Многочисленные пособия и задачники как школьные [1–3], так и вузовские [4, 5], содержат множество транспортных задач самого разного уровня сложности и по различной тематике. Однако необходимо признать, что многие задачи, возникающие из практических нужд, порой повисают в воздухе из-за оторванности преподавателей одной учебной дисциплины от таких же преподавателей других дисциплин. Эту проблему может решить только более тесное сотрудничество преподавателей физики, математики и информатики со специалистами выпускающих кафедр вуза.

Список литературы

1 Сборник задач по физике / Л. П. Баканина [и др.]. – М. : Наука, 1969. – 416 с.

2 **Перельман, Я. И.** Занимательная физика / Я. И. Перельман. – М. : АСТ, 2023. – 352 с.

3 **Кокин, С. М.** Физика в истории железных дорог : учеб. пособие / С. М. Кокин, В. А. Селезнёв. – Долгопрудный : Интеллект, 2016. – 296 с.

4 **Иродов, И. Е.** Задачи по общей физике : учеб. пособие для вузов / И. Е. Иродов. – М. : Бином, 2012. – 431 с.

5 Сборник задач по общему курсу физики. В 5 т. / С. П. Стрелков [и др.]. – М. : Наука, 1977–1981.

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТАХ С НАСЛЕДСТВЕННЫМИ СВОЙСТВАМИ

С. Г. ПШЕНИЧНОВ

Научно-исследовательский институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Российская Федерация

Получены новые формы представления решений начально-краевых задач для кусочно-однородных тел (слоистых композитов) с линейно-вязкоупругими компонентами. При этом предполагается выполнение следующих требований.

1 На контакте однородных компонентов выполняются условия кинематической и динамической непрерывности.

2 Область изменения пространственных координат в математической постановке задачи (одномерная, двумерная, или трехмерная) является ограниченной.

3 Наследственные свойства компонентов определяются соотношениями линейной вязкоупругости в рамках модели Больцмана – Вольтерра.

4 Материалы всех компонентов удовлетворяют условию ограниченной ползучести.

Рассмотрены случаи, когда в интегральных соотношениях Больцмана – Вольтерра участвуют ядра релаксации или в виде конечных сумм экспонент, или в форме Ржаницына – Колтунова. Какой-либо зависимости между ядрами компонентов не предполагается.

Построение решений задач указанного класса основано на применении интегрального преобразования Лапласа по времени и его обращения. Считается, что решение задачи в пространстве изображений найдено и всё внимание уделяется построению оригинала в наиболее удобной форме. Для этого используются как прежние результаты, так и новые подходы.

Ранее было показано, что при регулярных наследственных ядрах в виде конечных сумм экспонент и некоторых дополнительных условиях построение решения рассматриваемой нестационарной задачи в оригиналах получается в виде ряда по вычетам в полюсах изображений. Это означает разложение решения в ряд по собственным формам свободных колебаний слоистого тела, и нестационарная задача фактически сводится к поиску элементов спектрального множества E на комплексной плоскости. В предыдущих работах был предложен метод поиска элементов множества E, которое имеет помимо бесконечно удаленной предельной точки конечные предельные точки на действительной оси. Вместе с тем при большом количестве слоев с неодинаковыми наследственными ядрами процесс численной реализации полученных формул существенно замедляется.

При сингулярных ядрах Ржаницына – Колтунова ранее была предложена формула, содержащая в качестве одного из слагаемых интеграл по мнимой оси. Под знаком этого интеграла зависящим от времени сомножителем является ограниченная функция, которая с ростом времени осциллирует всё быстрее и не стремится к нулю. В результате создаются определенные неудобства вычислений, если количество слоев композита достаточно велико.

В настоящей работе представлены новые формы решений в оригиналах, полученные на основе прежних результатов с применением методов контурного интегрирования на комплексной плоскости. В случае регулярных ядер в виде конечных сумм экспонент решение предложено в виде двух слагаемых. Одно – разложение по некоторому подмножеству собственных форм, другое – легко вычисляемый интеграл по замкнутому контуру. В случае сингулярных ядер Ржаницына – Колтунова решение также представлено в специальной форме, содержащей неполное спектральное разложение и слагаемое в виде некоторого нового интеграла. Весьма важно, что каждый из интегралов при любом значении времени лишен указанных выше недостатков и легко вычисляется даже при большом количестве слоев композита. Всё это позволяет существенно упростить динамические расчеты многослойных конструкций.

С помощью новых формул проведены исследования распространения нестационарных волн в слоистых композитах при конкретных исходных данных.

Исследование выполнено за счет гранта РНФ № 24-29-00164.

УДК 536.2

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ ЗАВИСИМОСТИ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОВЕРХНОСТИ ОТ ВРЕМЕНИ

Ю. А. ПШЕНИЧНОВ
Белорусский государственный университет транспорта, г. Гомель

Метод ВКБ [1, 2], разработанный для решения задач квантовой механики, нашел применение и в различных областях физики. В [3, 4] на основе совместного применения преобразования Лапласа и даного метода построены асимптотические решения для задач теплопроводности с зависящими от координаты z теплоемкостью C и коэффициентом теплопроводности λ.

Посредством введения новой координаты [5]

$$x=\int_0^z \frac{dz}{\lambda(z)}\left(\int_0^{z_1} \frac{dz}{\lambda(z)}\right)^{-1}, 0 \le x \le 1, z \le x \le z_1, \tag{1}$$

и использования безразмерных величин уравнение теплопроводности принимает вид

$$\gamma(x)\frac{\partial\theta}{\partial F_o}=\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}, \tag{2}$$

где $\gamma(x)=C(z)\lambda(z)/\gamma_1$, $\gamma_1=C(z_1)\lambda(z_1)$, $F_o=\dfrac{\tau}{\gamma_1 z_1^2}$, $\theta(x,F_o)=\dfrac{T(z,\tau)}{T_0}$,

z_1 – ширина неограниченной пластины; τ – время; T_0 – начальная температура.

Применив к уравнению (2) преобразование Лапласа, получим

$$\frac{d^2U_{si}^+}{dx^2}-s\gamma(x)U_{si}^+=0. \tag{3}$$

Если уравнение (3) в интервале $0 \le x \le 1$ не имеет особых точек, то первый член асимптотики ВКБ-решения записывается в виде [2]

$$U_s^+(x)=\frac{1}{\sqrt{\gamma(x)}}\left[A\exp\left(-\sqrt{s}\gamma_x\right)+B\exp\left(\sqrt{s}\gamma_x\right)\right],\ \gamma_x=\int_0^x\sqrt{\gamma(x)}\,dx. \tag{4}$$

Для данного изображения обратное преобразование можно выполнить двумя способами [5, 6]. В первом случае теорема обращения [6] применяется непосредственно к выражению (4) и решение для $U(x, F_o)$ принимает вид ряда по собственным функциям. Этот путь неприемлем, поскольку изображение (4) справедливо только для больших значений s, и, следовательно, оригинал в форме ряда верен только для малых значений Fo, когда ряд имеет плохую сходимость и неудобен для вычислений. Другой путь инверсии предполагает предварительное разложение (4) в ряд по экспоненциальным функциям, то есть в наиболее естественный для больших значений s ряд, в котором мож-