размеров и расположения. В частных случаях рассматриваются дефекты эллиптической, круговой и прямоугольной форм.

В качестве материалов монослоев обшивок рассматриваются клеевые препреги следующих марок: стеклоткани КМКС-2м.120.Т10, КМКС-2м.120.Т60, КМКС-2м.120.Т64; углеленты КМКУ-2м.120.Р-2009 и КМКУ-2м.120.Р-4510. Число монослоев и схемы укладок варьируются. В качестве сотовых заполнителей используются полимеросотопласты марок ПСП-1 и ПСП-1К (на основе полимерной бумаги типа «Номекс» и «Кевлар», пропитанных фенольной смолой) и стеклосотопласты марки ССП-1 (на основе электроизоляционной ткани ЭЗ-100П, бакелитового лака ЛБС-1 и клея БФ-2). Форма ячеек сот – гексагональная. Исследуются следующие сотовые заполнители: ПСП-1-2,0-48, ПСП-1-2,0-64, ПСП-1-2,0-96, ПСП-1-2,0-144, ПСП-1К-2,0-48, ПСП-1К-2,0-64, ПСП-1К-2,0-96, ПСП-1К-2,0-144; ССП-1-2,5, ССП-1-3,5.

В работе анализируются следующие типы воздействий: нестационарные поля давлений, распределенные по различным законам; удар абсолютно жестким бойком полусферической формы; удар множественными и одиночными фрагментами из армированной резины, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда (разрыв покрышки колеса шасси самолета при движении по взлетно-посадочной полосе аэродрома в условиях взлета или посадки); воздействие от набегающей волны давления заданной интенсивности, имитирующей действие потока струи двигателя пассажирского самолета на панель корневого закрылка, являющуюся трехслойной, а также другие динамические воздействия различного характера.

Задача решается численно методом конечных элементов (МКЭ). Создание конечно-элементной сетки осуществляется в программном комплексе Simcenter Femap. Каждый монослой моделируется отдельным набором конечных элементов (КЭ). Затем модель импортируется в программный комплекс LS-DYNA (Livermore Software Technology Corp.), где задаются нагрузка и граничные условия.

В результате проведенного численного исследования определяется распределение полей напряжений и деформаций в монослоях элементов конструкции в различные моменты времени. Вычисляется распределение индекса разрушения по различным критериям разрушения применительно к ПКМ.

Расчет проводится по критериям Puck, Hashin, Chang-Chang, Puppo-Evensen, Hoffman, LaRC (Langley Research Center). Считается, что разрушение наступает, когда индекс разрушения становится равным единице.

Приводится сравнение полученных результатов для панелей и оболочек с различными вариантами исполнения сотового заполнителя и обшивок, а также сравнение результатов для рассмотренных элементов конструкций с дефектами и без них. Проводится параметрический анализ.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 23-49-00133, выданного Московскому авиационному институту.

Список литературы

1 Исследование динамики композитных цилиндрических панелей с сотовым заполнителем с внутренними повреждениями под действием струи авиационного двигателя / Л. Н. Рабинский [и др.] // Станки. Инструмент. – 2024. – № 4. – С. 30–33.

2 Поведение трёхслойных панелей с сотовым заполнителем из полимеросотопластов повышенной плотности с внутренними дефектами при действии реактивной струи двигателя / Л. Н. Рабинский [и др.] // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2024. – Вып. 3. – С. 298–303.

3 Численное исследование влияния внутренних дефектов на напряженно-деформированное состояние трехслойной панели с различными типами сотового заполнителя / Д. В. Дедова [и др.] // Станки. Инструмент. – 2023. – № 10. – С. 27–30.

УДК 539.3

О ПЕРЕМЕННОМ НАГРУЖЕНИИ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНЫХ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКИХ ТЕЛ

Н. Б. РУЗИЕВА, А. АБДУСАТТАРОВ
Ташкентский государственный транспортный университет, Республика Узбекистан

Известно, что в линейной теории упругости анизотропных тел связь между тензором напряжений и деформаций имеет следующий вид и называется обобщенным законом Гука [1, 2]:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \tag{1}$$

где σ_{ij} и ε_{ij} – симметричные тензоры напряжений и деформаций соответственно; C_{ijkl} – симметричный тензор упругих постоянных,

Если тензор напряжений является изотропной функцией тензора деформации, то в наиболее общем виде можно записать [3, 4]

$$\sigma_{ij} = \alpha_{i1}\delta_{ij} + \alpha_{i2}\delta_{3i}\delta_{3j} + \alpha_3\varepsilon_{ij} + \alpha_{i4}(\delta_{i3}\varepsilon_{3j} + \delta_{3j}\varepsilon_{3i}), \tag{2}$$

где α_1, ..., α_4 – функции независимых инвариантов тензора деформаций, например:

$$\theta = \varepsilon_{ii}, \varepsilon_{33}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_{2j}\varepsilon_{2j}, \quad \bar{\varepsilon}_3 = \varepsilon_{3i}\varepsilon_{3i}. \tag{3}$$

За инварианты тензора напряжений можно принять аналогично:

$$3\sigma = \sigma_{ii}, \sigma_{33}, \quad \bar{\sigma}_i = \sigma_{2j}\varepsilon_{2j}, \quad \bar{\sigma}_3 = \varepsilon_{3i}\varepsilon_{3i},$$

Следуя [2], обозначим через σ^*_{ij} и ε^*_{ij} компоненты тензора напряжений и деформаций при повторном нагружении. Введем разности

$$\sigma^*_{ij} = \sigma'_{ij} - \sigma''_{ij}, \quad \varepsilon^*_{ij} = \varepsilon'_{ij} - \varepsilon''_{ij} \tag{4}$$

По аналогии (2), можно записать следующее соотношения

$$\sigma^*_{ij} = \alpha^*_1 \cdot \delta_{ij} + \alpha^*_2 \cdot \delta_{3i} \cdot \delta_{3j} + \alpha^*_3 \cdot \varepsilon^*_{ij} + \alpha^*_4(\delta_{i3} \cdot \varepsilon^*_{3j} + \delta_{3j} \cdot \varepsilon^*_{3i}), \tag{5}$$

которые в упругом случае имеют вид

$$\alpha^*_1 = \lambda_4\theta + (\lambda_3 - \lambda_4)\varepsilon^*_{33};$$
$$\alpha^*_2 = (\lambda_5 - \lambda_4)\theta + (\lambda_3 + \lambda_4 - 2\lambda_7 - 2\lambda_5 - 4\lambda_5)\varepsilon^*_{33};$$
$$\alpha^*_3 = 2\lambda_7, \quad \alpha^*_4 = 2(\lambda_3 - \lambda_7).$$

где λ_3, λ_4, λ_5, λ_7, λ_9 – упругие константы трансверсально изотропного тела.

Если тензор σ^*_{ij} является потенциальным, т. е. существует такая скалярная функция $w^*(\theta^*, \varepsilon^*_{33}, \bar{\varepsilon}^*, \bar{\bar{\varepsilon}}^*_3)$, имеют место следующие соотношения [4]:

$$\sigma^*_{ij} = \frac{\partial W^*}{\partial \varepsilon^*_{ij}}, \tag{6}$$

$$\alpha^*_1 = \frac{\partial W^*}{\partial \theta^*}, \quad \alpha^*_2 = \frac{\partial W^*}{б\bar{\varepsilon}^*_{33}}, \quad \alpha^*_3 = \frac{\partial W^*}{б\bar{\varepsilon}^*}, \quad \alpha^*_4 = \frac{\partial W^*}{б\bar{\varepsilon}^*_3},$$

Соотношения между напряжениями и деформациями при повторном нагружении обобщаются в виде

$$\sigma^*_{ij} = \bar{\sigma}^*(\delta_{ij} - \delta_{3i} \cdot \delta_{3j}) + \sigma^*_{33} \cdot \delta_{3i} \cdot \delta_{3j} + P^*_{ij} + Q^*_{ij}, \tag{7}$$

где

$$P^*_{ij} = P^*_{ij} \cdot \frac{P^*}{p^*}, \quad Q^*_{ij} = q^*_{ij} \cdot \frac{Q^*}{q^*}. \tag{8}$$

$$p^* = \tfrac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{(\varepsilon^*_{11} - \varepsilon^*_{22})^2 + 4\varepsilon^{*2}_{12}}, \quad q^* = \sqrt{\varepsilon^{*2}_{13} - \varepsilon^{*2}_{23}},$$
$$P^* = \tfrac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{(\sigma^*_{11} - \sigma^*_{22})^2 + 4\sigma^*_{12}}, \quad Q^* = \sqrt{\sigma^{*2}_{13} - \sigma^{*2}_{23}}.$$

Определяющее соотношение теории пластичности при повторном нагружении трансверсально-изотропных тел в случае кусочно-линейной аппроксимации диаграмм деформирования имеет вид

$$\sigma_{ij}^* = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}^* - 2p_{ij}^*(\lambda_2 - \lambda_2^*)\left(1 - \tfrac{p_3^*}{p^*}\right) - 2q_{ij}^*\left(\lambda_5 - \lambda_5^*\right)\left(1 - \tfrac{q_3^*}{q^*}\right), \quad P^* \ge P_S^*, q^* \ge q_S^*, \tag{9}$$

Модельное уравнение (9) можно удобно представить в следующем виде:

$$\sigma_{ij}^* = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl} - \sigma_{ijp}^*, \tag{10}$$

где C_{ijkl} – так называемая релаксация тензора напряжений; σ_{ijp}^* – нелинейная часть соотношения (10):

$$\sigma_{ijp}^* = \begin{cases} 0, \text{при } p^* < 0 \text{ и } q^* < 0. \\ 2p_{ij}^*(\lambda_2 - \lambda_2^*)\left(1 - \frac{p_3^*}{p^*}\right), \text{при } p^* \ge p_3^*, \\ 2q_{ij}^*\left(\lambda_5 - \lambda_5^*\right)\left(1 - \frac{q_3^*}{q^*}\right), \text{при } q^* \ge q_3^*. \end{cases} \tag{11}$$

В соотношении (11), λ_2^*, λ_5^* – касательные модули; P_S^*, q_S^* – пределы упругости в продольном и поперечном направлении трансверсально изотропного тела, соответственно

$$\begin{gathered} p_{ij}^* = \varepsilon_{ij}^* + \tfrac{\theta^*}{2}\left(\delta_{i3} \cdot \delta_{j3} - \delta_{ij}\right) + \varepsilon_{33}^* \cdot \delta_{i3} \cdot \delta_{j3} - \left(\varepsilon_{i3}^* \cdot \delta_{j3} + \varepsilon_{3j}^* \delta_{i3}\right); \\ q_{ij}^* = \varepsilon_{i3}^* \cdot \delta_{j3} + \varepsilon_{3j}^* \delta_{i3} - 2\varepsilon_{33}^* \cdot \delta_{i3} \cdot \delta_{j3}, \quad \theta^* = \varepsilon_{11}^* - \varepsilon_{22}^*, \\ p^* = \sqrt{\tfrac{1}{2} p_{ij}^* p_{ij}^*} = \tfrac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{\left(\varepsilon_{11}^* - \varepsilon_{22}^*\right)^2 + 4\varepsilon_{12}^*}, \quad q^* = \sqrt{q_{ij}^* q_{ij}^*} = \sqrt{\varepsilon_{13}^{*2} - \varepsilon_{23}^{*2}}. \end{gathered} \tag{12}$$

Упругие модули имеют следующую связь с техническими константами [4]:

$$\begin{gathered} \lambda_1 = \tfrac{E\left(\nu + k(\nu)^2\right)}{e(1+\nu)}, \ \lambda_2 = G = \tfrac{E}{2(1+\nu)}, \ \lambda_3 = \tfrac{E\nu}{e}, \\ \lambda_4 = \tfrac{E(1-\nu)}{e}, \lambda_5 = G, e = 1 - \nu - 2k(\nu)^2, k = \tfrac{E}{E^*}. \end{gathered}$$

где E, ν, G, – технические постоянные трансверсально изотропного материала. Они связаны с компонентами тензора упругих постоянных следующим образом:

$$\begin{gathered} \lambda_1 = C_{2211}, \lambda_2 = C_{1212}, \lambda_3 = C_{1133}, \lambda_4 = C_{3333}, \lambda_5 = C_{1313}, \\ \lambda_6 = \lambda_7 = \lambda_1 + 2\lambda_2 = C_{2211} + 2C_{1212}, \lambda_8 = \lambda_3 = C_{1133}, \lambda_9 = \lambda_5 = C_{1313}. \end{gathered}$$

Учитывая соотношение (11), после некоторых преобразований получим следующую упругопластическую задачу в перемещениях при повторном нагружении:

$$\sum_{j,k,i=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_i}\left(C_{ijkl}\frac{\partial u_k^*}{\partial x_j} - \sigma_{klp}^*\right) + X_i^* = 0, \quad x_i \in V, \tag{13}$$

$$u_i\big|_{\Sigma_1} = \overset{\circ}{u_i}, \quad x_i \in \textstyle\sum_1, \tag{14}$$

$$\sum_{k,i,j=1}^{3} n_j\left(C_{ijkl}\frac{\partial u_k^*}{\partial x_j} - \sigma_{ij}^*\right)\Bigg|_{\Sigma_2} = S_i, \quad x_i \in \textstyle\sum_2, \tag{15}$$

где величина σ_{ijp}^* определена соотношением (11) и представляет собой нелинейную часть краевой задачи. Для решения краевых задач (13)–(15) применяется метод упругих решений. Применение метода упругих решений позволяет свести нелинейную задачу теории пластичности к последовательности упругих задач с переменной правой частью в уравнениях [5].

Список литературы

1 **Ильюшин, А. А.** Пластичность / А. А. Ильюшин. – М. : Гостехиздат, 1948. – 376 с.

2 **Москвитин, В. В.** Циклические нагружения элементов конструкций / В. В. Москвитин. – М. : Наука, 1981. – 344 с.

3 **Победря, Б. Е.** Численные методы в теории упругости и пластичности / Б. Е. Победря. – М. : Изд-во МГУ, 1996. – 343 с.

4 Теории пластичности и термопластичности анизотропных тел / А. А. Халджигитов [и др.]. – Ташкент : Фан ва технология, 2015. – 320 с.

5 **Абдусаттаров, А.** Деформирование и повреждаемость упругопластических элементов конструкций при циклических нагружениях / А. Абдусаттаров, Э. И. Старовойтов, Н. Б. Рузиева. – Ташкент : IDEAL PRESS, 2023. – 381 с.