую угол поворота φ со средней угловой скоростью $\langle\omega\rangle$ вращения и временем t:

$$\varphi = \langle\omega\rangle\, t.$$

По условию задачи угловая скорость линейно зависит от времени, и поэтому можно записать

$$\langle\omega\rangle = \frac{\omega_0 + \omega}{2};$$

тогда

$$\varphi = \frac{(\omega_0 + \omega)t}{2} = \pi(n_0 + n)t,$$

отсюда

$$t = \frac{\varphi}{\pi(n_0 + n)} = \frac{2N}{n_0 + n}.$$

Подставив числовые значения, найдем

$$\varepsilon = \frac{3{,}14(6^2 - 10^2)}{50} = -4{,}02 \text{ рад/с}^2, \quad t = \frac{2 \cdot 50}{10 + 6} = 6{,}25 \text{ с}.$$

Знак минус у углового ускорения указывает на то, что маховик вращался замедленно.

Анализ размерности искомых величин:

$$[\varepsilon] = \left(\frac{1}{\text{с}}\right)^2 = \frac{1}{\text{с}^2}; \quad [t] = \frac{1}{(1/\text{с})} = \text{с}.$$

Пример 4. К концам однородного стержня приложены две противоположно направленные силы F_1 = 40 Н и F_2 = 100 Н. Определить силу T на-

тяжения стержня в поперечном сечении, которое делит стержень на две части в отношении 1:2.

Решение. Если бы силы F_1 и F_2 были равны между собой, то сила натяжения в любом сечении стержня была бы одинаковой и равной силам, приложенным к концам стержня. Стержень в этом случае находился бы в состоянии покоя. Но так как сумма сил, действующих на стержень, отлична от нуля, то стержень будет двигаться с ускорением, величина и направление которого определяется по второму закону Ньютона

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{m},$$

где m – масса стержня.

Поскольку силы F_1 и F_2 противоположно направлены и действуют вдоль прямой (стержня), то геометрическую сумму можно заменить алгебраической:

$$a = \frac{F_2 - F_1}{m}.$$

При ускоренном движении стержня силы натяжения в разных сечениях различны. Для определения силы натяжения применим следующий прием: разделим стержень на две части в интересующем нас сечении и отбросим одну их них, например левую. Действие левой части на правую заменим силой натяжения T. В результате действия разности сил ($F_2 - T$) оставшаяся часть стержня массой m_1 должна двигаться с ускорением

$$a = \frac{F_2 - T}{m_1},$$

равным ускорению всего стержня. Так как стержень однородный, то $m_1 = m/3$ и, следовательно, приравняв полученное выражение для ускорения, получим выражение для силы натяжения T

$$T = F_2 - (F_2 - F_1) / 3 .$$

Подставив значения F_1 и F_2, получим

$$T = 100 - (100 - 40) : 3 = 80 \text{ Н} .$$

Размерность величины очевидна.

Пример 5. Шар массой m_1, движущийся горизонтально с некоторой скоростью v_1, столкнулся с неподвижным шаром массой m_2. Шары абсолютно упругие, удар прямой. Какую долю w своей кинетической энергии первый шар передал второму?

Решение. Доля энергии, переданной первым шаром второму, выражается соотношением

$$w = \frac{T_2'}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 v_1^2} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{u_2}{v_1}\right)^2,$$

где T_1 – кинетическая энергия первого шара до удара; u_2 и T_2' – скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.

Для определения w надо найти u_2. Воспользуемся тем, что при абсолютно упругом ударе одновременно выполняются два закона сохранения: импульса и механической энергии.

По закону сохранения импульса, учитывая, что второй шар до удара покоился ($v_2 = 0$), имеем

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2 .$$

По закону сохранения энергии в механике

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} .$$

Решая совместно эти два уравнения, найдем

$$u_2 = \frac{2 m_1 v_1}{m_1 + m_2} .$$

Подставив это выражение в формулу для w, получим

$$w = \frac{m_2}{m_1}\left[\frac{2 m_1 v_1}{v_1 (m_1 + m_2)}\right]^2 = \frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} .$$

Из этого соотношения видно, что доля переданной энергии зависит только от масс сталкивающихся шаров. Доля передаваемой энергии не изменится, если шары поменяются местами.

Пример 6. Два шара массами m_1 = 2,5 кг и m_2 = 1,5 кг движутся навстречу друг другу со скоростями v_1 = 6 м/с и v_2 = 2 м/с. Определить: 1) скорость шаров после удара; 2) кинетические энергии шаров до и после удара; 3) долю кинетической энергии шаров, превратившуюся во внутреннюю энергию. Удар считать прямым, неупругим.

Решение. Неупругие шары не восстанавливают после удара свою первоначальную форму. Следовательно, не возникают силы, отталкивающие шары друг от друга, и шары после удара будут двигаться совместно с одной и той же скоростью u. Определим эту скорость по закону сохранения импульса. Так как шары движутся по одной прямой, то этот закон можно записать в скалярной форме

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)\, u \,,$$

откуда

$$u = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2} \,.$$

Направление скорости первого шара принято за положительное.

Кинетические энергии шаров до и после взаимодействия определим по формуле

$$T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \,, \quad T_2 = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2} \,.$$

Сравнение кинетических энергий шаров до и после удара показывает, что в результате неупругого удара шаров произошло уменьшение их кинетической энергии, за счет чего увеличилась их внутренняя энергия. Долю кинетической энергии шаров, пошедшей на увеличение их внутренней энергии, определим из соотношения

$$w = \frac{(T_1 - T_2)}{T_1} \,.$$

Подставим числовые значения и сделаем вычисления:

$$u = \frac{2{,}5 \cdot 6 - 1{,}5 \cdot 2}{2{,}5 + 1{,}5} = 3 \text{ м / с},$$

$$T_1 = \frac{2{,}5 \cdot 6^2}{2} + \frac{1{,}5 \cdot 2^2}{2} = 48 \text{ Дж} \,, \quad T_2 = \frac{(2{,}5 + 1{,}5) \cdot 3^2}{2} = 18 \text{ Дж} \,,$$

$$w = \frac{(48 - 18)}{48} = 0{,}62 \,.$$

Размерность искомых величин очевидна.

Пример 7. Ракета установлена на поверхности Земли для запуска в вертикальном направлении. При какой минимальной скорости v_1, сообщенной ракете при запуске, она удалится от поверхности на расстояние, равное радиусу Земли ($R_з = 6{,}37 \cdot 10^6$ м)? Всеми силами, кроме силы гравитационного взаимодействия ракеты и Земли, пренебречь.

Решение. Минимальную скорость ракеты можно найти, зная ее минимальную кинетическую энергию T_1. Для определения T_1 воспользуемся законом сохранения механической энергии для замкнутой системы, в которой действуют только консервативные силы. Систему ракета–Земля можно считать замкнутой, в которой действует единственная консервативная сила – гравитационного взаимодействия.

В качестве инерциальной системы отсчета выберем систему отсчета, связанную с центром Земли.

Согласно закону сохранения механической энергии

$$T_1 + П_1 = T_2 + П_2 ,$$

где T_1 , $П_1$ и T_2 , $П_2$ – кинетическая и потенциальная энергия системы ракета–Земля в начальной (на поверхности Земли) и конечной (на расстоянии, равном $R_з$ от поверхности Земли) состояниях.

В выбранной системе отсчета кинетическая энергия Земли равна нулю. Поэтому T_1 есть просто начальная кинетическая энергия ракеты,

$$T_1 = \frac{mv_1^2}{2}.$$

Потенциальная энергия системы в начальном состоянии

$$П_1 = -G\frac{mM_з}{R_з}.$$

По мере движения ракеты от поверхности Земли ее потенциальная энергия возрастает, а кинетическая убывает. В конечном состоянии кинетическая энергия $T_2 = 0$, а потенциальная

$$П_2 = -G\frac{mM_з}{2R_з}.$$

Подставляя выражения T_1 , $П_1$ и T_2 , $П_2$ в формулу закона сохранения механической энергии, получим

$$\frac{mv_1^2}{2} - G\frac{mM_з}{R_з} = -G\frac{mM_з}{2R_з}, \quad v_1 = \sqrt{GM_з / R_з} .$$

Заметим, что $GM_з / R_з^2 = g_0$ (g_0 – ускорение свободного падения у поверхности Земли). Тогда

$$v_1 = \sqrt{gR_з} = \sqrt{9{,}8 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6} = 7{,}9 \cdot 10^3 \text{ м / с}.$$

Анализ размерности: $\left[v_1\right] = \left(\frac{\text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}\right)^{1/2} = \text{м / с}$.

Пример 8. Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу m = 80 г, перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы массами m_1 = 100 г и m_2 = 200 г. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе? Трением и массой нити пренебречь.

Решение. Воспользуемся основным уравнением динамики поступательного и вращательного движений. Для этого рассмотрим силы, действующие на каждый груз в отдельности и на блок. На первый груз действуют две силы: сила тяжести $m_1\vec{g}$ и сила упругости (сила натяжения нити $\vec{T}_1$).

Спроецируем эти силы на ось X, которую направим вертикально вниз, и напишем уравнение движения (второй закон Ньютона):

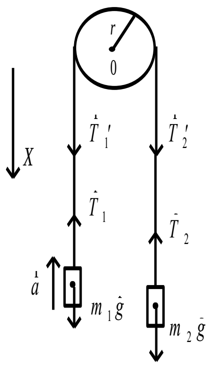

Рисунок 2

$$m_1g - T_1 = -m_1a\ .$$

Уравнение движения для второго груза:

$$m_2g - T_2 = m_2a.$$

Под действием двух моментов сил $M_1 = T_1'r$ и $M_2 = T_2'r$ относительно оси вращения 0 блок приобретает угловое ускорение ε. Согласно уравнению динамики вращательного движения

$$T_2'r - T_1'r = I\varepsilon\ ,$$

где $\varepsilon = a/r, I = mr^2/2$ – момент инерции блока (сплошного диска) относительно оси 0.

Согласно третьему закону Ньютона

$$T_1' = T_1\ ,\ \ T_2' = T_2\ .$$

Совместное решение трех уравнений дает

$$(m_2g - m_2a)r - (m_1g + m_1a)r = mr^2\left(a/2r\right).$$

После сокращения на r и перегруппировки членов найдем

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \left(m/2\right)}\,g\ .$$

Размерность величины a очевидна. Подставим числовые данные и вычислим

$$a = \frac{0{,}2 - 0{,}1}{0{,}2 + 0{,}1 + 0{,}08/2} 9{,}81 = 2{,}88 \text{ м/с}^2 .$$

Пример 9. Платформа в виде сплошного диска радиусом R = 1,5 м и массой m_1 = 180 кг вращается по инерции около вертикальной оси с частотой n = 10 мин$^{-1}$. В центре платформы стоит человек массой m_2 = 60 кг. Какую линейную скорость v относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?

Решение. Платформа вращается по инерции. Следовательно, момент внешних сил относительно оси вращения, совпадающей с геометрической осью платформы, равен нулю. При этом условии момент импульса L системы платформа–человек остается постоянным:

$$L = I\omega = \mathrm{const}\ ,$$

где I – момент инерции платформы с человеком относительно оси вращения; ω – угловая скорость платформы.

Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих в состав системы, поэтому $I = I_1 + I_2$, где I_1 и I_2 – момент инерции платформы и человека.

С учетом этого закон сохранения момента примет вид:

$$(I_1 + I_2)\ \omega = \mathrm{const}\ \text{ или }\ (I_1 + I_2)\ \omega = (I_1' + I_2')\omega'\ ,$$

где значение моментов инерции I_1 и I_2 относится к начальному состоянию системы; I_1' и I_2' – к конечному.

Момент инерции платформы при переходе человека не изменится:. Момент инерции человека относительно оси вращения изменится: $I_2 = 0$ – в начальном состоянии; $I_2' = m_2 R^2$ – в конечном состоянии.

Подставим в закон сохранения момента импульса выражения для моментов инерции, начальной угловой скорости вращения платформы с человеком ($\omega = 2\pi n$) и конечной угловой скорости ($\omega' = \mathrm{v} / \mathrm{R}$, где v – скорость человека относительно пола):.

$$\left(m_1 \frac{R^2}{2} + 0\right) 2\pi n = \left(m_1 \frac{R^2}{2} + m_2 R^2\right) \frac{v}{R}\ .$$

После простых преобразований получим

$$v = \frac{2\pi n R m_1}{m_1 + 2m_2}\ .$$

Проведем вычисления:

$$v = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot 1{,}5 \cdot 180}{180 + 2 \cdot 60} = 1\ \text{м} / \text{с}\ .$$

Анализ размерности: $$[v] = \frac{(1/c) \cdot \text{м} \cdot \text{к г}}{\text{к г}} = \text{м} / \text{с}\ .$$

.**Пример 10**. Определить релятивистский импульс p и кинетическую энергию T электрона, движущегося со скоростью $v = 0{,}9\ c$ (где c – скорость света в вакууме).

Решение. Выражение для релятивистского импульса

$$\mathrm{p} = \mathrm{mv} = \frac{\mathrm{m_0 v}}{\sqrt{1 - (\mathrm{v}/\mathrm{c})^2}} = \frac{\mathrm{m_0 c}\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}}\ ,$$

где $\beta = \mathrm{v} / \mathrm{c}$.

В релятивистской механике кинетическая энергия T частицы определяется как разность между полной энергией E и энергией покоя E_0 этой частицы, т. е.

$$T = E - E_0$$

Так как $E = mc^2$ и $E_0 = m_0c^2$, òî, учитывая зависимость массы от скорости, получим

$$T = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right).$$

Вычислим

$$P = \frac{9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot 3\cdot 10^{8}\cdot 0{,}9}{\sqrt{1-0{,}9^2}} = 5{,}6\cdot 10^{-22}\ \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}.$$

$$T = 9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot(3\cdot 10^{8})^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-0{,}9^2}} - 1\right) = 1{,}06\cdot 10^{-17}\ \text{Дж}.$$

Во внесистемных единицах (1 эВ = $1{,}6\cdot 10^{-19}$ Дж) имеем: T = 0,66 МэВ.

Анализ размерностей:

$$[p] = \text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}};\quad [T] = \text{кг}\cdot\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 = \text{Н}\cdot\text{м} = \text{Дж}.$$

6 *Задачи к контрольной работе № 1*

1.1. Уравнение движения материальной точки вдоль оси x имеет вид $x = A + Bt + Ct^2$, где A = 2 м, B = 1 м/с, C = – 0,5 м/с^2. Найти координату x, скорость v и ускорение a точки в момент времени t = 2 с.

1.2. Материальная точка движется по прямой согласно уравнению $x = 6t - t^3/8$. Определить среднюю скорость движения точки в интервале времени t_1 = 1,2 с и t_2 = 6 с, а также скорость точки в эти моменты времени.

1.3. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид $x = 3t + 0{,}06t^3$. Найти скорость и ускорение точки в моменты времени t_1 = 5 с и t_2 = 12 с. Каковы средние значения скорости и ускорения точки за этот интервал времени?

1.4. Зависимость пройденного материальной точкой пути от времени выражается уравнением $S = 0{,}25t^4 - 9t^2$. Найти экстремальное значение скорости точки. Построить график зависимости скорости точки от времени.

1.5. Зависимость пути от времени тела, движущегося прямолинейно, выражается уравнением $S = 4 + 40t - 4t^2$. Найти скорость и ускорение в моменты времени 0, 3, 5 с. Построить графики скорости и ускорения.

1.6. Движение материальной точки на плоскости задано уравнением

$$\vec{r}(t) = A(\vec{i}\cos\omega t + \vec{j}\sin\omega t),$$

где $A = 0{,}5$ м; $\omega = 5$ рад/с. Определить модуль скорости $|\vec{v}|$ и модуль нормального ускорения $|\vec{a}_{\text{n}}|$.

1.7. Движение материальной точки задано уравнением

$$\vec{r}(t) = \vec{i}(A + Bt^2) + \vec{k}Ct,$$

где $A = 10$ м, $B = -5$ м/с^2, $C = 10$ м/с. Начертить траекторию точки. Найти выражения $\vec{v}(t)$ и $\vec{a}(t)$. Для момента времени $t = 1$ с вычислить: 1) модуль скорости $|\vec{v}|$; 2) модуль ускорения $|\vec{a}|$; 3) модуль нормального ускорения $|\vec{a}_{\text{n}}|$.

1.8. Движение точки на плоскости по окружности радиусом $R = 4$ м задано уравнением $\xi = A + Bt + Ct^2$, где ξ криволинейная координата, $A = 10$ м$B = -2$ м/с, $C = 1$ м/с^2. Найти тангенциальное a_τ, нормальное a_{n} и полное a ускорения точки в момент времени $t = 2$ с.

1.9. Движение точки по кривой задано уравнением $x = A_1t^3$ и $y = A_2t$, где $A_1 = 1$ м/с^3, $A_2 = 2$ м/с. Найти уравнение траектории точки, ее скорость v и полное ускорение a в момент времени $t = 0{,}8$ с.

1.10. Точка движется по окружности радиусом $R = 4$ м. Закон ее движения выражается уравнением $\xi = 8 - 2t^2$. Найти момент времени t, когда нормальное ускорение точки $a_{\text{n}} = 9$ м/с^2; скорость v, тангенциальное a_τ и полное a ускорения точки в этот момент времени (ξ – криволинейная координата).

1.11. Две автомашины движутся по двум прямолинейным и взаимно перпендикулярным дорогам по направлению к перекрестку с постоянной скоростью $v_1 = 50$ км/ч и $v_2 = 100$ км/ч. Перед началом движения первая машина находилась от перекрестка на расстоянии $x_0 = 100$ км, вторая – $y_0 = 50$ км. Через какое время после начала движения расстояние между машинами будет минимальным? Какова относительная скорость движения автомобилей?

1.12. Три четверти своего пути автомобиль прошел со скоростью $v_1 = 60$ км/ч, остальную часть пути – со скоростью $v_2 = 80$ км/ч. Какова средняя путевая скорость автомобиля?

1.13. Рядом с поездом на одной линии с передними буферами паровоза стоит человек. В момент, когда поезд начал двигаться с ускорением $a = 0{,}1$ м/с^2, человек начал идти в том же направлении со скоростью $v = 1{,}5$ м/с. Через какое время поезд нагонит человека? Определить скорость поезда в этот момент и путь, пройденный за это время человеком.

1.14. С башни высотой $h = 25$ м горизонтально брошен камень со скоростью $v_0 = 15$ м/с. Найти: 1) сколько времени камень будет в движении; 2) на каком расстоянии x от основания башни он упадет на землю; 3) с какой скоростью v он упадет на землю; 4) какой угол φ

составит вектор конечной скорости с горизонтом в точке падения на землю? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.15. С балкона бросили мяч вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 5$ м/с. Через $t = 2$ с мяч упал на землю. Определить высоту балкона над землей и скорость мяча в момент падения.

1.16. Тело брошено с башни вертикально вверх со скоростью $v_0 = 10$ м/с. Высота башни $h = 12{,}5$ м. Написать уравнение движения тела и определить среднюю путевую скорость $\langle v \rangle$ с момента бросания до момента падения на землю.

1.17. Тело начинает падать со скорость $v_0 = 15$ м/с, находясь на высоте $h = 200$ м. Определить, через какое время тело достигнет поверхности земли, если начальная скорость v_0 направлена: а) вверх; б) вниз. Доказать, что скорость приземления в обоих случаях одинакова.

1.18. Камень, брошенный горизонтально, упал на землю через $t = 0{,}5$ с на расстоянии $l = 5$ м по горизонтали от места бросания. 1) С какой высоты h был брошен камень? 2) С какой начальной скоростью v_0 он был брошен? 3) С какой скоростью v он упал на землю? 4) Какой угол φ составляет траектория камня с горизонтом в точке его падения на землю? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.19. Мяч бросили со скоростью $v_0 = 10$ м/с под углом $\alpha = 40°$ к горизонту. Найти: 1) на какую высоту H поднимется мяч; 2) на каком расстоянии L от места бросания он упадет на землю; 3) сколько времени он будет в движении? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.20. Пуля пущена с начальной скоростью $v_0 = 200$ м/с по углом $\alpha = 60°$ к горизонту. Определить максимальную высоту H подъема, дальность L полета и радиус R кривизны траектории пули в ее наивысшей точке. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.21. Линейная скорость v_1 точек на окружности вращающегося диска равна 3 м/с. Точки, расположенные на $\Delta R = 10$ см ближе к оси, имеют линейную скорость $v_2 = 2$ м/с. Определить частоту вращения n диска и его угловую скорость ω.

1.22. Найти радиус вращающегося колеса, если известно, что линейная скорость v_1 точки, лежащей на ободе, в 2,5 раза больше линейной скорости v_2 точки, лежащей на 5 см ближе к оси колеса.

1.23. Колесо, спустя $t = 1$ мин после начала вращения, приобретает скорость, соответствующую частоте вращения $n = 720$ об/мин. Найти угловую скорость колеса и число оборотов колеса за это время. Движение считать равноускоренным.

1.24. Определить угловую ω и линейную v скорости, а также центростремительное ускорение a_n точек, лежащих на земной поверхности: 1) на экваторе; 2) на широте Москвы (φ = 56°).

1.25. На цилиндр, который может вращаться около горизонтальной оси,

намотана нить. К концу нити привязан грузик, которому предоставлена возможность опускаться. Двигаясь равноускоренно, грузик за t = 3 с опустился на h = 1,5 м. Определить угловое ускорение ε цилиндра, если его радиус R = 4 см.

1.26. Ось с двумя дисками, расположенными на расстоянии l = 0,5 м друг от друга, вращается с угловой скоростью, соответствующей частоте n = 1600 об/мин. Пуля, летящая вдоль оси, пробивает оба диска; при этом отверстие от пули во втором диске смещено относительно отверстия в первом диске на угол φ = 12°. Найти скорость пули.

1.27. Вал вращается с постоянной скоростью, соответствующей частоте n = 180 об/мин. С некоторого момента вал тормозится и вращается равнозамедленно с угловым ускорением, численно равным 3 рад/с^2. 1) Через какое время вал остановится? 2) Сколько оборотов он сделает до остановки?

1.28. Точка движется по окружности радиусом R = 10 см с постоянным тангенциальным ускорением a_τ. Найти нормальное ускорение a_n точки через Δt = 20 с после начала движения, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки равна v = 10м/с.

1.29. Колесо радиусом R = 10 см вращается с постоянным угловым ускорением ε = 3,14 рад/с^2. Найти для точек на ободе колеса к концу первой секунды после начала движения: 1) угловую и линейную скорости; 2) тангенциальное, нормальное и полное ускорения.

1.30. Велосипедное колесо вращается с частотой n = 5 с$^{-1}$. Под действием сил трения оно остановилось через интервал времени Δt = 1 мин. Определить угловое ускорение ε и число оборотов N, которое сделает колесо за это время.

1.31. Диск радиусом R = 20 см вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где A = 3 рад; B = – 1 рад/с; C = 0,1 рад/с^3. Определить тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения точек на окружности диска в момент времени t = 10 с.

1.32. Колесо радиусом R = 0,1 м вращается так, что зависимость угла поворота колеса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где B = 2 рад/с;

$C = 1$ рад/с^3. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через $\Delta t = 2$ с с начала движения: 1) угловую скорость ω и линейную v скорость; 2) угловое ε, тангенциальное a_τ и нормальное ускорения a_n.

1.33. Колесо вращается так, что зависимость угла поворота от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $B = 1$ рад/с; $C = 1$ рад/с^2; $D = 1$ рад/с^3. Найти радиус колеса, если известно, что к концу второй секунды движения нормальное ускорение точек, лежащих на ободе колеса, равно $a_n = 3{,}46 \cdot 10^2$ м/с^2.

1.34. Материальная точка движется по окружности радиусом $R = 1{,}2$ м. Уравнение движения точки $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 0{,}5$ рад/с; $B = 0{,}2$ рад/с^3. Определить тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения точки в момент времени t = 4 с.

1.35. Шарик подвешен на нити длиной $l = 1$ м. Шарик раскрутили так, что он начал двигаться равномерно по окружности в горизонтальной плоскости с периодом $T = 1{,}57$ с. Определить линейную скорость v и центростремительное ускорение a_n при движении шарика по окружности.

1.36. Стержень длиной $l = 0{,}5$ м вращается вокруг перпендикулярной к нему оси, при этом один его конец движется с линейной скоростью 0,314 м/с. Найти линейную скорость v_2 другого конца стержня относительно оси вращения, если частота вращения $n = 0{,}5$ с$^{-1}$. Сравнить центростремительные ускорения концов стержня.

1.37. Лента конвейера, натянутая на барабан радиусом $R = 0{,}1$ м, движется относительно неподвижной системы отсчета, связанной с осью барабана, со скоростью $v = 1{,}2$ м/с. Определить, имеется ли проскальзывание ленты конвейера по поверхности соприкосновения с барабаном, вращающимся с частотой $n = 2$ с$^{-1}$. Какова скорость $v_{отн}$ ленты относительно барабана в местах его контакта с ее поверхностью?

1.38. На вал намотана нить, к концу которой подвешена гирька. При равномерном движении гирьки за $t = 10$ с с вала размоталось $l = 1{,}2$ м нити. Каков радиус R вала, если частота его вращения $n = 6$ с$^{-1}$? Определить величину и направление ускорения точки, находящейся на поверхности вала.

1.39. Винт турбореактивного самолета вращается относительно оси, направленной вдоль вала двигателя, с частотой $n = 35$ с$^{-1}$, причем посадочная скорость самолета относительно Земли равна $v_0 = 45$ м/с. Определить число оборотов N винта самолета за время пробега самолета, если длина посадочной дистанции составляет $L = 650$ м. Движение самолета считать равнопеременным.

1.40. В опыте по определению ускорения свободного падения один раз шарик падает с высоты $h = 0,5$ м на неподвижный горизонтально расположенный диск, другой раз – с той же высоты на тот же диск, вращающийся с частотой $n = 2$ с$^{-1}$. При этом диск успевает повернуться относительно оси вращения на угол 230°. Определить ускорение свободного падения шарика.

1.41. К нити подвешен груз массой $m = 1$ кг. Найти натяжение нити, если нить с грузом: 1) поднимается с ускорением $a = 5$ м/с^2; 2) опускается с тем же ускорением $a = 5$ м/с^2.

1.42. Масса лифта с пассажирами равна $m = 800$ кг. Найти, с каким ускорением и в каком направлении движется лифт, если известно, что натяжение троса, поддерживающего лифт, равно: 1) $T_1 = 120$ Н; 2) $T_2 = 9$ кН.

1.43. Какую силу надо приложить к вагону, стоящему на рельсах, чтобы вагон стал двигаться равноускоренно и за время $t = 30$ с прошел путь $S = 11$ м ? Масса вагона $m = 16$ т. Во время движения на вагон действует сила трения, равная 0,05 силы тяжести вагона.

1.44. На столе стоит тележка массой $m_1 = 4$ кг. К тележке привязан один конец шнура, перекинутого через блок. С каким ускорением a будет двигаться тележка, если к другому концу шнура привязана гиря массой $m_2 = 1$ кг?

1.45. К пружинным весам подвешен блок. Через блок перекинут шнур, к концам которого привязаны грузы массами $m_1 = 1,5$ кг и $m_2 = 3$ кг. Каково будет показание весов во время движения грузов? Массой блока и шнура пренебречь.

1.46. Два бруска массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 4$ кг, соединенные шнуром, лежат на столе. С каким ускорением a будут двигаться бруски, если к одному из них приложить силу $F = 10$ Н, направленную горизонтально? Какова будет сила T натяжения шнура, соединяющего бруски, если силу 10 Н приложить: к первому бруску? ко второму бруску? Трением пренебречь.

1.47. К потолку трамвайного вагона подвешен на нити шар. Вагон тормозится, и его скорость равномерно изменяется за время $\Delta t = 3$ с от $v_1 = 18$ км/ч до $v_2 = 6$ км/ч. На какой угол α отклонится при этом нить с шаром?

1.48. На автомобиль массой $m = 1$ т во время движения действует сила трения, равная 0,1 его силы тяжести. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, если автомобиль движется с постоянной скоростью: 1) в гору с уклоном 1 м на каждые 25 м пути; 2) под гору с тем же уклоном.

1.49. Наклонная плоскость, образующая угол $\alpha = 25°$ с плоскостью горизонта, имеет длину $l = 2$ м. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за время $t = 2$ с. Определить коэффициент трения μ тела о плоскость.

1.50. Тело лежит на наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 4°$. 1) При каком предельном значении коэффициента трения тело начнет скользить по наклонной плоскости? 2) С каким ускорением будет скользить тело по плоскости, если коэффициент трения равен 0,03? 3) Сколько времени потребуется для прохождения при этих условиях $l = 100$ м пути? 4) Какую скорость тело будет иметь в конце этих 100 м ?

1.51. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол 45°. Зависимость пройденного телом расстояния l дается уравнением $l = Ct^2$, где $C = 1{,}73$ *м/с*^{2}. Найти коэффициент трения тела о плоскость.

1.52. Снаряд массой $m = 10$ кг выпущен из зенитного орудия вертикально вверх со скоростью 800 м/с. Считая силу сопротивления воздуха пропорциональной скорости, определить время t подъема снаряда до высшей точки. Коэффициент сопротивления $k = 0{,}25$ кг/с.

1.53. Моторная лодка массой $m = 400$ кг начинает двигаться по озеру. Сила F тяги мотора равна 0,2 кН. Считая силу сопротивления $F_с$ пропорциональной скорости, определить скорость v лодки через $\Delta t = 20$ с после начала ее движения. Коэффициент сопротивления $k = 20$ кг/с.

1.54. На тело массой m действует сила, пропорциональная времени, F =kt. Найти уравнение движения тела при условии, что при $t = 0$ тело имеет начальную скорость v_0.

1.55. Катер массой $m = 2$ т трогается с места и в течение времени $\tau = 10$ с развивает при движении по спокойной воде скорость $v = 4$ м/с. Определить силу тяги F мотора, считая ее постоянной. Принять силу сопротивления $F_с$ движению пропорциональной скорости. Коэффициент сопротивления $k = 100$ кг/с.

1.56. Тело, имеющее постоянную массу, до торможения двигалось равномерно, а в момент остановки тормозная сила достигла значения $F_{ост} = 40$ Н. Определить тормозную силу через 3 с после начала торможения, если тормозной путь в зависимости от времени изменялся по закону $l = Dt - Bt^3$, где $D = 196$ м/с, $B = 1$ м/с^3.

1.57. Диск радиусом $R = 40$ см вращается вокруг вертикальной оси. На краю диска лежит кубик. Принимая коэффициент трения $\mu = 0{,}4$, найти частоту n вращения, при которой кубик соскользнет с диска.

1.58. Самолет описывает петлю Нестерова радиусом $R = 200$ м. Во сколько раз сила F, с которой летчик давит на сиденье в нижней точке, больше силы тяжести летчика, если скорость самолета $v = 100$ м/с.

1.59. Мотоцикл едет по внутренней поверхности вертикального цилиндра радиусом $R = 11{,}2$ м. Центр тяжести мотоцикла с человеком расположен на расстоянии $l = 0{,}8$ м от поверхности цилиндра. Коэффициент трения μ покрышек о поверхность цилиндра равен 0,6. С какой минимальной скоростью v_{min} должен ехать мотоциклист? Каков будет при этом угол φ наклона его к плоскости горизонта.

1.60. Какую наибольшую скорость v_{max} может развить велосипедист, проезжая закругление радиусом R = 50 м, если коэффициент трения скольжения μ между шинами и асфальтом равен 0,3? Каков угол φ отклонения велосипеда от вертикали, когда велосипедист движется по закруглению?

1.61. Тонкий однородный стержень длиной l = 50 см и массой m = 400 г вращается с угловым ускорением ε = 3 рад/с^2 около оси, проходящей перпендикулярно стержню, через точку, делящую стержень в отношении 1:3. Определить вращающий момент M.

1.62. Вал массой m = 100 кг и радиусом R = 5 см вращается с частотой n = 8 с$^{-1}$. К цилиндрической поверхности вала прижали тормозную колодку с силой F = 40 Н, под действием которой вал остановился через t = 10 с. Определить коэффициент трения.

1.63. На цилиндр намотана тонкая гибкая нерастяжимая лента, массой которой по сравнению с массой цилиндра можно пренебречь. Свободный конец ленты жестко закреплен. Цилиндру предоставлена возможность свободно опускаться под действием силы тяжести. Определить линейное ускорение a оси цилиндра, если цилиндр: 1) сплошной; 2) полый тонкостенный.

1.64. К ободу однородного диска радиусом R = 0,2 м приложена постоянная касательная сила F = 98,1 Н. При вращении на диск действует момент сил трения $M_{тр}$ = 4,9 Н·м. Найти массу m диска, если известно, что диск вращается с постоянным угловым ускорением ε = 100 рад/с^2.

1.65. Однородный диск радиусом R = 0,2 м и массой m = 5 кг вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Зависимость угловой скорости вращения диска от времени дается уравнением $\omega = A + Bt$, где B = 8 рад/с^2. Найти величину касательной силы, приложенной к ободу диска. Трением пренебречь.

1.66. К ободу колеса радиусом R = 0,5 м и массой m = 50 кг приложена касательная сила F = 98,1 Н. Найти: 1) угловое ускорение колеса; 2) через какое время после начала действия силы колесо будет иметь скорость, соответствующую частоте вращения 100 об/с.

1.67. Маховик радиусом R = 0,2 м и массой m = 10 кг соединен с мотором при помощи приводного ремня. Натяжение ремня, идущего без скольжения, постоянно и равно T = 14,7 Н. Какова будет частота вращения маховика колеса через Δt = 10 с после начала движения? Маховик считать ободом. Трением пренебречь.

1.68. Колесо, имеющее момент инерции I = 245 кг·м^2, вращается, делая 20 об/с. Через минуту после того, как на колесо перестал действовать вращающий момент, оно остановилось. Найти: 1) момент сил трения;

2) число оборотов, которое сделало колесо до полной остановки после прекращения действия сил.

1.69. Через блок, имеющий форму диска, перекинут шнур. К концам шнура привязаны грузики массами m_1 = 100 г и m_2 = 110 г. С каким ускорением a будут двигаться грузики, если масса m блока равна 400 г ? Трением в блоке пренебречь.

1.70. На барабан радиусом R = 0,5 м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой m = 10 кг. Найти момент инерции барабана, если известно, что груз опускается с ускорением a = 2,04 м/с^2.

1.71. Две гири разной массы соединены нитью и перекинуты через блок, момент инерции которого I = 50 кг·м^2 и радиус R = 20 см. Блок вращается с трением и момент сил трения M = 98,1 Н·м. Найти

разность натяжения нити ($T_1 - T_2$) по обе стороны блока, если известно, что блок вращается с постоянным угловым ускорением ε = 2,36 рад/с^2.

1.72. Через неподвижный блок массой m = 0,2 кг перекинут шнур, к концам которого подвесили грузы массами m_1 = 0,3 кг и m_2 = 0,5 кг. Определить силы T_1 и T_2 натяжения шнура по обе стороны блока во время движения грузов, если масса блока равномерно размещена по ободу.

1.73. Шар массой m = 10 кг и радиусом R = 20 см вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Уравнение движения шара имеет вид $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$, где B = 4 рад/с^2, C = –1 рад/с^3. Найти закон изменения момента сил, действующих на шар. Определить момент силы M в момент времени t = 2 с.

1.74. Однородный тонкий стержень массой m_1 = 0,2 кг и длиной l = 1 м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси Z, проходящей через точку, которая делит стержень в отношении 1:2. В верхний конец стержня попадает пластилиновый шарик, летящий горизонтально (перпендикулярно оси Z) со скоростью v = 10 м/с, и прилипает к стержню. Масса шарика m_2 = 10 г. Определить угловую скорость ω стержня и линейную скорость u нижнего конца стержня в начальный момент времени.

1.75. Горизонтальная платформа массой M = 80 кг и радиусом R = 1 м вращается с угловой скоростью, соответствующей частоте n = 20 об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. Какова будет частота вращения платформы, если человек, опустив руки, уменьшает свой момент инерции от 2,94 до 0,98 кг·м^2? Считать платформу однородным круглым диском.

1.76. Человек массой m_1 = 60 кг находится на платформе массой m_2 = 100 кг. Какое число оборотов будет делать платформа, если человек будет двигаться по окружности радиусом $R_1 = 5$ м вокруг оси вращения? Скорость движения человека относительно платформы $v_1 = 4$ км/ч. Радиус платформы $R_2 = 10$ м. Считать платформу однородным диском, а человека – материальной точкой.

1.77. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек массой $m_1 = 50$ кг. На какой угол φ повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя его, вернется в исходную точку на платформе? Масса платформы $m = 240$ кг. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

1.78. Платформа в виде диска радиусом $R = 1$ м вращается по инерции с частотой $n_1 = 6$ мин$^{-1}$. На краю платформы стоит человек, масса которого $m = 80$ кг. С какой частотой n_2 будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции платформы

$I = 120$ кг·м^2. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

1.79. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень длиной $l = 2{,}4$ м и массой $m = 8$ кг, расположенный вертикально по оси вращения скамейки. Скамья с человеком вращается с частотой $n_1 = 1$ с$^{-1}$. С какой частотой n_2 будет вращаться скамья с человеком, если он повернет стержень в горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи $I = 6$ кг·м^2.

1.80. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень, расположенный вертикально вдоль оси вращения скамейки. Стержень служит осью вращения колеса, расположенного на верхнем конце стержня. Скамья неподвижна, колесо вращается с частотой $n_1 = 10$ с$^{-1}$. Радиус колеса $R = 20$ см, его масса $m = 3$ кг. Определить частоту вращения n_2 скамьи, если человек повернет стержень на угол 90°?, 180°? Суммарный момент инерции человека и скамьи $I = 6$ кг·м^2. Массу колеса можно считать равномерно распределенной по ободу.

1.81. Конькобежец массой $M = 70$ кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой $m = 3$ кг со скоростью $v = 8$ м/с. Найти, на какое расстояние откатится при этом конькобежец, если известно, что коэффициент трения коньков о лед равен $\mu = 0{,}02$.

1.82. Тело массой $m_1 = 1$ кг, двигаясь горизонтально со скоростью $v_1 = 1$ м/с, догоняет второе тело массой $m_2 = 0{,}5$ кг и неупруго сталкивается с ним. Какую скорость получат тела, если: 1) второе тело стояло неподвижно; 2) второе тело двигалось со скоростью $v_2 = 0{,}5$ м/с в том же направлении, что и первое; 3) второе тело двигалось со скоростью $v_2 = 0{,}5$ м/с в направлении, противоположном направлению движения первого тела.

1.83. Человек, стоящий на неподвижной тележке, бросает вперед в горизонтальном направлении камень массой $m = 2$ кг. Тележка с человеком покатилась назад, и в начальный момент времени после бросания ее скорость была равной $u_2 = 0{,}1$ м/с. Найти кинетическую энергию брошеного камня через 0,5 с после начала его движения. Масса тележки с человеком равна 100 кг.

1.84. Тело массой $m_1 = 2$ кг движется навстречу второму телу массой $m_2 = 1{,}5$ кг и неупруго сталкивается с ним. Скорость тел непосредственно перед столкновением была равна соответственно $v_1 = 1$ м/с и $v_2 = 2$ м/с. Сколько времени будут двигаться эти тела после столкновения, если коэффициент трения $\mu = 0{,}05$.

1.85. Автомат выпускает 600 пуль в минуту. Масса каждой пули равна $m = 4$ г, ее начальная скорость $v = 500$ м/с. Найти среднюю силу отдачи при стрельбе.

1.86. Два шара подвешены на параллельных нитях одинаковой длины так, что они соприкасаются. Масса первого шара $m_1 = 0{,}2$ кг, масса

второго – $m_2 = 100$ г. Первый шар отклоняют так, что его центр поднимается на высоту $h_0 = 4{,}5$ см, и отпускают. На какую высоту поднимутся шары после соударения, если: 1) удар упругий; 2) удар неупругий?

1.87. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на очень легком жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от точки подвеса стержня до центра шара равно $l = 1$ м. Найти скорость пули, если известно, что стержень с шариком отклонился от удара пули на угол $\varphi = 10°$.

1.88. Деревянным молотком, масса которого $m = 0{,}5$ кг, ударяют о неподвижную стенку. Скорость молотка в момент удара $v = 1$ м/с. Считая коэффициент восстановления при ударе $k_в = 0{,}5$, найти количество теплоты, выделившееся при ударе (коэффициентом восстановления материала тела называется отношение скорости тела после удара к его скорости до удара).

1.89. Стальной шарик, упавший с высоты $H = 1{,}5$ м на стальную плиту, отталкивается от нее со скоростью $v_2 = 0{,}75\,v_1$, где v_1 – скорость, с которой шар подлетел к плите. 1) На какую высоту он поднимется? 2) Сколько пройдет времени от начала движения шара до вторичного падения на плиту?

1.90. Стальной шарик массой $m = 20$ г, падая с высоты $h_1 = 1$ м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту $h_2 = 81$ см. Найти: 1) импульс силы, полученный плитой за время удара; 2) количество теплоты, выделившееся при ударе.

1.91. В лодке массой $m_1 = 240$ кг стоит человек массой $m_2 = 60$ кг. Лодка плывет со скоростью $v_1 = 2$ м/с. Человек прыгает с лодки в горизонтальном направлении со скоростью $v_2 = 4$ м/с (относительно лодки). Найти скорость движения лодки после прыжка человека в двух случаях: 1) человек прыгает вперед по движению лодки; 2) в сторону, противоположную движению лодки.

1.92. На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса человека $M = 60$ кг, масса доски $m = 20$ кг. С какой скоростью u (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль доски со скоростью (относительно доски) $v = 1$ м/с? Массой колес пренебречь. Трение не учитывать.

1.93. На железнодорожной платформе установлено орудие. Масса платформы с орудием $M = 15$ т. Орудие стреляет вверх под углом $\varphi = 60°$ к горизонту в направлении движения. С какой скоростью v_1 покатится платформа после отдачи, если масса снаряда $m = 20$ кг, и он вылетает со скоростью $v_2 = 600$ м/с.

1.94. Снаряд массой $m = 10$ кг обладает скоростью $v = 200$ м/с в верхней точке траектории. В этой точке он разорвался на две части. Меньшая часть массой $m_1 = 3$ кг получила скорость $v = 400$ м/с. С какой

скоростью u_2 и под каким углом к горизонту φ_2 полетит большая часть снаряда , если меньшая полетела вперед под углом $\varphi_1 = 60°$ к горизонту.

1.95. Два конькобежца массами $m_1 = 80$ кг и $m_2 = 50$ кг держались за концы длинного натянутого шнура, неподвижно стоя на льду один против другого. Один из них начинает укорачивать шнур, выбирая его со скоростью $v = 1$ м/с. С какими скоростями u_1 и u_2 будут двигаться по льду конькобежцы? Трением пренебречь.

1.96. Космический корабль, имеющий поперечное сечение $S = 10$ м^2 и скорость $v = 10$ км/с, попадает в облако микрометеоритов. В 1 м^3 пространства находится $n = 2$ микрометеорита. Масса каждого микрометеорита $m = 0{,}02$ г. Какую силу тяги должен развить двигатель, чтобы скорость корабля не изменилась? Удар микрометеорита об обшивку корабля считать неупругим.

1.97. Ракета, масса которой в начальный момент $m_0 = 1{,}5$ кг, запущена вертикально вверх. Определить ускорение, с которым двигалась ракета через $t = 5$ с после запуска, если скорость расхода горючего вещества $\mu = 0{,}2$ кг/с, а относительная скорость выхода продуктов сгорания $u = 80$ м/с. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.98. На катере, масса которого составляет $M = 2 \cdot 10^5$ кг, установлен водометный движитель, выбрасывающий ежесекундно в направлении, противоположном движению катера, $m_0 = 200$ кг воды со скоростью $v_0 = 5$ м/с (относительно катера). Определить скорость катера через $\tau = 5$ мин после начала движения. Сопротивлением воды пренебречь.

1.99. Определить, во сколько раз уменьшится масса ракеты, если через некоторое время после запуска ее скорость составляет $v = 69$ м/с, а относительная скорость выхода продуктов сгорания $u = 30$ м/с. Сопротивление воздуха и ускорение силы тяжести не учитывать.

1.100. Определить скорость ракеты в момент полного выгорания заряда, если начальная масса ракеты $m_0 = 0{,}1$ кг, масса заряда $m_з = 0{,}09$ кг, начальная скорость ракеты $v_0 = 0$, относительная скорость выхода продуктов сгорания из сопла $u = 25$ м/с. Сопротивление воздуха и ускорение силы тяжести не учитывать.

1.101. Частица массой $m_1 = 4 \cdot 10^{-20}$ г сталкивается с покоящейся частицей массой $m_1 = 10^{-19}$ г. Считать столкновение абсолютно упругим. Определить максимальную относительную потерю энергии первой частицы.

1.102. Определить работу растяжения двух соединенных последовательно пружин жесткостью $k_1 = 400$ Н/м и $k_2 = 250$ Н/м, если первая пружина при этом растянулась на $l = 2$ см.

1.103. Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой $m_1 = 10$ г со скоростью $v = 300$ м/с. Затвор пистолета массой $m_2 = 200$ г прижимается к стволу пружиной, жесткость которой

$k = 25$ кН/м. На какое расстояние отойдет затвор после выстрела? Считать, что пистолет жестко закреплен.

1.104. Пружина жесткостью $k = 500$ Н/м сжата силой $F = 100$ Н. Определить работу A внешней силы, дополнительно сжимающей эту пружину еще на $\Delta l = 2$ см.

1.105. Две пружины жесткостью $k_1 = 0{,}5$ кН/м и $k_2 = 1$ кН/м скреплены параллельно. Определить потенциальную энергию данной системы при абсолютной деформации $\Delta l = 4$ см.

1.106. Если на верхний конец вертикально расположенной спиральной пружины положить груз, то пружина сожмется на $\Delta l = 3$ мм. На сколько сожмет пружину тот же груз, упавший на конец пружины с высоты $h = 8$ см?

1.107. Под действием постоянной силы F вагонетка прошла путь $l = 5$ м и приобрела скорость $v = 2$ м/с. Определить работу силы, если масса вагонетки $m = 400$ кг и коэффициент трения $\mu = 0{,}01$.

1.108. Вычислить работу, совершаемую при равноускоренном подъеме груза массой $m = 100$ кг на высоту $h = 4$ м за время $t = 2$ с.

1.109. Камень брошен вверх под углом $\varphi = 60°$ к плоскости горизонта. Кинетическая энергия камня в начальный момент равна $T_0 = 20$ Дж. Определить кинетическую T и потенциальную Π энергии камня в высшей точке его траектории. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.110. Материальная точка массой $m = 2$ *кг* двигалась под действием некоторой силы согласно уравнению $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $A = 10$ м, $B = –2$ м/с, $C = 1$ м/с^2, $D = –0{,}2$ м/с^3. Найти мощность N в моменты времени $t_1 = 2$ с и $t_2 = 5$ с.

1.111. С какой наименьшей высоты должен начать скатываться акробат на велосипеде (не работая ногами), чтобы проехать по дорожке, имеющей форму “мертвой петли” радиусом $R = 4$ м, и не оторваться от дорожки в верхней точке? Трением пренебречь.

1.112. Конькобежец, стоя на льду, бросил вперед гирю массой $m_1 = 5$ кг и вследствие отдачи покатился назад со скоростью $v_2 = 2$ м/с. Масса конькобежца $m_2 = 60$ кг. Определить работу A, совершаемую конькобежцем при бросании гири.

1.113. Пуля массой $m = 10$ г, летевшая со скоростью $v = 600$ м/с, попала в баллистический маятник массой $M = 10$ кг и застряла в нем. На какую высоту h, откачнувшись после удара, поднялся маятник?

1.114. Шар массой $m_1 = 2$ кг налетает на покоящийся шар массой $m_2 = 8$ кг. Импульс движущегося шара $P_1 = 10$ кг·м/с. Удар шаров прямой упругий. Определить непосредственно после удара: 1) импульс P_1' первого и P_2' второго шаров; 2) изменение ΔP_1 импульса первого шара; 3) кинетическую энергию T_1' первого и T_2' второго шаров; 4) изменение ΔT_1 кинетической энергии первого шара; 5) долю w кинетической энергии, передаваемой первым шаром второму.

1.115. Из двух соударяющихся абсолютно упругих шаров больший шар покоится. В результате прямого удара меньший шар потерял $w = 3/4$ своей кинетической энергии T_1. Определить отношение $k = M/m$ масс шаров.

1.116. Маховик вращается по закону, выраженному уравнением
$\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 2$ рад, $B = 16$ рад/с, $C = –2$ рад/с^2. Момент инерции колеса $I = 50$ кг·м^2. Найти законы, по которым меняется вращающий момент M и мощность N. Чему равна мощность в момент времени $t = 3$ с.

1.117. Для определения мощности мотора на его шкив диаметром $D = 20$ см накинули ленту. К одному концу ленты прикреплен динамометр, к другому подвешен груз P. Найти мощность N мотора, если мотор вращается с частотой $n = 24\ с^{-1}$, масса груза $m = 1$ кг и показания динамометра $F = 24$ Н.

1.118. Шар катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Полная кинетическая энергия шара $T = 14$ Дж. Определить кинетическую энергию T_1 поступательного и T_2 вращательного движений шара.

1.119. Сколько времени t будет скатываться без скольжения обруч с наклонной плоскости длиной $l = 2$ м и высотой $h = 1$ м.

1.120. Карандаш длиной $l = 15$ см, поставленный вертикально, падает на стол. Какую угловую ω и линейную v скорости будет иметь в конце падения: 1) середина карандаша; 2) верхний его конец? Считать, что трение настолько велико, что нижний конец карандаша не проскальзывает.

1.121. Стальной и медный стержни, длины которых равны соответственно $l_1 = 1$ м и $l_2 = 0{,}6$ м, а сечения $S_1 = S_2 = 1{,}5\ см^2$, скреплены концами последовательно. Вычислить удлинение стержней, если растягивающая их сила $F = 400$ Н.

1.122. На железобетонную колонну высотой $h = 10$ м действует сила $F = 4\cdot10^6$ Н. Найти деформацию колонны (абсолютную и относительную), если площадь поперечного сечения колонны, занятая бетоном, $S_б = 9\cdot10^{-2}\ м^2$ и стальной арматурой - $S_{ст} = 0{,}01 S_б$, а модуль упругости бетона $E_б = 0{,}1 E_{ст}$.

1.123. К проволоке, закрепленной верхним концом, подвешивают груз массой m, под действием которого проволока удлиняется на величину Δl. Найти, во сколько раз изменение потенциальной энергии груза больше изменения потенциальной энергии проволоки. Как это объяснить с точки зрения закона сохранения энергии?

1.124. Определить диаметр стального вала для передачи мощности $N = 5$ кВт при частоте вращения $n = 100$ об/мин, если необходимая длина вала $l = 500$ мм, а допустимый угол закругления $\varphi = 1°$.

1.125. Гиря массой $m = 10$ кг, привязанная к проволоке, вращается с частотой $n = 1\ с^{-1}$ вокруг вертикальной оси, проходящей через конец

проволоки, скользя при этом без трения по горизонтальной поверхности. Длина проволоки $l = 1{,}2$ м, площадь ее поперечного сечения $S = 2\ мм^2$. Найти напряжение σ материала проволоки. Массой ее пренебречь.

1.126. Проволока длиной $l = 2$ м и диаметром $d = 1$ мм натянута практически горизонтально. Когда к середине проволоки подвесили груз массой $m = 1$ кг, проволока растянулась настолько, что точка подвеса опустилась на $h = 4$ см. Определить модуль Юнга E материала проволоки.

1.127. Определить жесткость k системы двух пружин при последовательном и параллельном их соединении. Жесткость пружин $k_1 = 2$ кН/м и $k_2 = 6$ кН/м.

1.128. Найти зависимость ускорения свободного падения g от расстояния r, отсчитанного от центра планеты, плотность которой ρ. Построить график зависимости $g(r)$. Радиус планеты R считать известным.

1.129. Определить работу A, которую совершают силы гравитационного поля Земли, если тело массой $m = 1$ кг упадет на поверхность Земли: 1) с высоты h, равной радиусу Земли; 2) из бесконечности. Радиус Земли $R_з$ и ускорение свободного падения g_0 на ее поверхности считать известными.

1.130. Вычислить значение первой (круговой) и второй (параболической) космических скоростей вблизи поверхности Луны.

1.131. С какой линейной скоростью v будет двигаться искусственный спутник Земли по круговой орбите: 1) у поверхности Земли; 2) на высоте $h_1 = 200$ км и $h_2 = 7000$ км? Найти период обращения T искусственного спутника Земли при этих условиях.

1.132. Искусственный спутник Земли движется по круговой орбите в плоскости экватора с запада на восток. На каком расстоянии от поверхности Земли должен находиться этот спутник, чтобы он был неподвижен по отношению к наблюдателю, который находится на Земле?

1.133. Имеется кольцо из тонкой проволоки, радиус которого равен r. Найти силу, с которой это кольцо притягивает материальную точку массой m, находящуюся на оси кольца на расстоянии L от его центра. Радиус кольца R, плотность материала проволоки ρ.

1.134. Автомобиль двигается со скоростью $v = 50$ км/ч. Коэффициент трения между шинами и дорогой $\mu = 0{,}75$. Определить минимальное расстояние, на котором машина может быть остановлена.

1.135. Сани массой $m = 200$ кг движутся ускоренно в горизонтальном направлении. Действующая сила $F = 10^3$ Н приложена под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Коэффициент трения $\mu = 0{,}05$. Определить ускорение.

1.136. Вычислить коэффициент полезного действия наклонной плоскости с углом наклона α и коэффициентом трения μ. При каком коэффициенте трения будет труднее перемещать груз по этой плоскости, чем просто поднимать его вертикально.

1.137. Тело массой $m = 100$ кг поднимают по наклонной плоскости с ускорением $a = 2$ м/с^2. Какую силу, параллельную наклонной плоскости, необходимо приложить для подъема тела? Коэффициент трения соприкасающихся поверхностей $\mu = 0{,}2$, угол наклона $30°$.

1.138. Аэросани массой $m = 100$ кг, двигаясь по горизонтальному участку пути со скоростью $v = 30$ км/ч, развивают мощность $N = 22$ кВт. Какую мощность они должны развивать при движении в гору с уклоном $\varphi = 10°$ с той же скоростью?

1.139. Лестница длиной l = 10 м и массой m = 1,5 кг приставлена к гладкой вертикальной стене. Она образует с горизонтальной опорой угол φ = 60°. Определить силу трения между лестницей и опорой, которая необходима для того, чтобы удержать лестницу от скольжения, когда человек массой m_1 = 60 кг находится на расстоянии h = 3 м от верхнего ее конца.

1.140. На тело массой m действует сила F под углом φ к направлению движения. Сила трения зависит от скорости: $F_{тр} = F_0 + kv$. Определить скорость и ускорение тела в момент времени t, а также установившееся значение скорости, если в момент t = 0 тело покоилось.

1.141. Показать, что выражение релятивистского импульса переходит в соответствующее выражение импульса в классической механике при $v < c$.

1.142. В лабораторной системе отсчета одна из двух одинаковых частиц покоится, другая движется со скоростью v_2 = 0,8 c (c – скорость света в вакууме) по направлению к покоящейся частице. Определить: 1) релятивистскую массу движущейся частицы в лабораторной системе отсчета; 2) скорость частиц в системе отсчета, связанной с центром инерции системы; 3) релятивистскую массу частиц в системе отсчета, связанной с центром инерции.

1.143. В лабораторной системе отсчета находятся две частицы. Одна частица массой m_0 движется со скоростью v = 0,8 с, другая с массой $2m_0$ находится в покое. Определить скорость v_c центра масс системы частиц.

1.144. Отношение заряда движущегося электрона к его массе, определенное из опыта, равно $0{,}88\cdot10^{11}$ Кл/кг. Определить релятивистскую массу m электрона и его скорость v.

1.145. Двое часов после синхронизации были помещены в системы отсчета K и K', движущиеся относительно друг друга. При какой скорости их относительного движения возможно обнаружить релятивистское замедление хода часов, если собственная длительность τ_0 промежутка времени составляет 1 с? Измерение времени производится с точностью $\Delta\tau = 10^{-11}$ с.

1.146. В системе отсчета K находится квадрат, сторона которого параллельна оси OX'. Определить угол φ между его диагоналями в системе K', если эта система движется относительно K со скоростью v = 0,95 с.

1.147. В лабораторной системе отсчета (K-*системе*) π-*мезон* с момента рождения до момента распада пролетел расстояние l = 75 м.

Скорость v π-*мезона* равна *0,995 с*. Определить собственное время жизни τ_0 мезона.

1.148. Показать, что формула сложения скоростей релятивистских частиц переходит в соответствующую формулу классической механики при скоростях. намного меньших скорости света ($v \ll c$),

1.149. Две релятивистские частицы движутся в лабораторной системе отсчета со скоростями $v_1 = 0,6$ с и $v_2 = 0,9$ с вдоль одной прямой. Определить их относительную скорость u_{21} в двух случаях: 1) частицы движутся в одном направлении; 2) частицы движутся в противоположных направлениях.

1.150. Ускоритель сообщил радиоактивному ядру скорость $v_1 = 0,4$ с. В момент вылета из ускорителя ядро выбросило в направлении своего движения β-частицу со скоростью $v_2 = 0,75$ с относительно ускорителя. Найти скорость u_{21} частицы относительно ядра.

1,151. Кинетическая энергия T электрона равна 10 МэВ. Во сколько раз его релятивистская масса больше массы покоя? Сделать такой же подсчет для протона.

1.152. При какой скорости v кинетическая энергия любой частицы вещества равна ее энергии покоя?

1.153. Показать, что релятивистское выражение кинетической энергии при $v \ll c$ переходит в соответствующее выражение классической механики.

1.154. Показать, что выражение релятивистского импульса через кинетическую энергию при $v \ll c$ переходит в соответствующее выражение классической механики.

1.155. Кинетическая энергия релятивистской частицы равна ее энергии покоя. Во сколько раз возрастет импульс частицы, если ее кинетическая энергия увеличивается в $n = 4$ раза.

1.156. При неупругом столкновении частицы, обладающей импульсом $p = m_0c$, и такой же покоящейся частицы образуется составная частица. Определить: 1) скорость v частицы (в единицах c) до столкновения; 2) релятивистскую массу составной частицы (в единицах m_0); 3) скорость составной частицы; 4) массу покоя составной частицы (в единицах m_0); 5) кинетическую энергию частицы до столкновения и кинетическую энергию составной частицы (в единицах m_0c^2).

1.157. Импульс p релятивистской частицы равен $p = m_0c$. Под действием внешней силы импульс частицы увели чивается в два раза. Во

сколько раз возрастает при этом энергия частицы: 1) кинетическая; 2) полная?

1.158. Определить, на сколько должна увеличиться полная энергия тела, чтобы его релятивистская масса возросла на $\Delta m = 1$г.

1.159. Известно, что объем воды в океане равен $1,37 \cdot 10^9$ км^3. Определить, на сколько возрастет масса воды в океане, если температура воды повысится на $\Delta t = 1°$? Плотность ρ воды в океане принять равной $1{,}03 \cdot 10^3$ кг/м^3.

1.160. Солнечная постоянная c (плотность потока энергии электромагнитного излучения Солнца на расстоянии, равном среднему расстоянию от Земли до Солнца) равна 1,4 кВт/м^2. 1) Определить массу, которую теряет Солнце в течение одного года. 2) На сколько изменится масса воды в океане за один год, если предположить, что поглощается 50 % падающий на поверхность океана энергии излучения? (Площадь поверхности океана S принять равной $3{,}6 \cdot 10^8$ км^2).

1.161. Вагонетка массой $m = 2 \cdot 10^3$ кг равномерно поднимается по эстакаде, угол наклона которой $\varphi = 30°$. Определить силу натяжения троса, с помощью которого поднимают вагонетку, если коэффициент трения $\mu = 0{,}05$.

1.162. На баржу, привязанную к берегу тросом длиной $l = 10$ м, действует сила трения воды $F_т = 4 \cdot 10^2$ Н и сила давления ветра $F_д = 3 \cdot 10^2$ Н, действующего с берега перпендикулярно к нему. С какой силой натянут трос, если баржа находится в равновесии? На каком расстоянии от берега она расположится?

1.163. Рабочий, сила тяжести которого $P = 0{,}7$ кН, равномерно поднимает груз массой 60 кг вертикально вверх с помощью каната, перекинутого через неподвижный блок. С какой силой рабочий давит на землю?

1.164. Деревянный брусок, сила тяжести которого $P = 10$ Н, находится на наклонной плоскости с углом наклона к горизонту $\varphi = 45°$. С какой наименьшей силой, направленной параллельно основанию наклонной плоскости, надо прижать брусок, чтобы он оставался в покое, если коэффициент трения $\mu = 0{,}2$? Найти также, с какой наименьшей силой, направленной перпендикулярно к наклонной плоскости, следует прижать брусок, чтобы он остался в покое.

1.165. На нити длиной $l = 5$ см висит шар радиусом $R = 5$ см, опирающийся на вертикальную стенку. Масса шара $m = 3$ кг. Определить силу натяжения нити и силу давления шара на стену. Трение шара о стену не учитывать.

1.166. Фонарь, масса которого $m = 20$ кг, подвешен к середине троса, вследствие чего трос провисает, образуя с горизонтом угол $\varphi = 5°$. Определить силы натяжения троса.

1.167. С какой наименьшей силой надо толкать перед собой полотер массой $m = 12$ кг для того, чтобы сдвинуть его с места, если эта сила направлена вдоль ручки полотера, составляющей с горизонтом угол $\varphi = 30°$, а коэффициент трения между полом и полотером $\mu = 0{,}4$? Каков предельный угол между ручкой полотера и горизонтом, при котором движение полотера невозможно при любом усилии?

1.168. Равнобедренный клин с острым углом α забит в щель бревна. При каких значениях угла α клин не будет вытолкнут из щели, если коэффициент трения между клином и материалом бревна равен μ?

1.169. Тяжелый однородный шар подвешен на нити, конец которой закреплен на вертикальной стене. Точка прикрепления нити к шару находится на одной вертикали с центром шара. Каков должен быть коэффициент трения между шаром и стеной, чтобы шар находился в равновесии?

1.170. Для подъема тяжелого цилиндрического катка радиуса R на прямоугольную ступеньку пришлось приложить к его оси горизонтально направленную силу, равную весу катка. Определить максимальную высоту ступеньки.

1.171. На двух наклонных плоскостях, образующих с горизонтом углы $\alpha_1 = 30°$ и $\alpha_2 = 60°$, лежит шар массы m. Определить силу давления шара на каждую из плоскостей, если известно, что трение между шаром и одной из плоскостей отсутствует.

1.172. При каком значении коэффициента трения человек, бегущий по прямой твердой дорожке, не может поскользнуться? Максимальный угол между вертикалью и линией, составляющей центр тяжести бегуна с точкой опоры, равен α.

1.173. Гаечным ключом отвинчивают гайку. Длина рукоятки $l = 0{,}4$ м. Сила, приложенная под углом $\varphi = 90°$ к концу рукоятки, $F = 50$ Н. Чему равен момент этой силы? Каким будет момент, если силу приложить к середине рукоятки? Чему равнялись бы моменты, если бы сила действовала под углом $\varphi = 30°$ к рукоятке?

1.174. Однородная балка, сила тяжести которой $P = 20$ кН и длина $l = 0{,}4$ м, своими концами лежит на опорах. На балке подвешены грузы массами $m_1 = 6 \cdot 10^3$ кг, $m_2 = 2 \cdot 10^3$ кг. Грузы расположены на расстояниях $l_1 = 0{,}1$ м и $l_2 = 0{,}3$ м от левого конца балки. Определить силы давления балки на опоры.

1.175. Рельс длиной $l = 10$ м, расположенный горизонтально, поднимают равномерно на двух параллельных тросах. Найти силу натяжения тросов, если один из них укреплен на конце рельса, а другой – на расстоянии $l_2 = 1$ м от противоположного конца. Сила тяжести, действующая на рельс, $P = 9$ кН.

1.176. Труба длиной $l = 16$ м лежит горизонтально на двух опорах, расположенных на расстоянии $l_1 = 4$ м и $l_2 = 2$ м от ее концов. Какую максимальную силу надо приложить поочередно к каждому концу

трубы, чтобы приподнять ее за тот или иной конец, если на трубу действует сила тяжести $P = 21$ кН.

1.177. Чему равен коэффициент трения между полом и ящиком массой $m = 10$ кг, если наименьшая сила, необходимая для того, чтобы сдвинуть ящик с места, $F_{\min} = 60$ Н?

1.178. Куб опирается одним ребром на пол, другим – на гладкую вертикальную стенку. Определить, при каких значениях угла между полом и боковой гранью возможно равновесие куба. Коэффициент трения куба о пол равен μ.

1.179. К середине резинового шнура длиной $l = 2$ м, расположенного горизонтально, подвешена гиря массой $m = 0{,}5$ кг. Под действием гири шнур провис на $\Delta h = 0{,}5$ м. Определить жесткость шнура, если деформация шнура упругая. Массой шнура пренебречь.

1.180. Определить положение центра тяжести тонкой однородной пластинки, представляющей собой прямоугольник со сторонами r и $2r$, из которого вырезан полукруг радиуса r.

1.181. Бомбардировщик пикирует по прямой под углом α к горизонту. Если пилот хочет сбросить бомбу на высоте H и послать точно в цель, то на каком расстоянии от цели он должен это сделать? Скорость бомбардировщика v. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.182. Из трех труб, расположенных на земле, с одинаковой скоростью бьют струи воды под углами 60°, 45° и 30° к горизонту. Найти отношение наибольших высот подъема струй воды, вытекающих из каждой трубы, и отношение дальностей падения воды на землю.

1.183. Камень бросают горизонтально с вершины горы, уклон которой равен α. Определить, с какой скоростью v был брошен камень, если он упал на склон на расстоянии L от вершины горы.

1.184. Шарик падает на наклонную плоскость вертикально с высоты $h = 2$ м и упруго отскакивает. На каком расстоянии S от места падения он снова ударится о ту же плоскость? Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30°$.

1.185. Через неподвижный блок, масса которого пренебрежимо мала, перекинута веревка. На конце веревки висит груз массой $M = 25$ кг, а за другой конец ухватилась обезьяна и карабкается вверх. С каким ускорением a поднимается обезьяна, если груз находится все время на одной высоте? Масса обезьяны $m = 20$ кг. Через какое время t обезьяна достигнет блока, если первоначально она находилась от него на расстоянии l = 20 м?

1.186. За какое время тело массой m соскользнет с наклонной плоскости высотой h и с углом наклона β, если по наклонной плоскости с углом α оно двигалось вниз равномерно?

1.187. Чему должен быть равен минимальный коэффициент трения μ между шинами и поверхностью наклонной дороги с углом $\alpha = 30°$

для того, чтобы автомобиль мог двигаться по ней вверх с ускорением a = 0,6 м/с^2?

1.188. Какова должна быть минимальная сила трения между колесами автомобиля и дорогой, чтобы он мог двигаться со скорость v = 30 м/с под вертикальным дождем? Масса дождевой капли m = 0,1 г. Ежесекундно на 1 см^2 горизонтальной поверхности падает две капли дождя (n = 2). Площадь поверхности автомобиля, смачиваемая дождем, S = 5 м^2. Считать, что вся поверхность смачивается дождем равномерно.

1.189. Огнетушитель выбрасывает ежесекундно $m_{п}$ = 0,2 кг пены со скоростью v = 20 м/с. Вес полного огнетушителя P = 20 Н. Какую силу должен развить человек, чтобы удерживать огнетушитель неподвижно в руках в вертикальном положении в начальный момент его работы.

1.190. Какой путь l пройдут санки по горизонтальной поверхности после спуска с горы высотой h = 15 м, имеющий уклон $\alpha = 30°$? Коэффициент трения μ = 0,2.

1.191. От удара копра весом $P = 5 \cdot 10^3$ Н, свободно падающего с некоторой высоты, свая погружается в грунт на Δh = 1 см. Определить силу $F_{с}$ сопротивления грунта, считая её постоянной, если скорость копра перед ударом $v_{с}$ = 10 м/с. Вес сваи – 500 Н. Задачу решить для двух случаев: 1) удар копра абсолютно неупругий; 2) удар копра абсолютно упругий.

1.192. Санки, движущиеся по горизонтальному льду со скоростью v = 6 м/с, выезжают на асфальт. Длина полозьев санок L_0 = 2 м, коэффициент трения об асфальт $\mu = 1$. Какой путь L пройдут санки до полной остановки?

1.193. На поверхности земли шарнирно закреплен легкий стержень длиной l_1, расположенный вертикально. На верхнем конце стержня укреплен груз массой m_1, а на расстоянии $l_2 < l_1$ от нижнего конца стержня -груз массой m_2. С какой скоростью масса m_1 коснется земли, если стержень начинает падать без начальной скорости? Массой стержня можно пренебречь.

1.194. Снаряд разрывается в верхней точке траектории на высоте H = 19,6 м на две одинаковые части. Через t_1 = 2 с после разрыва одна часть падает на землю под тем же местом, где произошел взрыв. Во сколько раз расстояние L_2, накотором упадет второе тело от места выстрела, больше расстояния L_1, на котором первое упало от места выстрела? Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.195. Два упругих шарика подвешены на тонких нитях рядом так, что они находятся на одной высоте и соприкасаются. Нити подвеса разной длины: l_1 = 10 см, l_2 = 6 см. Массы шариков: m_1 = 8 г, m_2 = 20 г. Шарик с массой m_1 = 8 г отклоняют на угол α = 60° и отпускают.

Определить максимальное отклонение шариков от вертикали после удара. Удар считать абсолютно упругим.

1.196. По гладкой плоскости скользят навстречу друг другу без трения два упругих шарика с массами m_1 = 10 г и m_2 = 50 г и скоростями соответственно v_1 = 2 м/с, v_2 = 1 м/с. Определить их скорости после центрального удара.

1.197. Горизонтально летящая пуля массой m попадает в деревянный шар, лежащий на полу, и пробивает его. Определить, какая часть энергии пули перешла в тепло, если ее начальная скорость была v_1, скорость после вылета из шара – v_2, масса шара - M. Трение между шаром и полом отсутствует. Траектория пули проходит через центр шара.

1.198. В покоящийся клин массой M попадает горизонтально летящая пуля массой m и после абсолютно упругого удара о поверхность клина отскакивает вертикально вверх. На какую высоту поднимется пуля, если скорость клина после удара стала v? Трением пренебречь.

1.199. Автомобиль движется по мосту, имеющему форму дуги окружности радиуса R = 40 м, обращенной своей выпуклостью вверх. Какое максимальное горизонтальное ускорение может развить автомобиль в высшей точке моста, если скорость его в этой точке v = 50,4 км/ч, а коэффициент трения автомобиля о мост μ = 0,6?

1.200. Груз массой m = 100 г подвешен на нити и совершает колебания, отклоняясь на угол α = 60° в ту и другую сторону. Определить натяжение нити в момент, когда нить составляет угол β = 30° с вертикалью.

7 Молекулярная физика и термодинамика

Основные законы и формулы

Молекулярно-кинетическая теория идеальных газов

Количество однородного вещества (в молях)

$$\nu = \frac{N}{N_A} \quad \text{или} \quad \nu = \frac{m}{\mu},$$

где N – число молекул; N_A – постоянная Авогадро; m – масса; μ – молярная масса вещества.

Если система представляет собой смесь нескольких газов, то количество вещества системы

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n = \frac{N_1}{N_A} + \frac{N_2}{N_A} + \ldots + \frac{N_n}{N_A} = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \ldots + \frac{m_n}{\mu_n},$$

где ν_i, N_i, m_i, μ_i – соответственно количество вещества, число молекул, масса, молярная масса i-й компоненты смеси.

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона)

$$pV = \frac{m}{\mu}RT = \nu RT,$$

где p – давление; V – объем; m – масса; μ – молярная масса газа; R – универсальная газовая постоянная; ν – количество вещества; T – термодинамическая температура.

Опытные газовые законы, являющиеся частными случаями уравнения состояния для изопроцессов:

а) Закон Бойля-Мариотта (изотермический процесс – T = const, m = const):

$$pV = \text{const},$$

или для двух состояний газа:

$$p_1V_1 = p_2V_2;$$

б) закон Гей-Люссака (изобарный процесс – p = const, m = const):

$$\frac{V}{T} = \text{const} \quad \text{или} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2};$$

в) закон Шарля (изохорный процесс – V =const, m = const):

$$\frac{p}{T} = \text{const} \quad \text{или} \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2};$$

г) объединённый газовый закон (m = const):

$$\frac{pV}{T} = \text{const} \quad \text{или} \quad \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2},$$

где p_1, V_1, T_1 – давление, объём и температура газа в начальном состоянии; p_2, V_2, T_2 – те же величины в конечном состоянии.

Закон Дальтона, определяющий давление смеси n идеальных газов,

$$p = p_1 + p_2 + ... + p_n,$$

где p_i – парциальное давление i-й компоненты смеси. Парциальным называется давление, которое производил бы этот газ, если бы только он один находился в сосуде, занятом смесью.

Молярная масса смеси n газов

$$\mu = \frac{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \ldots + \nu_n},$$

где m_i и ν_i – масса и количество вещества 1-го компонента смеси.

Концентрация молекул

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\rho}{\mu} N_A,$$

где N – число молекул в системе; V – объем системы; ρ – плотность вещества; N_A – число Авогадро.

Формула справедлива для любого состояния вещества.

Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры

$$p = nkT,$$

где k – постоянная Больцмана.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \left\langle v_{\text{кв}} \right\rangle^2 = \frac{2}{3} n \left\langle \varepsilon \right\rangle \quad \text{или} \quad pV = \frac{1}{3} m \left\langle v_{\text{кв}} \right\rangle^2 = \frac{2}{3} E,$$

где n – концентрация молекул; m_0 – масса одной молекулы; m – масса газа в объёме V; $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ – средняя квадратичная скорость молекул; $\langle \varepsilon \rangle$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул; E – суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул.

Закон Максвелла распределения молекул идеального газа по скоростям

$$f(v) = \frac{\mathrm{d}N(v)}{N dv} = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT} \right),$$

где $f(v)$ – функция распределения молекул по скоростям, определяющая долю числа молекул, скорости которых лежат в интервале от v до $v + \mathrm{d}v$.

Число молекул, относительные скорости которых заключены в пределах от u до $u + \mathrm{d}u$,

$$\mathrm{d}N(u) = Nf(u)\mathrm{d}u = \frac{4}{\sqrt{\pi}} Nu^2 \exp\left(-u^2\right)\mathrm{d}u,$$

где $u = v/v_{\text{в}}$ – относительная скорость, равная отношению скорости молекул v к наивероятнейшей скорости $v_{\text{в}}$; $f(u)$ – функция распределения по относительным скоростям.

Распределение молекул по энергиям. Число молекул, энергии которых заключены в интервале от ε до ε + dε,

$$\mathrm{d}N(\varepsilon) = Nf(\varepsilon)\,\mathrm{d}\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right) \varepsilon^{\frac{1}{2}} (kT)^{-\frac{3}{2}} \mathrm{d}\varepsilon,$$

где $f(\varepsilon)$ – функция распределения по энергиям.

Скорость молекул:

наиболее вероятная – $v_{\text{в}} = \sqrt{\dfrac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\dfrac{2kT}{m_0}}$;

средняя квадратичная – $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\dfrac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m_0}}$;

средняя арифметическая – $\langle v \rangle = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi\mu}} = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m_0}}$,

где m_0 – масса молекулы.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT.$$

Средняя полная кинетическая энергия молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где i – число степеней свободы молекулы.

Барометрическая формула

$$p_{\mathrm{h}} = p_0 \exp\left[-\frac{\mu\, g(h - h_0)}{RT}\right],$$

где p_{h} и p_0 - давление газа на высоте h и h_0.

Распределение Больцмана во внешнем потенциальном поле

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{U}{kT}\right),$$

где n – концентрация частиц; n_0 – концентрация частиц в точках, где U = 0. U – их потенциальная энергия.

Среднее число соударений, испытываемых молекулой газа за 1 с,

$$\langle z\rangle = \sqrt{2}\pi d^2 n\langle v\rangle,$$

где d – эффективный диаметр молекулы; n – концентрация молекул; $\langle v\rangle$ – средняя арифметическая скорость молекулы.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle l\rangle = \frac{\langle v\rangle}{\langle z\rangle} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\, d^2 n}.$$

Импульс, переносимый молекулами из одного слоя газа в другой через элемент поверхности площадью ΔS за время dt,

$$\mathrm{d}p = \eta\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}z}\Delta S\mathrm{d}t,$$

где η – динамическая вязкость газа; dv/dz – поперечный градиент скорости течения его слоев.

Динамическая вязкость

$$\eta = \frac{1}{3}\rho\langle v\rangle\langle l\rangle,$$

где ρ – плотность газа (жидкости).

Закон Ньютона для силы внутреннего трения (вязкости) между слоями площадью ΔS

$$F = \eta\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}z}\Delta S.$$

Закон теплопроводности Фурье

$$\Delta Q = -\lambda\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}S\Delta t,$$

где ΔQ – теплота, прошедшая посредством теплопроводности через площадку S за время Δt; dT/dx – градиент температуры; λ – теплопроводность, для газов

$$\lambda = \frac{1}{3}c_\mathrm{v}\,\rho\langle v\rangle\langle l\rangle,$$

c_V – удельная теплоёмкость газа при постоянном объёме; ρ – плотность газа; $\langle v\rangle$ и $\langle l\rangle$ – средняя арифметическая скорость и средняя длина свободного пробега молекул.

Закон диффузии Фика

$$\Delta m = -D\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}x}S\,\Delta t,$$

где Δm – масса вещества, переносимая в результате диффузии через поверхность площадью S за время Δt; $\mathrm{d}\rho/\mathrm{d}x$ – градиент плотности; D – коэффициент диффузии; для газов

$$D = \frac{1}{3}\langle v\rangle\langle l\rangle.$$

Основы термодинамики

Молярная теплоёмкость газа при постоянном объёме и постоянном давлении соответственно

$$C_{V\mu} = \frac{i}{2}R, \qquad C_{p\mu} = \frac{i+2}{2}R,$$

где i – число степеней свободы; R – универсальная газовая постоянная.

Связь между удельной (c) и молярной (C_μ) теплоёмкостями

$$C_\mu = c\mu$$

где μ – молярная масса.

Уравнение Майера

$$C_{p\mu} - C_{V\mu} = R.$$

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{m}{\mu}C_{V\mu}T.$$

Уравнение адиабатного процесса (уравнение Пуассона)

$$pV^{\gamma} = \mathrm{const},\ TV^{\gamma-1} = \mathrm{const},\ T^{\gamma}p^{1-\gamma} = \mathrm{const},$$

где γ – показатель адиабаты,

$$\gamma = \frac{C_{p\mu}}{C_{V\mu}} = \frac{i+2}{i}.$$

Уравнение политропы

$$pV^{n} = \mathrm{const},$$

где $n = (C - C_p) / (C - C_V)$ – показатель политропы.

Работа, совершаемая газом при изменении его объёма, в общем случае вычисляется по формуле

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\, \mathrm{d}V,$$

где V_1 и V_2 – начальный и конечный объемы газа.

Работа при изобарическом процессе (p = const)

$$\mathrm{A} = p\,(V_2 - V_1),$$

при изотермическом (T = const) –

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln\frac{V_2}{V_1},$$

при адиабатном (Q = const) –

$$A = \frac{m}{\mu} C_{V\mu}(T_1 - T_2) = \frac{RT_1}{\gamma - 1}\frac{m}{\mu}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right] = \frac{p_1V_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right] = \frac{p_1V_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right],$$

при политропном (C = const) –

$$A = \frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{n - 1}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right),$$

где T_1, T_2, V_1, V_2, p_1, p_2 – соответственно, начальные и конечные температура, объём и давление газа.

Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – количество теплоты, сообщённое газу; ΔU – изменение его внутренней энергии; A – работа, совершённая газом против внешних сил.

Первое начало термодинамики при изобарическом процессе

$$Q = \Delta\, U + A = \frac{m}{\mu} C_{V\mu}\Delta T + \frac{m}{\mu} R\Delta T = \frac{m}{\mu} C_{p\mu}\Delta T,$$

при изохорном (A = 0) –

$$Q = \Delta\, U = \frac{m}{\mu} C_{V\mu}\Delta\, T,$$

при изотермическом (ΔU = 0) –

$$Q = A = \frac{m}{\mu} RT \ln\frac{V_2}{V_1},$$

при адиабатическом ($Q = 0$) –

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{\mu} C_{V\mu} \Delta T.$$

Термический коэффициент полезного действия для кругового процесса (цикла)

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 – количество теплоты, полученное системой; Q_2 – количество теплоты, отданное системой; A – работа, совершаемая за цикл.

КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 – температура нагревателя; T_2 – температура холодильника.

Холодильный коэффициент машины, работающей по обратному циклу Карно,

$$\varepsilon = \frac{Q_{\text{отв}}}{A} = \frac{T_2}{T_1 - T_2},$$

где $Q_{\text{отв}}$ – количество теплоты, отведённое из холодильной камеры; A – совершённая работа; T_2 – температура более холодного тела (холодильной камеры); T_1 – температура более горячего тела (окружающей среды).

Изменение энтропии при равновесном переходе системы из состояния 1 в состояние 2

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

Изменение энтропии идеального газа

$$\Delta S = \frac{m}{\mu}\left(C_{V\mu} \ln\frac{T_2}{T_1} + R \ln\frac{V_2}{V_1} \right).$$

Уравнение Ван-дер-Ваальса

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2} \right)\left(V - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT,$$

где p – давление; m – масса; μ – молярная масса; a и b – постоянные Ван-дер-Ваальса; V – объем; T – термодинамическая температура.

Связь критических параметров – объема, давления и температуры газа – с постоянными Ван-дер-Ваальса:

$$V_{кр} = 3b\frac{m}{\mu;}; \qquad p_{кр} = \frac{a}{27b^2}; \qquad T_{кр} = \frac{8\,a}{27\,Rb}.$$

Внутренняя энергия реального газа

$$U = \frac{m}{\mu}\left(C_{V\mu}T - \frac{a}{V_\mu}\right).$$

Коэффициент поверхностного натяжения

$$\alpha = F\,/\,l\,,$$

где F – сила поверхностного натяжения, действующая на контур длиной l, ограничивающий поверхность жидкости.

При изотермическом увеличении площади поверхности плёнки жидкости на ΔS совершается работа

$$A = \alpha\,\Delta S.$$

Добавочное давление Δp, вызванное кривизной поверхности жидкости, выражается формулой Лапласа

$$\Delta p = \alpha\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

где R_1 и R_2 – радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных сечений поверхности жидкости.

В случае сферической поверхности

$$\Delta p = 2\,\alpha\,/\,R\,.$$

Высота поднятия жидкости в капиллярной трубке

$$h = \frac{2\alpha\cos\theta}{\rho\,g\,r},$$

где θ – краевой угол; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения; r – радиус трубки.

Высота поднятия жидкости в зазоре между двумя близкими и параллельными плоскостями

$$h = \frac{2\alpha\cos\theta}{\rho\,g\,d},$$

где d – расстояние между плоскостями.

Уравнение Клапейрона-Клаузиуса

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}p}=\frac{(\upsilon_1-\upsilon_2)T}{q_{12}},$$

где υ_1 и υ_2 – удельные объёмы вещества в двух фазовых состояниях; T и p – температура и давление фазового перехода; q_{12} – удельная теплота фазового перехода вещества

8 *Примеры решения задач по молекулярной физике и термодинамике*

Пример 1. Найти молярную массу смеси кислорода массой m_1 = 25 г и азота массой m_2 = 75 г.

Решение. Молярная масса смеси есть отношение массы смеси $m_{см}$ к количеству вещества смеси, т.е.

$$\mu_{см} = m_{см} / \nu_{см}. \qquad (1)$$

Масса смеси равна сумме масс компонентов смеси:

$$m_{см} = m_1 + m_2,$$

количество вещества смеси

$$\nu_{см} = \nu_1 + \nu_2 = m_1 / \mu_1 + m_2 / \mu_2.$$

Подставив в формулу (1) выражения для $m_{см}$ и $\nu_{см}$, получим

$$\mu_{см}=\frac{m_1+m_2}{\frac{m_1}{\mu_1}+\frac{m_2}{\mu_2}}.$$

После вычислений найдем $\mu_{см} = 30 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Пример 2. В баллоне вместимостью V = 10 л находится гелий под давлением p_1 = 1 МПа и при температуре T_1 = 300 К. После того, как из баллона было взято m = 10 г гелия, температура в баллоне понизилась до T_2 = 290 К. Определить давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне.

Решение. Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона, применив его к конечному состоянию газа,

$$p_2 V = \frac{m_2}{\mu} R T_2,$$

где m_2 – масса гелия в баллоне в конечном состоянии; μ – молярная масса гелия; R – универсальная газовая постоянная.

Выразим искомое давление,

$$p_2 = m_2 R T_2 / (\mu V). \tag{1}$$

Массу m_2 гелия выразим через массу m_1, соответствующую начальному состоянию газа, и массу гелия, взятого из баллона

$$m_2 = m_1 - m. \tag{2}$$

Масса m_1 гелия также находится из уравнения Менделеева-Клапейрона для начального состояния гелия

$$m_1 = \mu p_1 V / (R T_1). \tag{3}$$

Подставив выражения масс (2) и (3) в (1), найдём,

$$p_2 = \left(\frac{\mu p_1 V}{R T_1} - m\right)\frac{R T_2}{\mu V} = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{m}{\mu}\frac{R T_2}{V}.$$

Проверим, даёт ли полученная формула единицу давления. Для этого в её правую часть вместо символов величин подставляем их единицы. В правой части формулы два слагаемых. Очевидно, что первое из них даёт

единицу давления, т.к. первый сомножитель (T_2 / T_1) – безразмерный, а второй – давление. Проверим второе слагаемое:

$$\frac{[m][R][T]}{[\mu][V]} = \frac{1\,Дж\ /(моль К)\cdot 1\cdot К}{1\cdot(к\cdot/\,моль\cdot\cdot 1\cdot м^3} = \frac{1\cdot Дж}{1\cdot м^3} = \frac{1\cdot Н\cdot м}{1\cdot м^3} = \frac{1\cdot Н}{1\cdot м^2} = 1\cdot Па$$

Паскаль является единицей давления. Производим вычисления, учитывая что $\mu = 4\cdot 10^{-3}$кг/моль. Получим p_2 = 0,364 МПа.

Пример 3. Найти среднюю кинетическую энергию движения одной молекулы кислорода при температуре 350 К, а также кинетическую энергию движения всех молекул кислорода массой 4 г.

Решение. На каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия $\langle\varepsilon_i\rangle = 1 / 2kT$, где k – постоянная Больцмана, T – термодинамическая температура газа. Поступательному движению двухатомной молекулы кислорода соответствуют три степени свободы, вращательному – две. Тогда средняя кинетическая энергия движения молекулы

$$\langle\varepsilon\rangle = 5\ 2\ kT. \tag{1}$$

Кинетическая энергия движения всех молекул газа

$$E_к = N \langle\varepsilon\rangle \tag{2}$$

Число всех молекул газа

$$N = \nu N_A = N_A\, m / \mu. \tag{3}$$

Подставив выражение N в формулу (2), получаем

$$E_к = 5kTN_A\, m / (2\mu) = 5RTm / (2\mu). \tag{4}$$

Произведём вычисления, учитывая, что для кислорода $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль:

$$\langle\varepsilon\rangle = 1{,}21 \cdot 10^{-20}\ Дж;\ E_к = 910\ Дж.$$

Пример 4. Используя функцию распределения молекул идеального газа по относительным скоростям, определить число молекул, скорости которых меньше 0,002 наиболее вероятной скорости, если в объёме газа содержится $N = 1{,}67 \cdot 10^{24}$ молекул.

Решение. Число $dN(u)$ молекул, относительные скорости которых заключены в пределах от u до $u + du$,

$$dN(u) = Nf(u)du = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} u^2 \exp\left(-u^2\right) du,$$

где N – число молекул в объёме газа.

По условию задач $v_m = 0{,}002\ v_в$, следовательно $u_{max} = v_{max} / v_в = 0{,}002$, Так как $u \ll 1$, то $\exp(-u^2) \approx 1 - u^2$. Пренебрегая $u^2 \ll 1$, выражение для $dN(u)$ можно записать в виде

$$\mathrm{d}N(u) = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} u^2 \ \mathrm{d}u.$$

Проинтегрировав данное выражение по u в пределах от 0 до u_{max}, найдём

$$\Delta N = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \int_0^{u_{max}} u^2\, d\,u = \frac{4Nu^3{}_{max}}{3\sqrt{\pi}}.$$

Вычисляя, получаем $\Delta N = 10^{16}$ молекул.

Пример 5. Вычислить удельные теплоёмкости при постоянном объеме и постоянном давлении неона и водорода, принимая эти газы за идеальные. Рассчитать также удельные теплоемкости смеси указанных газов, если массовые доли неона и кислорода составляют 80 и 20 % соответственно.

Решение. Удельные теплоёмкости идеальных газов определяются по формулам

$$c_{\mathrm{v}} = \frac{i}{2}\frac{R}{\mu}; \qquad c_{\mathrm{p}} = \frac{i+2}{2}\ \frac{R}{\mu}.$$

Для неона (одноатомный газ) число степеней свободы $i = 3$ и $\mu_1 = 20 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Поэтому

$$c_{\mathrm{v}1} = 3 \cdot 8{,}31 \,/\, (2 \cdot 20 \cdot 10^{-3}) = 624 \text{ Дж/(кг·К)},\ c_{\mathrm{p}1} = 1040 \text{ Дж /(кг · К)}.$$

Для водорода (двухатомный газ) $i = 5$ и $\mu_2 = 2{\cdot}10^{-3}$ кг/моль.

$$c_{\mathrm{v}2} = 1{,}04 \cdot 10^4 \text{ Дж /(кг · К)},\ c_{\mathrm{p}2} = 1{,}46 \cdot 10^4 \text{ Дж /(кг · К)}.$$

Удельную теплоёмкость смеси при постоянном объёме c_{v} найдём следующим образом. Теплоту, необходимую для нагревания смеси на ΔT, выразим двумя способами:

$$Q = c_{\mathrm{v}}\,(m_1 + m_2)\,\Delta T, \qquad (1)$$

$$Q = (c_{\mathrm{v},1} m_1 + c_{\mathrm{v},2}\, m_2)\Delta T. \qquad (2)$$

Приравнивая правые части (1) и (2) и разделив обе части полученного равенства на ΔT, получим

$$c_V(m_1 + m_2) = c_{V,1}m_1 + c_{V,2}m_2.$$

Отсюда $c_V = c_{V,1}\dfrac{m_1}{m_1+m_2} + c_{V,2}\dfrac{m_2}{m_1+m_2}$, или $c_V = c_{V,1}\omega_1 + c_{V,2}\omega_2$,

где $\omega_1 = m_1 / (m_1 + m_2)$ и $\omega_2 = m_2 / (m_1 + m_2)$.

Рассуждая так же, получим формулу для вычисления удельной теплоёмкости смеси при постоянном давлении

$$c_p = c_{p,1}\omega_1 + c_{p,2}\omega_2.$$

Произведём вычисления:

$$c_V = (6{,}24 \cdot 10^2 \cdot 0{,}8 + 1{,}04 \cdot 10^4 \cdot 0{,}2) = 2580 \text{ Дж/(кг·К)};$$
$$c_p = (1{,}04 \cdot 10^2 \cdot 0{,}8 + 1{,}46 \cdot 10^4 \cdot 0{,}2) = 3752 \text{ Дж/(кг·К)}.$$

Пример 6. Некоторая масса кислорода при давлении $p_1 = 10^5$ Па занимает объем 10 л. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема 30 л, а затем при постоянном объеме до давления $p_2 = 0{,}5$ МПа. Найти изменение внутренней энергии газа ΔU_{1a2}, совершенную им работу A_{1a2} и количество поглощенной газом теплоты Q_{1a2}. Произвести аналогичные расчёты в случае обратного следования процессов: сначала по изохоре, потом по изобаре (рисунок 3 кривая 1в2). Сравнить результаты расчётов в обоих случаях.

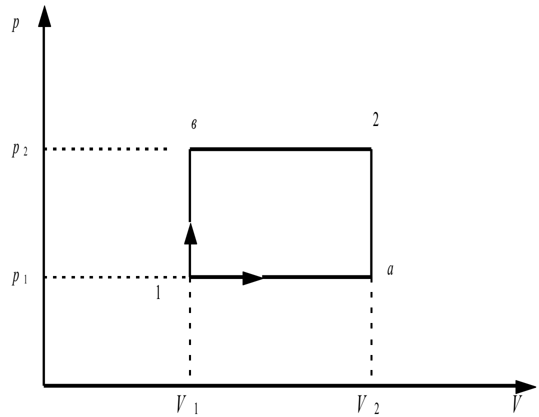

Рисунок 3

Решение. Физическую систему составляет идеальный газ – кислород. Внутренняя энергия является функцией состояния системы. Поэтому изменение внутренней энергии при переходе из одного состояния в другое всегда равно разности значений внутренней энергии в этих состояниях и не зависит от совокупности процессов, приведших к такому переходу системы:

$$\Delta U_{1a2} = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R\left(T_2 - T_1\right) = \frac{i}{2}\left(p_2V_2 - p_1V_1\right).$$

Здесь температуры газа в начальном и конечном состояниях были выражены из уравнения Менделеева-Клапейрона.

Работа, совершённая газом в рассматриваемом случае,

$$A_{1a2} = A_{1a} + A_{a2}.$$

При изобарном процессе $A_{1a} = p_1(V_2 - V_1)$, при изохорном $A_{a2} = 0$. С учётом этого

$$A_{1a2} = p_1(V_2 - V_1).$$

В соответствии с первым законом термодинамики

$$Q_{1a2} = \Delta U_{1a2} + A_{1a2} = i\ (\ _2V_2 - p_1V_1)\ /\ 2 + p_1(V_2 - V_1).$$

Подставив числовые значения, получим

$$\Delta U_{1a2} = 14 \cdot 10^3 \text{ Дж};\ A_{1a2} = 2 \cdot 10^3 \text{ Дж};\ Q_{1a2} = 16 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Во втором случае переход из состояния 1 в состояние 2 идет через промежуточное состояние b. Искомые величины могут быть найдены следующим образом:

$$A_{1b2} = p_2(V_2 - V_1);$$

$$\Delta U_{1b2} = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R\left(T_2 - T_1\right) = \frac{i}{2}\left(p_2V_2 - p_1V_1\right);$$

$$Q_{1b2} = i\ (p_2V_2 - p_1V_1)\ /\ 2 + p_2(V_2 - V_1).$$

Подставив численные значения, получим

$$\Delta U_{1b2} = 14 \cdot 10^3 \text{ Дж};\quad \text{А}_{1b2} = 10 \cdot 10^3 \text{ Дж};\quad Q_{1b2} = 24 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Сравнивая результаты в первом и втором случаях, замечаем, что

$$\Delta U_{1a2} = \Delta U_{1b2};\qquad A_{1b2} > \text{А}_{1a2};\qquad Q_{1b2} > Q_{1a2}.$$

Пример 7. Найти КПД четырёхтактного двигателя внутреннего сгорания. Считать, что смесь воздуха с парами топлива и воздуха с продуктами сгорания с достаточной точностью ведёт себя как идеальный газ с показателем адиабаты γ. Схема реального цикла показана на рисунке 4, а идеального – на рисунке 5.

Решение. В состоянии 1 в камере после сгорания сжатой смеси воздуха с топливом имеется газ под большим давлением p_1. Объём газа V_1.. Начинается рабочий цикл. При расширении газа по адиабате 1-2 совершается положительная работа. В состоянии 2 (нижняя мёртвая точка) расширение достигает максимума и поршень находится в крайнем положении. Объём V_2 равен сумме объёмов камеры сгорания и цилиндра. После открытия выпускного клапана давление в цилиндре падает до близкого к атмосферному. В реальном цикле выпускной клапан начинает открываться раньше достижения поршнем нижней мёртвой точки 2, поэтому переход 2-3 не строго изохорный. На участке 3-4 происходит выталкивание оставшихся в цилиндре продуктов сгорания. В верхней мёртвой точке 4 закрывается выпускной клапан и открывается впускной. На участке 4-5 происходит засасывание воздушно-топливной смеси (для карбюраторных двигателей) или воздуха (для дизельных двигателей). В точке 5 закрывается всасывающий клапан и на участке 5-6 происходит сжатие рабочей смеси. Совершается отрицательная работа. В точке 6 смесь воспламеняется, и давление в камере сжатия возрастает до p_1. В идеальном цикле считаем, что точки 5 и 3 совпадают, путь 3-4 совпадает с 4-5, и никакой работы в процессе 3-4-5 не совершается.

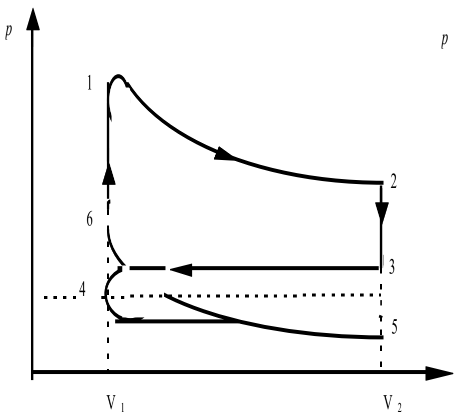

Рисунок 4

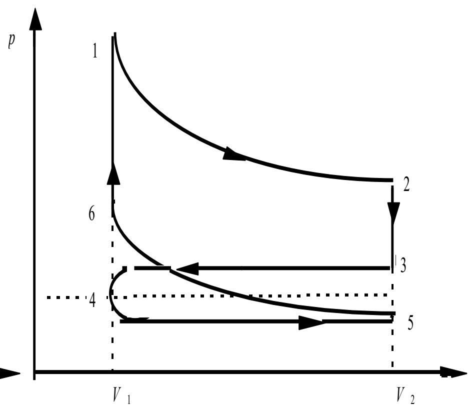

Рисунок 5

Работа в цикле в расчёте на моль вещества

$$A = A_{1-2} + A_{5-6} = \frac{p_1V_1}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right] - \frac{p_6V_1}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right] = \frac{R\left(T_1-T_6\right)}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right],$$

где T_1 и T_6 – температуры газа в состояниях 1 и 6.

Так как $\gamma - 1 = (C_{p\mu} - C_{V\mu}) / C_{V\mu} = R / C_{V\mu}$, то

$$A = C_{V\mu}\left(T_1 - T_6\right)\left[\,1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right] .$$

Энергия, затрачиваемая на увеличение температуры моля газа от T_6 до T_1,

$$Q = C_{V\mu}(T_1 - T_6).$$

КПД цикла

$$\eta = \frac{A}{Q} = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} .$$

Отношение V_2 / V_1 называется степенью сжатия. Чем больше степень сжатия, тем КПД выше. Вычисляемый по полученной формуле КПД оказывается завышенным приблизительно вдвое по сравнению с действительным КПД в реальных двигателях внутреннего сгорания. Источниками расхождения являются значительные отклонения условий, принятых для идеального цикла, от условий функционирования реального цикла.

Пример 8. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, произвёл работу A = 600 Дж. Температура T_1 нагревателя равна 500 К, температура холодильника T_2 = 300 К. Определить термический КПД цикла и количество теплоты, отданное холодильнику за один цикл.

Решение. Термический КПД цикла Карно

$$\eta = (T_1 - T_2)/T_1 .$$

Количество теплоты, отданное холодильнику,

$$Q_2 = Q_1 - A,$$

где $Q_1 = A / \eta$ – количество теплоты, полученной от нагревателя. Подставляя выражение для Q_1 в формулу для Q_2, получим

$$Q_2 = A(1/\eta - 1).$$

Вычисляя, находим: 1) η = 0,4; 2) Q_2 = 900 Дж.

Пример 9. Определить изменение энтропии ΔS при изотермическом расширении азота массой 10 г, если давление газа уменьшается от 100 до 50 кПа.

Решение . Изменение энтропии, учитывая, что процесс изотермический,

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{Q}{T}. \qquad (1)$$

Согласно 1-му закону термодинамики, количество теплоты, полученное газом, $Q = \Delta U + A$. Для изотермического процесса $\Delta U = 0$, поэтому $Q = A$. Работа газа в изотермическом процессе

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Подставив выражение для работы в формулу (1), найдём искомое изменение энтропии:

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Вычисляя, получаем $\Delta S = 2{,}06$ Дж/К.

Пример 10. Найти постоянные a и b Ван-дер-Ваальса для одного моля хлора, если известно, что критическая температура хлора $T_{кр} = 417$ К, а критическое давление $p_{кр} = 7{,}6$ МПа. Определить внутреннюю энергию газа, если при температуре 273 К он занимает объем 2 л.

Решение. Физическую систему составляет один моль реального газа, уравнение состояния которого можно записать в виде

$$\left(p + \frac{a}{V_\mu^2}\right)\left(V_\mu - b\right) = RT,$$

где a и b – постоянные Ван-дер-Ваальса; V_μ – объём одного моля.

Критические параметры определяются через постоянные a и b следующим образом:

$$P_{кр} = a / (27\, b^2); \qquad T_{кр} = 8a / (27Rb); \qquad V_{кр} = 3b.$$

Выражая a и b через критическую температуру и критическое давление, находим

$$a = \frac{27R^2T_{кр}^2}{64p_{кр}}; \qquad b = \frac{RT_{кр}}{8p_{кр}}.$$

Внутренняя энергия реального газа

$$U = \frac{i}{2}RT - \frac{a}{V_\mu} = \frac{i}{2}RT - \frac{27R^2T_{кр}^2}{64p_{кр}V_\mu},$$

где i = 5 – число степеней свободы; Т – температура газа.

Подставляя числовые значения, получаем: a = 0,667 Н · м^4/моль; b = 5,69·10^{-5} м^3/моль; U = 5,34 кДж.

Пример 11. Найти добавочное давление Δp внутри мыльного пузыря диаметром d = 10 см. Какую работу нужно совершить, чтобы выдуть этот пузырь?

Решение. Плёнка мыльного пузыря имеет две сферические поверхности; внешнюю и внутреннюю. Обе поверхности оказывают давление на воздух,заключённый внутри пузыря. Так как толщина плёнки очень мала, то диаметры обеих поверхностей практически одинаковы. Поэтому добавочное давление

$$\Delta p = 2\frac{2\alpha}{R},$$

где R - радиус пузыря.

Так как $R = d / 2$, то $\Delta p = 8\alpha / d$.

Работа, которую нужно совершить, чтобы, растягивая плёнку, увеличить площадь её поверхности на ΔS, выражается формулой

$$A = \alpha\Delta S = \alpha(S - S_0).$$

В данном случае S – общая площадь двух сферических поверхностей пленки мыльного пузыря, S_0 – общая площадь двух поверхностей плоской плёнки, затягивающей отверстие трубки до выдувания пузыря. Пренебрегая S_0, получаем

$$A = \alpha S = 2\pi d^2\alpha .$$

Произведя вычисления, получим

$$\Delta p = 3{,}2 \text{ Па}; \; A = 2{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}.$$

9 *Задачи к контрольной работе № 2*

2.1. При нагревании идеального газа на $\Delta T = 1$ К при постоянном давлении объем его увеличился на 1/350 первоначального объема. Найти первоначальную температуру T газа.

2.2. Баллон объемом $V = 12$ л содержит углекислый газ под давлением $p = 1$ МПа и температуре $T = 300$ К. Определить массу m газа.

2.3. В цилиндр длиной $l = 16$ м , заполненный воздухом при нормальном атмосферном давлении p_0, начали медленно вдвигать поршень площадью $S = 200$ см^2. Определить силу F, которая будет действовать на поршень, если его остановить на расстоянии $l_1 = 10$ см от дна цилиндра.

2.4. Каков может быть наименьший V объем баллона, вмещающего $m = 6{,}4$ кг кислорода, если его стенки при температуре $t = 20$ °С выдерживают давление $p = 1{,}6 \cdot 10^6$ Па.

2.5. Два сосуда одинакового объема содержат кислород. В одном сосуде давление $p_1 = 200$ кПа и температура $T_1 = 800$ К, в другом – $p_2 = = 250$ кПа, а $T_2 = 200$ К. Сосуды соединили и охладили находящийся в них кислород до $T = 200$ К. Определить установившееся в сосудах давление p.

2.6. В баллоне вместимостью $V = 15$ л находится аргон под давлением $p_1 = 600$ кПа и при температуре $T_1 = 300$ К. Когда из баллона было взято некоторое количество газа, давление в баллоне понизилось до $p_2 = 400$ кПа, а температура установилась $T_2 = 260$ К. Определить массу m аргона, взятого из баллона.

2.7. 10 г кислорода находятся под давлением $p_1 = 300$ кПа при температуре $t_1 = 10\ ^0$ С. После расширения вследствие нагревания при постоянном давлении кислород занял объем $V_2 = 10$ л. Найти: объем газа V_1 до расширения; температуру T_2 газа после расширения; плотность ρ_1 газа до расширения; плотность ρ_2 газа после расширения.

2.8. Баллон объемом $V = 12$ л содержит углекислый газ. Давление Р газа равно 1 МПа и температуре Т = 300 К. Определить массу газа в баллоне.

2.9. Вычислить плотность ρ азота, находящегося в баллоне под давлением $p = 2$ МПа и имеющего температуру $T = 400$ К.

2.10. В баллоне находится газ при температуре $T_1 = 400$ К. До какой температуры T_2 надо нагреть газ, чтобы его давление увеличилось в 1,5 раза?

2.11. Найти массу m воздуха, заполняющего аудиторию высотой $h = 5$ м и площадью пола $S = 200$ м^2. Давление воздуха $p = 0{,}1$ МПа , температура помещения $t = 17$ °С.

2.12. Определить плотность ρ водяного пара, находящегося под давлением $p = 2{,}5$ кПа и имеющего температуру $T = 250$ К.

2.13. В сосуде вместимостью $V = 40$ л находится кислород при температуре $T = 300$ К. Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на 100 кПа. Определить массу m израсходованного кислорода. Процесс считать изотермическим.

2.14. Определить относительную молярную массу газа, если при температуре $T = 154$ К и давлении $p = 2{,}8$ МПа он имеет плотность $\rho = \ = 6{,}1$ кг/ м^3.

2.15. Ручной поршневой насос захватывает из атмосферы при каждом качании $V_1 = 60$ см^3 воздуха. Сколько качаний нужно сделать насосом для того, чтобы давление p в камере велосипедной шины объемом $V = = 2$ дм^3 повысилось на 0,15 МПа? Давление атмосферного воздуха $p_{o\,=} = 0{,}1$ МПа. Нагревом воздуха в процессе сжатия пренебречь.

2.16. Открытая стеклянная колба вместимостью $V = 0{,}4$ дм^3, содержащая воздух, нагрета до $t_1 = 127$ °С. Какой объем воды войдет в колбу при остывании ее до $t_2 = 27$ °С, если после нагревания ее горлышко опустили в воду.

2.17. В закрытом сосуде вместимостью $V = 1$ м^3 находятся вода массой $m_1 = = 0{,}9$ кг и кислород массой $m_2 = 1{,}6$ кг. Найти давление p в сосуде при температуре $t = 500$ °С, зная, что при этой температуре вся вода превращается в пар.

2.18. Баллон вместимостью $V = 5$ л содержит смесь гелия и водорода при давлении $p = 600$ кПа. Масса m смеси равна 4 г, массовая доля гелия ω_1 равна 0,6. Определить температуру T смеси.

2.19. Газовая смесь, состоящая из кислорода и азота, находится в баллоне под давлением $p = 1$ Мпа. Считая, что масса кислорода составляет 20 % от массы смеси, определить парциальные давления p_1 и p_2 отдельных газов.

2.20. Найти плотность ρ газовой смеси, состоящей по массе из одной части водорода и восьми частей кислорода, при давлении $p = 100$ кПа и температуре $T = 300$ К.

2.21. В 1 кг сухого воздуха содержится $m_1 = 232$ г кислорода и $m_2 = 768$ г азота (массами других газов пренебрегаем). Определить молярную массу воздуха.

2.22. В сосуде объемом $V = 0{,}3$ м^3 содержится смесь газов: азота массой $m_1 = 2$ г и кислорода массой $m = 15$ г при температуре $T = 280$ К. Определить давление p смеси газов.

2.23. В сосуде находится смесь из $m_1 = 10$ г углекислого газа и $m_2 = 15$ г азота. Найти плотность этой смеси при температуре $t = 27$ °С и давлении $p = 1{,}5$ 10^5 Н/м^2.

2.24. В сосуде объемом $V = 0{,}01$ м^3 содержится смесь газов: азота массой $m_1 = 7$ г и водорода массой $m_2 = 1$ г при температуре $T = 280$ К. Определить давление p смеси газов.

2.25. Какой объем занимает смесь азота массой m_1 = 1 кг и гелия массой m_2 = 1 кг при нормальных условиях?

2.26. Углекислый газ (CO_2) массой m_1 = 6 г и закись азота (N_2O) массой m_2 = 5 г заполняют сосуд объемом $V = 2{\cdot}10^{-3}$ м^3. Каково общее давление в сосуде при температуре t = 127 °C?

2.27. Считая, что в воздухе содержится ω_1 = 23,6 части кислорода и ω_2 = 76,4 части азота, найти плотность воздуха при давлении p = 90 кПа и температуре t = 13 °C. Найти парциальные давления кислорода и азота при этих условиях.

2.28. Колба вместимостью V = 0,5 л содержит газ при нормальных условиях. Определить число N молекул газа, находящихся в колбе.

2.29. Одна треть молекул азота массой m = 10 г распалась на атомы. Определить полное число N частиц, находящихся в колбе.

2.30. В сосуде вместимостью V = 2,24 л при нормальных условиях находится кислород. Определить количество вещества ν и массу m кислорода, а также концентрацию n его молекул в сосуде.

2.31. Определить количество вещества ν водорода, заполняющего сосуд объемомV = 3 л, если концентрация молекул газа в сосуде $n = 2{\cdot}10^8$ м$^{-3}$.

2.32. Определить количество вещества ν и число N молекул азота массой m = 0,2 кг.

2.33. Определить: сколько молекул N содержится в V = 1 мм^3 воды; какова масса m одной молекулы воды; диаметр d молекулы воды, считая, что молекулы имеют вид шариков, соприкасающихся друг с другом.

2.34. В баллоне вместимостью V = 3 л находиться кислород массой m = 4 г . Определить количество вещества ν и концентрацию n его молекул.

2.35. Сколько молекул будет находиться в V = 1 см^3 сосуда при температуре t = !0 °C, если сосуд откачали до наивысшего разрежения, создаваемого современными лабораторными способами ($p = 10^{-11}$ мм рт. ст.) .

2.36. Определить, какую часть объема V, в котором находится газ при нормальных условиях, занимают молекулы. Диаметр d молекулы считать равным 10^{-10} м.

2.37. Плотность ρ водорода при нормальных условиях равна 0,09 кг/м^3. Чему равна его молярная масса μ ?

2.38. Масса m_0 пылинки равна 10^{-8} г. Во сколько раз она больше массы молекулы m воздуха? Молярная масса μ воздуха равна 29 г/моль.

2.39. Определить массу m молекулы пропана C_3H_8 и его плотность ρ при нормальных условиях.

2.40. Плотность водорода ρ_1 и метана ρ_2 при нормальных условиях соответственно равны 0,09 и 0,72 кг/м^3. Определить молярную μ_2 массу метана, если молярная масса водорода $\mu_1 = 2\ 10^{-3}$ кг/моль.

2.41. Какое количество N молекул содержится в m = 1 г водяного пара.

2.42. Молекула азота летит со скоростью v = 430 м/с. Найти количество движения этой молекулы.

2.43. В сосуде вместимостью V = 4 л находится водород массой m = 1 г. Какое количество N молекул находится в объеме V = 1 см^3 этого сосуда?

2.44. В колбе вместимостью V = 240 см^3 находится газ при температуре T = 290 К и давлении p = 50 кПа. Определить количество вещества ν газа и число N его молекул.

2.45. Определить концентрацию n молекул кислорода, находящегося в сосуде вместимостью V = 2 л. Количество вещества ν кислорода равно 0,2 моль.

2.46. Сколько N молекул газа находится в баллоне вместимостью V = 30 л при температуре T = 300 К и давлении p = 5 МПа?

2.47. В колбе вместимостью V = 100 см^3 содержится некоторый газ при температуре T = 300 К. На сколько понизится давление p газа в колбе, если вследствие утечки газа из колбы вышло $\Delta N = 10^{20}$ молекул?

2.48. Давление p газа равно 1 мПа, концентрация n его молекул равна 10^{10} см$^{-3}$. Определить: температуру T газа; среднюю кинетическую энергию $\langle\varepsilon_п\rangle$ поступательного движения молекул газа.

2.49. Определить среднее значение $\langle\varepsilon\rangle$ полной кинетической энергии одной молекулы гелия, кислорода и водяного пара при температуре T = 400 К.

2.50. Определить кинетическую энергию $\langle\varepsilon_i\rangle$, приходящуюся в среднем на одну степень свободы i молекулы азота при температуре T = 1 К , а также среднюю кинетическую энергию $\langle\varepsilon_п\rangle$ поступательного движения, среднюю кинетическую энергию $\langle\varepsilon_в\rangle$ вращательного движения и среднее значение полной кинетической энергии $\langle\varepsilon\rangle$ одной молекулы.

2.51. Чему равна энергия E теплового движения всех молекул, содержащихся в m = 20 г кислорода при температуре t = 10 °С? Какая часть этой энергии приходится на долю поступательного движения и какая – на долю вращательного движения?

2.52. Двухатомный газ массой m = 1 кг находится под давлением p = = $8{\cdot}10^4$ Па и имеет плотность ρ = 4 кг/ м^3. Найти энергию E теплового движения всех молекул газа при этих условиях.

2.53. При какой температуре T молекулы кислорода имеют такую же среднюю квадратичную скорость $\langle v_{кв}\rangle$, как молекулы водорода при температуре T_1 = 100 К?

2.54. Взвешенные в воздухе мельчайшие пылинки движутся так же, как и очень крупные молекулы. Определить среднюю квадратичную скорость $\langle v_{кв}\rangle$ пылинки массой $m = 10^{-10}$ г, если температура T воздуха равна 300 К.

2.55. Определить среднюю квадратичную скорость $\langle v_{КВ}\rangle$ молекулы газа, заключенного в сосуд вместимостью V = 2 л под давлением p = = 200 кПа. Масса газа m = 0,3 г.

2.56. В азоте взвешены мельчайшие пылинки, которые движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Масса каждой пылинки $m = 6 \cdot 10^{-10}$ г. Газ находится при температуре T = 400 К. Определить средние квадратичные скорости $\langle v_{кв} \rangle$ и средние кинетические энергии $\langle \varepsilon \rangle$ поступательного движения молекулы азота и пылинки.

2.57. Смесь гелия и аргона находится при температуре T = 1,2 К. Определить среднюю квадратичную скорость $\langle v_{кв} \rangle$ и среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon \rangle$ атомов гелия и аргона.

2.58. Определить наиболее вероятную скорость $v_в$ молекул водорода при температуре T = 400 К.

2.59. Сколько степеней свободы i имеет молекула, обладающая средней кинетической энергией теплового движения $\langle \varepsilon \rangle = 9{,}7 \cdot 10^{-21}$ Дж при температуре 7 °С?

2.60. Какая часть молекул азота, находящегося при температуре T = 400 К, имеет скорости, лежащие в интервале от $v_в$ до $v_в + \Delta v$, где Δv = 20 м/с?

2.61. Какая часть молекул кислорода при 0 °С обладает скоростями от v =100 м/с до $v + \Delta v$ = 110 м/с?

2.62. Какая часть молекул азота при температуре 150 °С обладает скоростями от v = 30 м/с до $v + \Delta v$ = 325 м/с?

2.63. Какая часть ω молекул водорода при температуре t = 0 °С обладает скоростями от v = 2000 м/с до $v + \Delta v$ = 2100 м/с?

2.64. В сосуде находится кислород массой m = 8 г при температуре T = = 1600 К. Какое число N молекул кислорода имеет энергию $\langle \varepsilon_п \rangle$ поступательного движения, превышающую значение $6{,}65 \cdot 10^{-20}$ Дж,

2.65. Определить долю ω молекул идеального газа, энергии которых отличаются от средней энергии $\langle \varepsilon_п \rangle$ поступательного движения молекул при той же температуре не более чем на 1 %.

2.66. Определить долю ω молекул, энергия которых заключена в пределах от $\varepsilon_1 = 0$ до $\varepsilon_2 = 0{,}01\ kT$.

2.67. Найти относительное число ω молекул идеального газа, кинетические энергии которых отличаются от наиболее вероятного значения $\varepsilon_в$ энергии не более чем на 1%.

2.68. Какая часть ω молекул кислорода обладает скоростями, отличающимися от наиболее вероятной $v_в$ не более чем на 10 м/с, при температуре T = 300 К?

2.69. Определить отношение числа N_1 молекул водорода, скорости которых лежат в интервале от v_1 = 2 до $v_1 + \Delta v$ = 2,01 км/с, к числу N_2 молекул , скорости которых лежат в интервале от v_2 = 1 до $v_2 + \Delta v$ =1,01 км/с, если температура водорода t = 0 °С.

2.70. Найти относительное число молекул $\Delta N/N$ гелия, скорости которых лежат в интервале от v = 1990 до $v + \Delta v$ =2010 м/с при температуре T = 500 К.

2.71. Пылинки, взвешенные в воздухе, имеют массу $m = 10^{-18}$ г. Во сколько раз уменьшится их концентрация n при увеличении высоты на Δh = 10 м? Температура воздуха T = 300 К.

2.72. На сколько уменьшится атмосферное давление p = 100 кПа при подъеме наблюдателя над поверхностью Земли на высоту h = 100 м? Считать, что температура воздуха T равна 290 К и не изменяется с высотой.

2.73. Барометр в кабине летящего вертолета показывает давление p = 90 кПа. На какой высоте h летит вертолет, если на взлетной площадке барометр показывал давление p_0 = 100 кПа? Считать, что температура T воздуха равна 290 К и не меняется с высотой.

2.74. На какой высоте h плотность газа составляет 50% от плотности его на уровне моря. Температуру считать постоянной и равной 0^0 С? Задачу решить для воздуха и водорода.

2.75. Пассажирский самолет совершает полеты на высоте h = 3000 м. Чтобы не снабжать пассажиров кислородными масками, в кабинах при помощи компрессора поддерживается постоянное давление, соответствующее высоте h_2 = 2700 м. Найти разность давлений внутри и снаружи кабины. Среднюю температуру наружного воздуха считать равной T = 273 К.

2.76. Найти в предыдущей задаче, во сколько раз плотность ρ_1 воздуха в кабине больше плотности ρ_2 воздуха вне ее, если температура T_1 наружного воздуха равна –20 °С, а температура T_2 внутри кабины равна +20 °С.

2.77. В атмосфере находятся частицы пыли, имеющие массу $m = 8{\cdot}10^{-22}$ кг. Найти, во сколько раз отличаются их концентрации на высотах h_1 = 3 м и h_2 = 30 м. Воздух находится при нормальных условиях.

2.78. На какой высоте плотность ρ_1 газа составляет 50 % от плотности ρ_2 его на уровне моря? Температуру T считать постоянной и равной 273 К. Задачу решить для воздуха и водорода .

2.79. Найти изменение высоты Δh, соответствующее изменению давления на Δp = 100 Па, в двух случаях: 1) вблизи поверхности земли, где температура T_1 = 290 К и давление p_1 = 100 кПа; 2) на некоторой высоте, где температура T_2 = 220 К и давление p_2 = 25 кПа.

2.80. Барометр в кабине летящего самолета все время показывает одинаковое давление p = 80 кПа, поэтому летчик считает высоту неизменной. Однако температура воздуха изменилась на ΔT = 1 К. Какую ошибку Δh в определении высоты допускает летчик? Считать, что температура не зависит от высоты и что у поверхности земли давление p_0 = 100 кПа.

2.81. При подъеме вертолета на некоторую высоту h барометр, находящийся в его кабине, изменил свое показание на $\Delta p = 11$ кПа. На какой высоте летит самолет, если на летной площадке барометр показывал $p_0 = 0{,}1$ МПа? Температура воздуха постоянна и равна 27 °С.

2.82. Каковы давление p и число n молекул в единице объема воздуха на высоте $h = 2$ км над уровнем моря. Давление на уровне моря $p_0 = = 101$ кПа, а температура $t = 10$ °С. Изменением температуры с высотой пренебречь

2.83. На какой высоте h давление p воздуха составляет 75 % от давления p_0 на уровне моря. Температуру t считать постоянной и равной 0 °С.

2.84. Сколько весит $V = 1$ м^3 воздуха: 1) у поверхности земли; 2) на высоте $h = 4$ км от поверхности земли? Давление p_0 у поверхности земли равно 10^5 Па. Температура с высотой не меняется и равна $t = 0$ °С.

2.85. Каково давление p воздуха в шахте на глубине $h = 1$ км , если считать что температура T по всей глубине постоянна и равна 295 К, а ускорение свободного падения g не зависит от высоты? Давление p_0 у поверхности земли равно 10^5 Па.

2.86. Масса m каждой из пылинок, взвешенных в воздухе, равна 10^{-18} г. Отношение концентрации n_1 пылинок на высоте $h_1 = 0{,}1$ м к концентрации n_2 их у поверхности земли равно 0,787. Температура воздуха $T = 300$ К. Найти по этим данным число Авогадро N_A.

2.87. Найти среднюю длину $\langle l \rangle$ свободного пробега молекул водорода при давлении $p = 0{,}1$ Па и температуре $T = 100$ К.

2.88. Баллон вместимостью $V = 10$ л содержит водород массой $m = 1$ г. Определить среднюю длину $\langle l \rangle$ свободного пробега.

2.89. Определить плотность ρ разреженного водорода, если средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ молекул равна 1 см.

2.90. Найти среднюю продолжительность свободного пробега $\langle \tau \rangle$ молекул кислорода при температуре $T = 250$ К и давлении $p = 100$ Па.

2.91. Найти среднее число $\langle z \rangle$ столкновений, испытываемых в течение $t = 1$ с молекулой кислорода при нормальных условиях.

2.92. Найти среднее число $\langle z \rangle$ столкновений в 1 секунду молекул углекислого газа при температуре $t = 100$ °С, если средняя длина свободного пробега $\langle l \rangle$ при этих условиях равна $8{,}7 \cdot 10^{-2}$ см.

2.93. Во сколько раз уменьшится число столкновений $\langle z \rangle$ в 1 секунду молекул двухатомного газа, если объем V газа адиабатически увеличить в 2 раза?

2.94. Найти среднюю длину свободного пробега $\langle l \rangle$ атомов гелия в условиях, когда плотность гелия $\rho = 2{,}1 \cdot 10^{-2}$ кг/м^3.

2.95. В сосуде вместимостью $V = 5$ л находится водород массой $m = 0{,}5$ г. Определить среднюю длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекул водорода в этом сосуде.

2.96. В сферической колбе вместимостью V = 3 л, содержащей азот, создан вакуум с давлением p = 80 мкПа. Температура азота T = 250 К. Можно ли считать вакуум в колбе высоким, если таким считается вакуум, в котором длина $\langle l \rangle$ свободного пробега молекул много больше линейных размеров сосуда.

2.97. В сосуде объемом V_1 = 1 дм^3 находится азот при температуре t = 7 °С и давлении p = 0,2 МПа. Определить число $\langle z \rangle$ столкновений молекул азота в этом сосуде за время τ = 1 секунду.

2.98. Средняя длина $\langle l \rangle$ свободного пробега атомов гелия при 0^0 С равна 180 нм. Определить коэффициент диффузии D гелия.

2.99. Найти массу m азота, прошедшего вследствие диффузии через площадку S = 100 см^2 за τ = 10 с, если градиент плотности в

направлении, перпендикулярном к площадке, равен 1,26 кг/м^4. Температура азота t = 27 °С, средняя длина свободного пробега молекул азота $\langle l \rangle$ = 10^{-5} см.

2.100. Коэффициент диффузии D кислорода при температуре t = 0 °С равен 0,19 см^2/с. Определить среднюю длину $\langle l \rangle$ свободного пробега молекул кислорода.

2.101. При каком давлении p отношение коэффициента внутреннего трения η некоторого газа к коэффициенту его диффузии D равно 0,3 г/л, а средняя квадратичная скорость $\langle v_{кв} \rangle$ его молекул равна 632 м/с?

2.102. Найти коэффициент внутреннего трения η азота при нормальных условиях, если коэффициент диффузии D для него при этих условиях равен $8{,}9 \cdot 10^{-2}$ м^2/с.

2.103. Найти среднюю длину $\langle l \rangle$ свободного пробега молекул азота при давлении 10^5 Па, при условии, что его динамическая вязкость равна η = 17 мкПа·с.

2.104. Найти коэффициент диффузии D и коэффициент внутреннего трения η воздуха при давлении p = 10^5 Па и температуре t = 10 °С. Диаметр d молекул воздуха принять равным $3 \cdot 10^{-10}$ м.

2.105. Найти коэффициент теплопроводности λ водорода, если известно, что коэффициент внутреннего трения η для него при этих условиях равен 8,6 мкПа.·с

2.106. В сосуде объемом V = 2 л находится N = $4 \cdot 10^{22}$ молекул двухатомного газа. Коэффициент теплопроводности газа λ = 0,013 Вт/(м·К). Найти коэффициент диффузии D газа при этих условиях.

2.107. Коэффициент диффузии углекислого газа при нормальных условиях D = 10 мм^2/с. Определить коэффициент внутреннего трения η углекислого газа при этих условиях.

2.108. Найти коэффициент теплопроводности λ воздуха при температуре t =10 °C. Диаметр d молекулы воздуха принять равным $3 \cdot 10^{-8}$ см.

2.109. Разность удельных теплоемкостей $c_p - c_v$ некоторого двухатомного газа равна 260 Дж/(кг·К). Найти молярную массу μ газа и его удельные теплоемкости c_p и c_v.

2.110. Найти удельные теплоемкости c_p и c_v смеси газов, содержащей кислород массой m_1 = 10 г и азот массой m_2 = 20 г.

2.111. Чему равны удельные теплоемкости c_p и c_v некоторого двухатомного газа, если плотность ρ этого газа при нормальных условиях равна 1,43 кг/м^3?

2.112. Найти показатель адиабаты γ для смеси газов, содержащей гелий массой m_1 = 10 г и водород – массой m_2 = 4 г.

2.113. Найти для кислорода отношение удельной теплоемкости при постоянном давлении c_p к удельной теплоемкости при постоянном объеме c_v.

2.114. Найти удельную теплоемкость при постоянном давлении c_p следующих газов: хлористого водорода; неона; окиси азота; окиси углерода; паров ртути.

2.115. Для некоторого двухатомного газа удельная теплоемкость при постоянном давлении c_p = $1{,}4 \cdot 10^3$Дж/(кг·К). Чему равна масса одного киломоля этого газа?

2.116. Найти показатель адиабаты γ смеси водорода и неона, если массовые доли обоих газов в смеси одинаковы и равны $\omega_1 = \omega_2 = 0{,}5$.

2.117. Смесь газов состоит из аргона и азота, взятых при одинаковых условиях и одинаковых объемах. Определить показатель адиабаты γ этой смеси.

2.118. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном давлении c_p и постоянном объеме c_v неона и водорода, принимая эти газы за идеальные.

2.119. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме c_v и при постоянном давлении c_p смеси неона и водорода, если массовые доли неона и водорода составляют соответственно ω_1 = 80 и ω_2 = 20 %.

2.120. Газовая смесь состоит из азота массой m_1 = 3 кг и водяного пара массой m_2 = 1 кг. Принимая эти газы за идеальные, определить удельные теплоемкости c_p и c_v газовой смеси.

2.121 Трехатомный газ под давлением p = 240 кПа и температуре t = 20 °C занимает объем V = 10 л. Определить молярную теплоемкость газа C_p при постоянном давлении.

2.122. Вычислить удельные теплоемкости газа c_p и c_v, зная, что его молярная масса $\mu = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль и отношение мольных теплоемкостей C_p / C_v = 1,67.

2.123. Одноатомный газ при нормальных условиях занимает объем V = 5 л. Вычислить теплоемкость C_v этого газа при постоянном объеме.

1.124. Отношение удельных теплоемкостей c_p и c_v смеси нескольких киломолей азота и ν_2 = 5 киломолей аммиака равно 1,35. Определить число ν_1 киломолей азота в смеси.

1.125. Азот массой m = 5 кг, нагретый на T = 150 К, сохранил неизменным объем V. Найти количество теплоты Q, сообщенное газу; изменение внутренней энергии ΔU и совершенную газом работу A.

1.126. Азот нагревался при постоянном давлении, причем ему было сообщено количество теплоты Q = 21 кДж. Определить работу A, которую совершил при этом газ, и изменение ΔU его внутренней энергии.

1.127. Объем V водорода при изотермическом расширении при температуре T = 300 К увеличился в 3 раза. Определить работу A, совершенную газом, и теплоту Q, полученную газом при этом процессе. Масса m водорода равна 200 г.

1.128. При адиабатическом сжатии кислорода массой m = 1 кг совершена работа A = 100 кДж. Определить конечную температуру T_2 газа. если до сжатия кислород находился при температуре T_1 = 300 К.

2.129. На нагревание кислорода массой m = 160 г на T = 12 К было затрачено количество теплоты Q = 1,76 кДж. Как протекал процесс: при постоянном объеме или постоянном давлении?

2.130. При изотермическом расширении кислорода, содержащего количество вещества ν = 1 моль и имевшего температуру T = 300 К, газу было передано количество теплоты Q = 2 кДж. Во сколько раз увеличился объем газа?

2.131. При адиабатическом сжатии кислорода массой m = 20 г его внутренняя энергия увеличилась на ΔU = 8 кДж. Температура при этом повысилась до T_2 = 900 К. Найти повышение температуры ΔT и конечное давление газа p_2, если начальное давление p_1 = 200 кПа.

2.132. Определить количество теплоты Q, которое надо сообщить кислороду объемом V = 50 л при его изохорном нагревании, чтобы давление газа повысилось на Δp = 0,5 МПа.

2.133. Водяной пар расширяется при постоянном давлении. Определить работу A расширения, если пару передано количество теплоты Q = = 4 кДж.

2.134. 1 кмоль азота, находящегося при нормальных условиях, расширяется адиабатически от объема V_1 до объема V_2 = $5V_1$. Найти изменение внутренней энергии газа ΔU и работу A, совершенную им при расширении.

2.135. Какое количество теплоты Q выделится , если азот массой m = 1 г, взятый при температуре T = 280 К под давлением p_1 = 0,1 МПа, изотермически сжать до давления p_2 = 1 МПа?

2.136. Закрытый баллон вместимостью V = 0,8 м^3 заполнен азотом под давлением p_1 = 2,3·10^3 Па при температуре T_1 = 293 К. Газу сообщили Q = 4,6×10^3 кДж тепла. Определить температуру T_2 и давление p_2 газов в конце процесса.

2.137. Азот массой m = 200 г нагревают при постоянном давлении от температуры t_1= 20 °С до t_2 = 200 °С. Какое количество теплоты Q поглощается при этом? Каков прирост внутренней энергии ΔU газа? Какая работа A совершается газом?

2.138. Водород занимает объем V_1 = 10 м^3 при давлении p_1 = 0,1 МПа. Газ нагрели при постоянном объеме до давления p_2 = 0,3 МПа. Определить изменение внутренней энергии ΔU газа, работу A, совершенную газом, и количество теплоты Q, сообщенное газу.

2.139. Водород массой m = 10 г нагрели на ΔT = 200 К, причем газу было передано количество теплоты Q = 40 кДж. Найти изменение внутренней энергии ΔU водорода и совершенную им работу A.

2.140. Двухатомный газ, находящийся при температуре t_1 = 22 °С, изотермически сжимают так, что его объем V_1 уменьшается в 3 раза. Затем газ расширяют адиабатически до начального давления p_1. Найти температуру T_2 в конце адиабатического расширения.

2.141. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, получает за каждый цикл от нагревателя теплоту Q_1 = 600 кДж. Температура нагревателя T_1 = 400 К, температура холодильника T_2 = 300 К. Найти работу A, совершаемую машиной за один цикл, и количество тепла Q_2, отдаваемого холодильнику.

2.142. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Определить КПД цикла, если известно, что за один цикл была произведена работа A, равная 300 Дж, и холодильнику было передано Q_2 = 130 Дж теплоты.

2.143. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу A, равную 7,35·10^4 Дж. Температура нагревателя t_1 = 100 °С, температура холодильника t_2 = 0 °С. Определить: КПД η машины; количество тепла Q_1, получаемого машиной за один цикл от нагревателя; количества тепла Q_2, отдаваемого за один цикл холодильнику.

2.144. Газ, совершающий цикл Карно, получает теплоту Q_1 = 14 кДж. Определить температуру T_1 теплоотдатчика, если при температуре теплоприемника T_2 = 280 К работа A цикла равна 5 кДж.

2.145. Газ, совершающий цикл Карно, получает теплоту Q_1 = 84 кДж. Определить работу A газа, если температура теплоотдатчика T_1 в три раза выше температуры T_2 теплоприемника.

2.146. В цикле Карно газ получил от теплоотдатчика теплоту Q_1 = 500 Дж и совершил работу A = 100 Дж. Температура теплоотдатчика T_1 = 400 К. Определить температуру T_2 теплоприемника.

2.147. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура теплоотдатчика T_1 = 500 К, теплоприемника – T_2 = 250 К. Определить термический КПД цикла; работу A_1 рабочего вещества при изотермическом расширении, если при изотермическом сжатии совершена работа A_2 = 70 Дж.

2.148. Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия η цикла Карно при повышении температуры теплоотдатчика от T_1 = 380 К до T_1' = 560 К ? Температура теплоприемника T_2 = 280 К.

2.149. Определить работу A_2 изотермического сжатия газа, совершающего цикл Карно, КПД которого η = 0,4, если работа изотермического расширения A_1 = 8 Дж.

2.150. Идеальная холодильная машина работающая по обратному циклу Карно от холодильника с водой при температуре T_2 = 273 К к кипятильнику с водой при температуре T_1 = 373 К. Какое количество воды нужно заморозить в холодильнике, чтобы превратить в пар воду массой m = 1 кг в кипятильнике.

2.151. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя T_1 = 470 К, температура охладителя T_2 = 280 К. При изотермическом расширении газ совершает работу A = 100 Дж. Определить термический КПД цикла и количество теплоты Q_2, которую газ отдает охладителю при изотермическом сжатии.

2.152. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя T_1 в три раза выше температуры T_2 охладителя. Нагреватель передал газу количество теплоты Q_1 = 42 кДж. Какую работу A совершил газ?

2.153. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, получил от нагревателя количество теплоты Q_1 = 4,2 кДж, совершил работу A = 590 Дж. Найти термический КПД этого цикла. Во сколько раз температура T_1 нагревателя больше температуры T_2 охладителя.

2.154. Наименьший объем V_1 газа, совершающего цикл Карно, равен 153 л. Определить наибольший объем V_3, если объем V_2 в конце изотермического расширения и объем V_1 в конце изотермического сжатия равны соответственно 600 и 189 л.

2.155. Идеальный газ, содержащий количество вещества ν = 1 моль, находящийся под давлением p_1 = 0,1 МПа при температуре T_1 = 300 К, нагревают при постоянном объеме до давления p_2 = 0,2 МПа. После этого газ изотермически расширился до начального давления и затем изобарически был сжат до начального объема V_1. Построить график процесса. Определить температуру газа для характерных точек.

2.156. Воздух массой m = 1 кг, находится при температуре 30^0 С и давлении p = $1{,}5 \cdot 10^5$ Па, расширяется адиабатически и давление при этом падает до 10^5 Па. Найти: 1) степень расширения; 2) конечную температуру ; 3) работу совершенную газом при расширении.

2.157. Смешали воду массой m_1 = 5 кг при температуре T_1 = 280 К с водой массой m_2 = 8 кг при температуре T_2 = 350 К. Найти: температуру смеси T; изменение энтропии ΔS, происшедшее при смешении.

2.158. Найти изменение энтропии ΔS при превращении m = 10 г льда при t_1 = –20 °С в пар при t_2 = 100 °С.

2.159. Найти изменение ΔS энтропии при изобарическом расширении азота массой m = 4 г от объема V_1 = 5 л до V_2 = 9 л.

2.160. Водород массой m = 6,6 г расширяют изобарически до удвоения объема. Найти изменение энтропии ΔS при этом расширении.

2.161. Кислород массой m = 2 кг увеличил свой объем в 5 раз, один раз изотермически, другой – адиабатически. Найти изменение энтропии ΔS в каждом из указанных случаев.

2.162. Найти изменение энтропии ΔS при изобарическом расширении m = 8 г гелия от объема V_1 = 10 л до объема V_2 = 25 л.

2.163. Азот массой m = 10,5 г изотермически расширяется от объема V_1= 2 л до объема V_2 = 5 л. Найти прирост энтропии ΔS при этом процессе.

2.164. При нагревании ν = 1 кмоля двухатомного газа его абсолютная температура T_1 увеличилась в 1,5 раза. Найти изменение энтропии ΔS, если нагревание происходит: 1) изохорически, 2) изобарически.

2.165. Кислород массой m = 10 г нагревается от температуры t_1 = 50 °С до температуры t_2 = 150 °С. Найти изменение энтропии ΔS, если нагревание происходит: 1) изохорически, 2) изобарически.

2.166. Водород массой m = 100 г был изобарически нагрет так, что объем V_1 его увеличился в 3 раза, затем водород был изохорически охлажден так, что его давление p_1 уменьшилось в 3 раза. Найти изменение энтропии ΔS в ходе этих процессов.

2.167. Лед массой m = 2 кг при температуре t_1 = 0 °С был превращен в воду той же температуры с помощью пара, имеющего температуру t_2 = = 100 ° С. Определить массу израсходованного пара. Каково изменение энтропии ΔS системы лед-пар?

2.168. 1 кмоль гелия, изобарически расширяясь, увеличил свой объем в 4 раза. Каково изменение энтропии ΔS при этом расширении?

2.169. Найти изменение энтропии ΔS при переходе кислорода массой m = = 8 г от объема V_1 = 10 л при температуре t_1 = 80 ° С к объему V_2 = = 40 л при температуре t_2 = 300 ° С.

2.170. Найти изменение энтропии ΔS при переходе m = 6 г водорода от объема V_1= 20 л под давлением $p_1 = 1{,}5\cdot10^5$ Па к объему V_2 = 60 л под давлением $p_2 = 10^5$ Па.

2.171. Расплавленный свинец массой m = 640 г при температуре плавления вылили на лед при температуре t = 0 °С. Найти изменение энтропии ΔS при этом процессе.

2.172. Найти изменение энтропии ΔS при превращении воды массой m = 1 г, взятой при температуре t_1 = 0 °С, в пар при t_2 = 100 °С.

2.173. Определить давление p, которое будет производить кислород, содержащий количество вещества ν = 1 моль, если он будет занимать объем V = 0,5 л при температуре T = 300 К. Сравнить полученный результат с давлением, вычисленным по уравнению Менделеева-Клапейрона.

2.174. Гелий массой m = 1 г занимает объем V = 100 см^3 при давлении p = 10^8 Па. Найти температуру T газа, рассматривая его как 1) идеальный, 2) реальный. Постоянные Ван-дер-Ваальса для гелия: a = 0,036 Н·м^4; b = 2, 4·10^{-4} м^3.

2.175. В сосуде вместимостью V = 0,3 л находится углекислый газ, содержащий количество вещества ν = 1 моль при температуре T = = 300 К. Определить давление газа: 1) по уравнению Менделеева- Клапейрона; 2) по уравнению Ван-дер-Ваальса.

2.176. 1 кмоль кислорода находится при температуре t = 27 °С и давлении p =10^7 Па. Найти объем V газа, считая, что кислород ведет себя как реальный газ.

2.177. 1 кмоль углекислого газа находится при температуре t = 100 °С. Найти давление p газа, считая его: 1) реальным и 2) идеальным. Задачу решить для объемов: V_1 = 1 м^3 и V_2 = 0,05 м^3.

2.178. Давление кислорода p равно 7 МПа, его плотность ρ = 100 кг/м^3. Найти температуру T кислорода, считая его реальным газом.

2.179. Найти критический объем $V_{кр}$ вещества: 1) кислорода массой m_1 = = 0,5 г; 2) воды массой m_2 = 1 г.

2.180. Определить давление p водяного пара массой m = 1г при температуре T = 380 К и объеме: 1) V_1 = 1000 л; 2) V_2 = 10 л; 3) V_3 = 2 л.

2.181. Вычислить постоянные a и b в уравнении Ван-дер-Ваальса для азота, если известны критические температура $T_{кр}$ = 126 К и давление $p_{кр}$ = 3,39 МПа.

2.182. Критическая температура аргона $T_{кр}$ = 151 К и критическое давление $p_{кр}$ = 4,86 МПа. Определить по этим данным критический молярный объем $V_{кр}$ аргона.

2.183. В баллоне вместимостью V = 22 дм^3 находится азот массой m = 0,7 кг при температуре t = 0 °С. Определить давление p газа на стенки баллона, внутреннее давление $p_,$ давление газа и собственный объем V_1 молекул.

2.184. Воздушный пузырек диаметром d = 2 мкм находится в воде у самой ее поверхности. Определить плотность ρ воздуха в пузырьке, если воздух над поверхностью воды находится при нормальных условиях.

2.185. Определить силу F, прижимающую друг к другу две стеклянные пластинки размерами (10 x 10) см, расположенные параллельно друг к другу, если расстояние d между пластинами равно 22 мкм, а пространство между ними заполнено водой.

2.186. Найти массу m воды, вошедшей в стеклянную трубку с диаметром канала d = 0,8 мм, опущенную в воду на малую глубину. Смачивание считать полным.

2.187. Какую работу A надо совершить при выдувании мыльного пузыря, чтобы увеличить его объем от V_1 = 8 см^3 до V_2 = 16 см^3. Процесс считать изотермическим.

2.188. Две капли ртути радиусом R = 1 мм каждая слились в одну большую каплю. Какая энергия E выделится при этом слиянии? Процесс считать изотермическим.

2.189. В сосуд со ртутью опущен открытый капилляр, внутренний диаметр которого d = 3 мм. Разность уровней ртути в сосуде и капилляре h = 3,7 мм. Чему равен радиус R кривизны ртутного мениска в капилляре?

2.190. Какую работу A против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы выдуть мыльный пузырь диаметром d = 4 см?

2.191. Во сколько раз плотность ρ_1 воздуха в пузырьке, находящемся на глубине h = 5 м под водой, больше плотности ρ_2 воздуха при атмосферном давлении и той же температуре? Радиус пузырька r =$5\cdot10^{-4}$ мм.

2.192. Из вертикальной трубки внутренним радиусом r = 1 мм вытекают капли воды. Найти радиус R капли в момент отрыва. Считать каплю сферической, а шейку капли в момент отрыва равной внутреннему диаметру трубки.

2.193. Давление p воздуха внутри мыльного пузыря на 1 мм рт. ст. больше атмосферного. Чему равен диаметр d пузыря?

2.194. В капиллярной трубке, диаметр канала которой d = 0,6 мм, жидкость поднялась на h = 4,25 см. Определить плотность ρ жидкости, если ее поверхностное натяжение α = 0,071 Н/м?

2.195. Определить разность уровней Δh ртути в двух сообщающихся капиллярах с диаметрам каналов d_1 = 1 мм и d_2 = 2 мм.

2.196. Проволочное кольцо радиусом R= 6 см приведено в соприкосновение с поверхностью мыльного раствора. Масса кольца m = 5 г. Какую силу F надо приложить для отрыва кольца от поверхности раствора?

2.197. Спичка длиной l = 4 см плавает на поверхности воды, температура которой t = 20 °C. Если по одну сторону от спички капнули глицерин, спичка придет в движение. Определить силу F, действующую на спичку, и ее направление.

2.198. Глицерин поднялся в капиллярной трубке на высоту h = 20 мм. Определить поверхностное натяжение α глицерина, если диаметр канала трубки d = 1 мм.

2.199. В широкий сосуд с водой опущен капилляр так, что верхний его конец находится выше уровня воды в сосуде на высоту h = 2 см. Внутренний радиус капилляра r = 0,5 мм. Найти радиус R кривизны мениска в капилляре. Смачивание считать полным.

2.200. Ртуть массой m = 3 г помещена между параллельными стеклянными пластинками. Определить силу F, которую необходимо приложить, чтобы расплющить каплю до толщины d = 0,1 мм. Ртуть стекло не смачивает.

10 Приложения

А Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная	G	$6,67 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг · с^2)
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль · К)
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	e	$1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	c	$3,0 \cdot 10^{8}$ м/с
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2 · К^4)
Постоянная Вина	b	$2,90 \cdot 10^{-3}$ м · К
Постоянная Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
	$\hbar$	$1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
Постоянная Ридберга	R_a	$1,01 \cdot 10^{7}$ м$^{-1}$
Радиус Бора	a_0	$0,529 \cdot 10^{-10}$ м
Комптоновская длина волны электрона	Λ	$2,43 \cdot 10^{-12}$ м
Магнитная Бора	μ_B	$0,927 \cdot 10^{-23}$ А · м^2
Энергия ионизации атома водорода	E_i	$2,18 \cdot 10^{-18}$ Дж (13,6 эВ)
Атомная единица массы	а.е.м.	$1,660 \cdot 10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	ε_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

Б Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение	Наименование	Значение
Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^{6}$ м	Радиус Луны	$1,74 \cdot 10^{6}$ м
Масса Земли	$5,98 \cdot 10^{24}$ кг	Масса Луны	$7,33 \cdot 10^{22}$ кг
Радиус Солнца	$6,95 \cdot 10^{8}$ м	Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1,49 \cdot 10^{11}$ м
Масса Солнца	$1,98 \cdot 10^{30}$ кг	Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3,84 \cdot 10^{8}$ м

В Плотность (ρ) твердых тел

Вещество	Плотность, кг/м^3	Вещество	Плотность, кг/м^3	Вещество	Плотность, кг/м^3
Алюминий	$2,70 \cdot 10^3$	Железо	$7,88 \cdot 10^3$	Свинец	$11,3 \cdot 10^3$
Барий	$3,50 \cdot 10^3$	Литий	$0,53 \cdot 10^3$	Серебро	$10,5 \cdot 10^3$
Ванадий	$6,02 \cdot 10^3$	Медь	$8,93 \cdot 10^3$	Цезий	$1,90 \cdot 10^3$
Висмут	$9,80 \cdot 10^3$	Никель	$8,90 \cdot 10^3$	Цинк	$7,15 \cdot 10^3$

Г Плотность (ρ) жидкостей

Вещество	Плотность кг/м^3	Вещество	Плотность кг/м^3	Вещество	Плотность кг/м^3
Вода	$1,00 \cdot 10^3$	Керосин	$0,8 \cdot 10^3$	Сероуглерод	$1,26 \cdot 10^3$
Глицерин	$1,26 \cdot 10^3$	Масло смазочн.	$0,9 \cdot 10^3$	Спирт	$0,8 \cdot 10^3$
Ртуть	$13,6 \cdot 10^3$	Масло кастор.	$0,96 \cdot 10^3$	Эфир	$0,7 \cdot 10^3$

Д Упругие постоянные твердых тел

Вещество	Модуль Юнга E, ГПа	Модуль сдвига G, ГПа
Алюминий	69	24
Вольфрам	380	140
Железо (сталь)	200	76
Медь	98	44
Серебро	74	27

Е Эффективный диаметр молекул, динамическая вязкость и теплопроводность газов при нормальных условиях

Вещество	Эффективный диаметр d, нм	Динамическая вязкость η мкПа$\cdot$ с	Теплопроводность λ, мВт/(м $\cdot$ К)
Азот	0,38	16,6	24,3
Аргон	0,35	21,5	16,2
Водород	0,28	8,66	168
Воздух	0,27	17,2	24,1
Гелий	0,22	18,9	142
Кислород	0,36	19,8	24,4
Пары воды	0,30	8,32	15,8

Ж Критические параметры и поправка Ван-дер-Ваальса

Газ	Критическая температура $T_{кр}$, К	Критическое давление $P_{кр}$, МПа	Поправка Ван-дер-Ваальса	
			a, Н$\cdot$ м^4/моль^2	$в$, 10^{-5}м^3/моль
Азот	126	3,39	0,135	3,86
Аргон	151	4,86	0,134	3,22
Водяной пар	647	22,1	0,545	3,04
Кислород	155	5,08	0,136	3,17
Неон	44,4	2,74	0,209	1,70
Углекислый газ	304	7,38	0,361	4,28
Хлор	417	7,71	0,650	5,62

З Динамическая вязкость (η) жидкостей при 20 °С, мПа $\cdot$ с

Вода	1,00
Глицерин	1480
Масло касторовое	967
Масло машинное	100
Ртуть	1,58

И Поверхностное натяжение (σ) жидкостей при 20 °С, мН/м

Вода	73
Глицерин	62
Мыльная вода	40
Ртуть	500
Спирт	22

К Удельная теплоемкость твердых и жидких веществ

Вещество	Удельная теплоемкость c, Дж/(кг · К)	Вещество	Удельная теплоемкость c, Дж/(кг · К)
Алюминий	$8{,}96 \cdot 10^2$	Спирт	$2{,}43 \cdot 10^3$
Вода	$4{,}18 \cdot 10^3$	Сталь	$4{,}69 \cdot 10^2$
Глицерин	$2{,}43 \cdot 10^3$	Серебро	$2{,}3 \cdot 10^2$
Керосин	$2{,}14 \cdot 10^3$	Медь	$3{,}8 \cdot 10^2$
Лед	$2{,}09 \cdot 10^3$	Свинец	$1{,}26 \cdot 10^2$
Ртуть	$1{,}38 \cdot 10^2$		

Л Температура плавления и удельная теплота плавления

Вещество	Температура плавления $T_{пл}$, К	Удельная теплота плавления λ x 10^5 Дж/кг
Алюминий	933	4,0
Лед	273	3,34
Ртуть	233,2	0,117
Сталь	1573	0,873
Серебро	1253,6	0,88
Медь	1353	2,1
Никель	1726	3,0
Свинец	600	0,25

М Температура кипения ($T_к$) и удельная теплота парообразования (r) при температуре кипения

Вещество	Температура кипения $T_к$, К	Удельная теплота парообразования r x 10^5 Дж/кг
Азот	77,2	2,01
Вода	373	22,6
Водород	20,3	4,61
Воздух	80	2,09
Глицерин	563	
Кислород	90	2,14
Ртуть	629,7	2,88
Спирт	351,3	8,46
Углекислый газ	194,5	5,95

Н Коэффициент теплопроводности (χ) при нормальных условиях

Вещество	Коэффициент теплопроводности χ, Вт/(м · К)	Вещество	Коэффициент теплопроводности χ, Вт/(м · К)
Азот	$2{,}37 \cdot 10^{-2}$	Гелий	$1{,}41 \cdot 10^{-2}$
Алюминий	$2{,}01 \cdot 10^2$	Кислород	$2{,}39 \cdot 10^{-2}$
Водяной пар	$1{,}58 \cdot 10^{-2}$	Лед	2,51
Водород	0,168	Сталь	46,1

Воздух	$2,37 \cdot 10^{-2}$	Углекислый газ	$2,32 \cdot 10^{-2}$

ОГЛАВЛЕНИЕ