

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУР В ПОЛУПЛОСКОСТИ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ ТЕПЛООВОГО ПОТОКА

*А. А. ОРЕХОВ, Л. Н. РАБИНСКИЙ, Т. С. ТЕРЕЩЕНКО*

*Московский авиационный институт (НИИ), Российская Федерация*

Для определения технологических температурных напряжений, возникающих в процессе селективного лазерного плавления металлопорошковой композиции в пределах одного слоя, необходимо знать распределение поля температур в полуплоскости от воздействия лазерного источника. Как и при любом другом тепловом воздействии на материал, неизменной характеристикой термического процесса является температура. Перенос тепла в твердых телах осуществляется известными механизмами теплопроводности. Для решения поставленной задачи проводится дополнительное исследование вспомогательной задачи о нестационарном нагреве изотропной полуплоскости подвижным поверхностным источником тепла. Для этого построена математическая модель для обобщенного уравнения теплопроводности с учетом конечной скорости распространения.

Найденное решение соответствует воздействию сосредоточенного во времени и координатах объемного источника тепла в виде дельта-функции, расположенного в теплопроводящей полуплоскости. Для решения используется интегральное одномерное преобразование Фурье по координате и интегральное преобразование Лапласа по времени. Соответствующие оригиналы построены последовательным обращением преобразования Лапласа и Фурье.

Получено интегральное представление, позволяющее получать решения задачи о произвольных поверхностных источниках тепла в полупространстве. С использованием найденного фундаментального решения приводится пример решения задачи о действии непрерывного сосредоточенного источника тепла в полупространстве. Полученный результат позволит с большой точностью решать задачи о воздействии высокоинтенсивных тепловых потоков в новых материалах с неклассическими теплопроводящими свойствами.

*Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (FSFF-2023-0004).*

## ПРОДОЛЬНЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ СТЕНКИ УЗКОГО КАНАЛА, ЗАПОЛНЕННОГО ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТЬЮ

*В. С. ПОПОВ*

*Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю. А.,  
Российская Федерация*

*Институт проблем точной механики и управления Российской академии наук – обособленное  
структурное подразделение Федерального исследовательского центра  
«Саратовский научный центр РАН», Российская Федерация*

*А. А. ПОПОВА*

*Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю. А.,  
Российская Федерация*

При разработке и исследовании различных изделий современного транспортного комплекса, включающих в свой состав жесткие элементы с упругими связями или упругоподатливые элементы, контактирующие с жидкостью или газом, требуется привлечение подходов теории гидроаэроупругости [1, 2]. Например, с такими ситуациями приходится сталкиваться в демпферах колебаний, датчиках гидросистем, гидро- и газоопорах [3, 4]. В [5, 6] исследовано взаимодействие несжимаемой вязкой жидкости в узком клиновидном канале с его жесткой стенкой на линейно-упругом подвесе. В [7, 8] разработаны модели взаимодействия вязкой несжимаемой жидкости с торцевой [7] и нижней [8] стенками, имеющими линейно-упругий подвес, узкой щели, которую она заполняет.

В [9, 10] рассмотрены аналогичные задачи, когда стенка канала имеет подвес с кубической нелинейностью [9] или представляет собой пластину на нелинейно-упругом основании [10]. Однако в работах, которые указаны выше, за рамками исследований остался случай вязкой жидкости, взаимодействующей с нелинейно-упругозакрепленной стенкой узкого канала, совершающей продольные колебания.

Рассмотрим узкий плоский канал с жесткими стенками, размеры которых в плане  $2\ell \times b$  и  $2\ell \ll b$  (рисунок 1). Канал заполнен сильно вязкой жидкостью, пульсирующей за счет заданного на торцах гармонически изменяющегося перепада давления  $\Delta p(\omega t)$ . Нижняя стенка имеет упругое закрепление с мягкой кубической нелинейностью, которое допускает ее колебания в продольном направлении, а верхняя стенка неподвижна. Связываем начало декартовой системы координат  $Oxyz$  с центром поверхности (контактирующей с жидкостью) нижней стенки канала в невозмущенном состоянии и изучаем плоскую задачу для установившихся нелинейных колебаний стенки с амплитудой  $x_m \ll \ell$ .

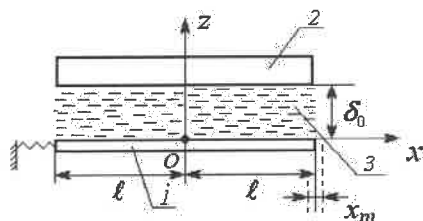


Рисунок 1 – Узкий канал, нижняя стенка которого имеет нелинейное упругое закрепление:

- 1 – стенка с нелинейно-упругим закреплением;  
2 – неподвижная стенка;  
3 – пульсирующая вязкая жидкость

Движение вязкой жидкости в узком канале – ползущее, и уравнения ее движения имеют вид [11]

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \nu \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right), \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \nu \left( \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0,$$

граничные условия для уравнений динамики жидкости (1) записываются как

$$v_x = \frac{dx_1}{dt}, \quad v_z = 0 \quad \text{при } z = 0, \quad (2)$$

$$v_x = 0, \quad v_z = 0 \quad \text{при } z = \delta, \quad (3)$$

$$p = \Delta p(\omega t) = p_m \sin \omega t \quad \text{при } x = -\ell, \quad (3)$$

$$p = 0 \quad \text{при } x = \ell,$$

где  $p$  – давление жидкости;  $v_z, v_x$  – проекции вектора скорости жидкости на оси  $Oz$  и  $Ox$ ,  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости жидкости;  $\rho$  – плотность жидкости;  $x_1 = x_m f(\theta t)$  – закон движения нижней стенки канала;  $\theta$  – характерная частота нелинейных колебаний нижней стенки;  $\omega$ ;  $p_m$  – заданные частота и амплитуда гармонической пульсации давления на левом торце щели.

Уравнение движения нижней стенки запишем как [8]

$$m \frac{d^2 x_1}{dt^2} + n_1 x_1 - n_3 x_1^3 = b \int_{-\ell}^{\ell} q_{zx} \Big|_{z=0} dx, \quad q_{zx} = \rho \nu \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right). \quad (4)$$

Здесь  $q_{zx}$  – касательное напряжение в жидкости;  $m$  – масса стенки;  $t$  – время;  $n_1$  – коэффициент жесткости линейной составляющей реакции подвеса;  $n_3$  – коэффициент жесткости кубической составляющей реакции подвеса, т. к. рассматриваем мягкую нелинейность, то полагаем  $n_3 > 0$ .

Сформулированная задача гидроупругости (1)–(4) исследовалась методом возмущений. После этого рассматривалась линеаризованная задача динамики для тонкого слоя жидкости в узкой щели и определялись законы изменения гидродинамических параметров в нем. На следующем этапе решалось уравнение (4) методом гармонического баланса. После этого были определены основной нелинейный гидроупругий отклик стенки и соответствующая ему характеристика фазового сдвига. Данные характеристики возможно исследовать численно по аналогии с [9, 10]. В частности, найти резонансные частоты колебаний стенки, а также области ее неустойчивых колебаний со скачкообразным изменением амплитуд колебаний.

*Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (государственное задание по теме 122030100145-3).*

#### Список литературы

- 1 Аэрогидроупругость конструкций / А. Г. Горшков [и др.]. – М. : Физматлит, 2000. – 592 с.  
2 Païdoussis, M. P. Dynamics of cylindrical structures in axial flow: A review / M. P. Païdoussis // Journal of Fluids and Structures. – 2021. – Vol. 107. – Art. no. 103374.

- 3 Константиnescу, В. Н. Газовая смазка / В. Н. Константиnescу. – М. : Машиностроение, 1968. – 718 с.
- 4 Распопов, В. Я. Микромеханические приборы / В. Я. Распопов. – М. : Машиностроение, 2007. – 400 с.
- 5 Могилевич, Л. И. Продольные и поперечные колебания упругозакрепленной стенки клиновидного канала, установленного на вибрирующем основании / Л. И. Могилевич, В. С. Попов, А. А. Попова // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2018. – № 3. – С. 28–36.
- 6 Mogilevich, L. I. Mathematical modeling of elastically fixed wall longitudinal oscillations of wedge-shaped channel under foundation vibration / L. I. Mogilevich, V. S. Popov, L. N. Rabinsky // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2016. – Vol. 12, no. 4. – P. 9–17.
- 7 Попов, В. С. Моделирование взаимодействия стенки канала с упругозакрепленным торцевым уплотнением / В. С. Попов, А. А. Попова // Компьютерные исследования и моделирование. – 2020. – Т. 12, № 2. – С. 387–400.
- 8 Попов, В. С. Моделирование гидроупругих колебаний стенки канала, имеющей нелинейно-упругую опору / В. С. Попов, А. А. Попова // Компьютерные исследования и моделирование. – 2022. – Т. 14, № 1. – С. 79–92.
- 9 Modeling nonlinear hydroelastic response for the endwall of the plane channel due to its upper-wall vibrations / M. Barulina [et al.] // Mathematics. – 2022. – Vol. 10. – Art. no. 3844.
- 10 Моделирование гидроупругого отклика пластины, установленной на нелинейно-упругом основании и взаимодействующей с пульсирующим слоем жидкости / Д. В. Кондратов [и др.] // Компьютерные исследования и моделирование. – 2023. – Т. 15, № 3. – С. 581–597.
- 11 Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М. : Дрофа, 2003. – 840 с.

УДК 535.243.25

## ТРАНСПОРТНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ

*В. И. ПОРТНОВ*

*Российский университет транспорта (МИИТ), г. Москва*

Инженерная подготовка специалистов транспортной отрасли призвана выработать у обучаемых не только навыки анализа возникающих проблем, но и умение проводить необходимые (порой, стандартные) расчёты, позволяющие предложить обоснованное и безопасное решение этих проблем. В вузе выработке таких навыков способствует изучение естественных наук (математики, физики), причём особенно эффективно это происходит, если в качестве примеров разбираются задачи, связанные с практической деятельностью обучаемых.

Транспортные задачи – особый вид задач, которые возникают в процессе функционирования транспорта и транспортных систем.

К таким задачам можно отнести следующие.

- 1 Задачи типа задачи коммивояжёра, когда необходимо наиболее экономичным способом обойти несколько пунктов, расположенных произвольным образом.
- 2 Задачи по составлению расписания движения транспорта с учётом ограниченного числа путей и сложности и разнообразия грузоперевозок.
- 3 Задачи навигации и определения местоположения.
- 4 Задачи на относительность движения.
- 5 Задачи погони или убегания.
- 6 Задачи на мощность, развиваемую двигателем транспорта.
- 7 Баллистические задачи
- 8 Задачи, связанные с условиями перевозки хрупких или особо опасных грузов
- 9 Задачи на скорейшую погрузку-разгрузку.
- 10 Задачи на силы трения.
- 11 Задачи на реактивное движение.
- 12 Задачи на силу Кориолиса.
- 13 Задачи на эффект Допплера и ему подобные эффекты.
- 14 Задачи на аварийные ситуации (столкновения, опрокидывание, сход с пути и т. д.).

Приведём пример транспортных задач:

1 На плоскости закреплены базовые точки А (0, 0) и В (10, 0). Координаты измеряются в метрах. Определить модуль скорости точки С на плоскости, если в момент  $t = 0$  углы САВ и СВА равны соответственно  $75^\circ$  и  $85^\circ$ , а в момент  $t = 0,03$  с эти углы равны  $76^\circ$  и  $83^\circ$ . Считать движение равномерным и прямолинейным. Результат округлить до целых.