МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Кафедра «Экономика транспорта»

О. Г. БЫЧЕНКО, С. М. ХУРСА

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ

Учебно-методическое пособие
для студентов экономических специальностей

Гомель 2008

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Кафедра «Экономика транспорта»

О. Г. БЫЧЕНКО, С. М. ХУРСА

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ

Учебно-методическое пособие
для студентов экономических специальностей

Одобрено методическими комиссиями гуманитарно-экономического факультета и ФБО

Гомель 2008

УДК 311(075.8)
ББК 60.5
Б95

Р е ц е н з е н т – заведующий кафедрой «Экономика транспорта» канд. техн. наук., профессор *В. П. Бугаев* (УО «БелГУТ»).

Быченко, О. Г.

Б95 Общая теория статистики : учеб.-метод. пособие для студентов экономических специальностей / О. Г. Быченко, С. М. Хурса ; М-во образования Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. – Гомель : БелГУТ, 2008. – 132 с.
ISBN 978-985-468-230-3

Изложены вопросы курса «Общая теория статистики», приведены примеры решения задач, предложены тесты для контроля знаний студентов.
Предназначено для студентов экономических специальностей.

УДК 311 (075.8)
ББК 60.5

ISBN 978-985-468-230-3

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Важнейшей задачей курса «Общая теория статистики» является подготовка специалистов в системе экономического образования, владеющих различными методами сбора, систематизации и анализа сведений, характеризующих экономическое и социальное развитие всех сфер общественной жизни.

Работа современного менеджера, экономиста и других специалистов невозможна без применения приемов и методов статистики, отсюда следует, что в системе экономического образования важную роль играют статистические дисциплины. Общая теория статистики для общеэкономических специальностей служит основой для разработки и совершенствования методов экономического анализа.

От степени усвоения этого курса зависит успешность овладевания другими экономическими дисциплинами, а следовательно, и умение в дальнейшей практической и научной работе широко пользоваться статистическими методами и материалами для решения социальных и экономических проблем.

В пособии рассматриваются такие аспекты теории статистики, как : статистическое наблюдение, сводка, группировка, абсолютные и относительные величины, средние величины, ряды распределения, индексный метод анализа и корреляционный анализ.

Общая теория статистики учит обобщать и анализировать статистические данные, проводить различного рода наблюдения, составлять аналитические таблицы.

1 ПРЕДМЕТ И МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОЙ НАУКИ

Термин «статистика» происходит от латинского слова status (состояние), что в средние века означало политическое состояние государства. В науку этот термин ввёл немецкий учёный Готфрид Ахенваль (1719–1772 гг.), означал он тогда *государствоведение.*

Статистика – наука, изучающая положение дел в государстве. Это вид деятельности, направленный на получение, обработку и анализ информации, характеризующей количественные закономерности жизни общества во всем их многообразии (технико-экономические, социально-полити-ческие явления, культура) в неразрывной связи с ее качественным содержанием. Таким образом, под статистикой понимается сбор цифровых данных, их обобщение и обработка. Статистика необходима для изучения количественных явлений посредством цифр. Она предоставляет необходимый цифровой банк данных. Статистика должна давать не произвольный материал, а те данные, которые ясно и понятно характеризуют различные явления.

Предмет статистики. Статистика изучает массовые общественные явления и их динамику при помощи статистических показателей, в постоянной связи с их содержанием, а также количественное выражение качественно определённых закономерностей общественного развития в конкретных условиях места и времени.

Для изучения предмета статистики разработаны и применяются специфические приёмы, совокупность которых образует *методологию статистики.*

Статистика оперирует определёнными *категориями*, т. е. понятиями, отражающими существенные, всеобщие свойства и основные отношения явлений действительности. К таким понятиям относятся: статистическая совокупность, единица совокупности, признак, статистический показатель, система статистических показателей, статистическая закономерность.

Статистика изучает закономерности массовых явлений. *Объект* конкретного статистического исследования называют статистической совокупностью.

Статистическая совокупность – это совокупность объектов или явлений общественной жизни, объединенных общей связью. Объекты, входящие в статистическую совокупность, обладают несколькими общими признаками и могут различаться между собой рядом других, второстепенных, признаков. Специфическим свойством статистической совокупности является *массовость* единиц, поскольку явление характеризуется массовым процессом и всем многообразием определяющих его причин и форм.

Совокупности могут быть разнородными и однородными. Совокупность объектов, у которых один или несколько изучаемых существенных признаков являются общим, называется качественно *однородной*. И, наоборот, совокупность, в которую входят разные типы явлений, будет *разнородной*. Выделение качественно однородных статистических совокупностей является предпосылкой расчёта обобщающих показателей, статистического изучения вариации, связей между признаками.

Единица совокупности – это первичный элемент статистической совокупности, являющийся носителем признаков, подлежащих регистрации, и основой ведущегося при обследовании счёта. Единицы статистической совокупности характеризуются общими свойствами, именуемыми в статистике признаками.

Признак – показатель, характеризующий свойства, характерные черты или особенности объектов (явлений), которые могут быть охарактеризованы рядом статистических величин. Система признаков используется для составления программы статистического наблюдения и последующей группировки материалов. Так, например, для промышленных предприятий признаками будут: форма собственности, род (или вид) выпускаемой продукции, размеры производства и др. В статистике населения признаками служат: пол, возраст, профессия, образование и т. д.

Понятия признака и статистического показателя взаимосвязаны. Показатель выражает единство количественной стороны явления (его меру), признак – отличительные особенности или сходство объектов статистической совокупности.

Признаки могут иметь количественное выражение или не иметь такового. Признаки, систематически принимающие различные значения у отдельных единиц совокупности, называются *варьирующими признаками* (размеры одежды и обуви, нормы выработки при однородных условиях и т. д.). Варьирующие признаки могут быть *количественными*, если их варианты выражаются числовыми значениями (возраст, стаж работы, оплата труда) и *атрибутивными*, представляющими собой смысловые понятия (профессия, социальная принадлежность).

Количественные признаки могут быть *дискретными* (принимающими только целые значения) и *непрерывными* (интервальными). В случае, когда варианты признака могут принимать одно из двух противоположных значений, говорят об *альтернативном признаке* (да, нет).

Признаки могут быть *основные*, определяющие, например, экономическое содержание процессов, и *второстепенные*, внешние по отношению к сущности изучаемых явлений, т. е. непосредственно не связанные с внутренней структурой процессов. Признаки бывают первичные и вторичные.

Первичные признаки лежат в основе программы сбора первичных статистических материалов.

Вторичные признаки (производные показатели) – это признаки, получаемые в процессе обработки и анализа данных. Так, группировка предприятий по эффективности использования капитальных вложений основана на вторичных признаках, ибо для определения показателей эффективности необходимо знать первичные признаки предприятий (компаний, фирм и т. д.) – размер капитальных вложений, уровень себестоимости и др.

Признаки, характеризующие статистическую совокупность, взаимосвязаны между собой, поэтому следует различать факторные и результативные признаки. *Факторные признаки* – это независимые признаки, оказывающие влияние на другие, связанные с ними признаки. *Результативные признаки* – это зависимые признаки, которые изменяются под влиянием факторных признаков. Например, квалификация, стаж работы – факторные признаки; производительность труда – результативный.

Статистическая совокупность состоит из массы отдельных единиц, разрозненных фактов. Задача статистики – установить общие свойства единиц совокупности, изучить имеющиеся взаимосвязи и закономерности развития. Достигается это с помощью расчёта обобщающих статистических показателей и их анализа.

Статистический показатель – обобщенная количественная характеристика явлений и процессов в единстве с их качественной определенностью. Примером статистического показателя служат: численность населения; количество индивидуальных частных предприятий в общем количестве торговых предприятий; удельный вес работающих граждан в общей численности населения; удельный вес менеджеров, имеющих специальное экономическое образование, от их общего количества; и т. п. Величина статистического показателя определяется в результате измерения объектов (элементов) и меняется в зависимости от методологических особенностей его построения, обусловленных в свою очередь степенью охвата изучаемых процессов.

Статистические показатели называются *натуральными,* когда они выражены в единицах счета или различных физических единицах измерения (в мерах линейных, площади, объема, веса, мощности и т. д.), и *денежными*, или стоимостными, когда они представляют денежную оценку экономических объектов или их элементов.

Статистические показатели также условно делятся на *объемные* и *качественные*. К первым относятся показатели, связанные с изменением величины совокупности объектов (элементов), например, численности рабочих на предприятии, в компании или фирме, объем основных фондов. К группе качественных статистических признаков относят признаки уровня развития явлений, например, себестоимости единицы изделия. Такие признаки полнее и ярче характеризуют качественные особенности явлений, закономерности их развития.

Поскольку отдельные свойства совокупности не изолированы, а связаны между собой, то и статистические показатели, характеризующие эти свойства, не являются разрозненными, а образуют систему показателей.

Система статистических показателей – это совокупность взаимосвязанных между собой статистических показателей, всесторонне отображающих процессы общественной жизни в определенных условиях места и времени. Показатели в системе могут быть связаны как жестко *детерминированной связью* (например, связь основных фондов, числа работников и объёма продукции предприятия), так и не жёсткой, свободной, т. е. *стохастической связью* (например, зависимость урожайности отдельных культур от количества внесённых удобрений).

Задача статистики – дать обобщающую характеристику объёма и состава совокупности, а также – выявить и изучить статистические закономерности, используя адекватную систему показателей. Закономерности, выявленные для той или иной совокупности, обнаруживаются при массовых наблюдениях благодаря действию закона больших чисел.

Закон больших чисел – это объективный закон, согласно которому совместное действие большого числа случайных факторов приводит к результату, почти не зависящему от случая.

Случайное событие – событие, которое при заданной совокупности условий может произойти, а может и не произойти, но для которого определена вероятность его осуществления. *Случайность является формой проявления необходимости.*

Важнейшей категорией статистики является статистическая закономерность, Под закономерностью вообще принято понимать повторяемость, последовательность и порядок изменений в явлениях.

Статистическая закономерность – количественная закономерность изменения в пространстве и во времени массовых явлений и процессов общественной жизни, состоящих из множества элементов (единиц совокупности). Она проявляется не в индивидуальном явлении, а в массе однородных явлений, при обобщении данных статистической совокупности, т. е. в среднем. Следовательно, это средняя закономерность массовых явлений и процессов.

Статистическая закономерность отражает относящиеся к определённому пространству и времени причинно-следственные связи, выражающиеся в последовательности, регулярности, повторяемости событий с достаточно высокой степенью вероятности. Статистическая закономерность устанавливается на основе анализа массовых данных, это обусловливает её взаимосвязь с законом больших чисел.

Метод статистики. Основной чертой статистической методологии является конкретность исследований, выражающаяся в неразрывной связи количественного анализа с установлением качественного своеобразия объектов в конкретно-исторических условиях места и времени. Применение в статистике конкретных методов предопределяется конкретными задачами и зависит от характера исходной информации.

Общей основой разработки и применения статистической методологии является диалектический метод познания, согласно которому общественные явления и процессы рассматриваются в развитии, взаимной связи и причинной обусловленности. Знание законов общественного развития создаёт фундамент, с помощью которого можно понять и правильно истолковать явления, подлежащие статистическому исследованию, выбрать надлежащую методику их изучения и анализа. При этом статистика опирается на такие диалектические категории, как количество и *качество*, *необходимость* и *случайность*, *причинность*, *закономерность*, *единичное* и *массовое*, *индивидуальное* и *общее*.

Статистические методы – это совокупность приемов, применяемых в процессе статистического исследования.

Статистическое исследование – процесс изучения явлений на основе статистических методов. Статистические исследования начинаются с подготовительных работ по организации исследований. Они делятся на взаимосвязанные и в большей мере самостоятельные этапы, как правило, обособленные друг от друга во времени, которые называются *стадиями*. Обычно выделяют *три основные стадии*: статистическое наблюдение, сводка и обработка материалов, анализ данных. *На первой стадии* с помощью первичного учета, систематической регистрации и других специальных форм статистического наблюдения собираются массовые статистические данные; *на второй стадии* эти данные сводятся в систему сводных таблиц с применением системы группировок и сводных величин (обобщающих показателей); *на третьей стадии* собранные данные анализируются, т.е. проводится сравнение фактов для разных периодов времени, для различных объектов, устанавливаются причины явлений, дается общее описание фактов и объяснение закономерностям, выделяемым с помощью статистических методов. *Статистический анализ* – завершающее звено статистического исследования, имеющий большое познавательное и практическое значение. Статистический анализ изучает статистические данные о явлении для выяснения его характерных признаков и присущих ему в данных конкретных условиях закономерностей.

Статистические методы разделяются на две основные группы: методы статистического наблюдения и методы обработки и анализа статистических данных.

Методы статистического наблюдения (отчетность, переписи, выборочные обследования и др.) позволяют получить массовые и надежные материалы о различных социальных либо экономических явлениях.

Т е с т ы

1 "Статистика" – это:

а) ряды цифр, сведенные в таблицы;
б) практика статистической работы;
в) общественная наука, имеющая свой предмет исследования и свои специфические методы.

2 Предмет статистики как науки:

а) статистика изучает законы общественной жизни;
б) статистика изучает факторы общественной жизни в зависимости от конкретных условий места и времени;
в) статистика изучает количественную сторону массовых общественных явлений в неразрывной связи с качественной стороной.

3 Статистическое исследование проходит стадий:

а) три;
б) четыре;
в) пять.

4 Категория – это:

а) понятие, отражающее существенные, всеобщие свойства и основные отношения действительности;
б) множество единиц (объектов, явлений), объединённых единой закономерностью и варьирующих в пределах общего качества;
в) неделимые первичные элементы, выражающие её качественную однородность.

5 Статистическая совокупность – это:

а) понятие, отражающее существенные, всеобщие свойства и основные отношения действительности;
б) множество единиц (объектов, явлений), объединённых единой закономерностью и варьирующих в пределах общего качества;
в) неделимые первичные элементы, выражающие её качественную однородность.

6 Единица совокупности – это:

а) понятие, отражающее существенные, всеобщие свойства и основные отношения действительности;

б) множество единиц (объектов, явлений), объединённых единой закономерностью и варьирующих в пределах общего качества;

в) неделимые первичные элементы, выражающие её качественную однородность.

7 Признак – это:

а) показатель, характеризующий некоторое свойство объекта совокупности, рассматриваемый как случайная величина;

б) различия в значениях у отдельных единиц статистической совокупности;

в) количественно-качественная обобщающая характеристика какого-то свойства группы единиц или совокупности в целом.

8 Статистический показатель – это:

а) показатель, характеризующий некоторое свойство объекта совокупности, рассматриваемый как случайная величина;

б) различия в значениях у отдельных единиц статистической совокупности;

в) количественно-качественная обобщающая характеристика какого-то свойства группы единиц или совокупности в целом.

9 Варьирующий признак может быть представлен:

а) числом;

б) числом, словом;

в) числом, словом, выбором да, нет

10 Количественный признак может быть представлен:

а) числом;

б) числом, словом;

в) числом, словом, выбором да, нет

11 Альтернативный признак может быть представлен:

а) числом;

б) числом, словом;

в) выбором да, нет.

12 Факторный признак – это:

а) независимый признак;

б) зависимый признак;

в) альтернативный признак.

13 Результативный признак – это:

а) независимый признак;

б) зависимый признак;

в) альтернативный признак.

14 Система статистических показателей – это:

а) закономерности, выявленные для той или иной совокупности;

б) совокупность взаимосвязанных показателей, объективно отражающая существующие между явлениями взаимосвязи;

в) количественная закономерность изменения в пространстве и во времени массовых явлений и процессов общественной жизни, состоящих из множества элементов.

15 Статистическая закономерность – это:

а) закономерности, выявленные для той или иной совокупности;

б) совокупность взаимосвязанных показателей, объективно отражающая существующие между явлениями взаимосвязи;

в) количественная закономерность изменения в пространстве и во времени массовых явлений и процессов общественной жизни, состоящих из множества элементов.

2 СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Понятие о статистическом наблюдении. Для проведения статистического исследования необходимо обладать статистической информацией. *Статистическая информация* (статистические данные) – первичный статистический материал о социально-экономических явлениях, формирующийся в процессе статистического наблюдения, который затем подвергается систематизации, сводке, анализу и обобщению.

Статистическое наблюдение – это научно организованный сбор количественных данных о явлениях и процессах, происходящих в различных областях деятельности, с помощью учета первичных данных о каждом отдельном случае или факте, относящемся к изучаемому явлению.

При проведении статистического наблюдения необходимо придерживаться следующих положений:

- статистическое наблюдение должно проводиться по тщательно разработанной программе;
- наблюдению должны подвергаться, прежде всего, те явления и процессы, благодаря которым осуществляется успешная коммерческая деятельность и решаются социальные проблемы;
- наблюдение должно проводиться по программе, соответствующей целям и задачам наблюдения, со строгим ограничением объекта и единицы наблюдения;
- наблюдение должно проводиться на научной основе и методами, обеспечивающими доступность, полноту и объективность получаемых сведений;

- система (форма), виды и способ наблюдения должны выбираться в соответствии с экономической сущностью изучаемого явления или процесса и отвечать конечной цели исследования;

- наблюдение должно обеспечивать сопоставимость регистрируемых данных с прогнозируемыми показателями и сопоставимость данных с предшествующими исследованиями.

На рисунке 1 показаны формы, виды и способы статистического наблюдения.

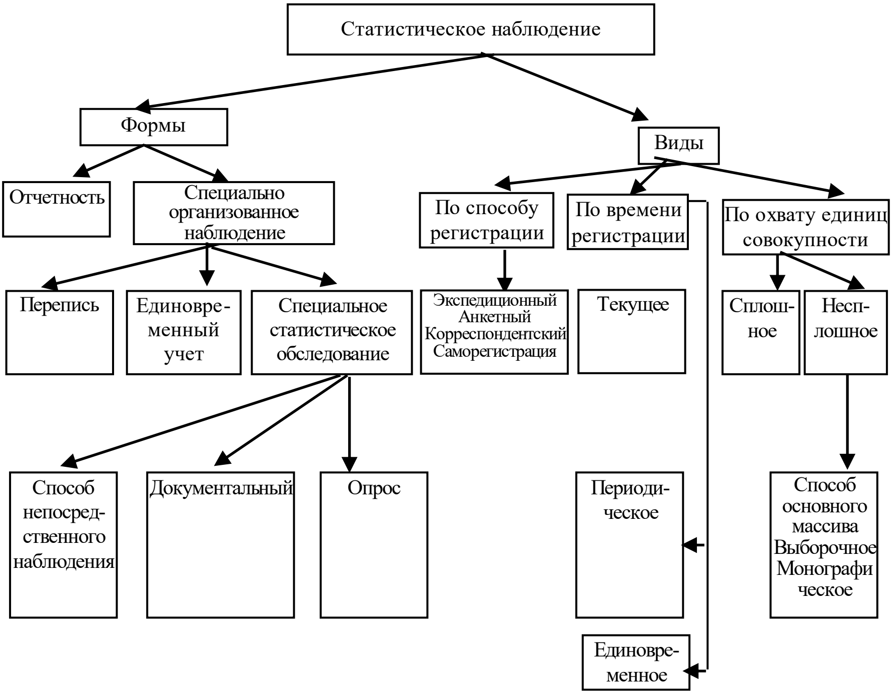

Рисунок 1 – Формы, виды и способы статистического наблюдения

Статистическое наблюдение – первый этап любой статистической работы, в результате проведения которого получают достоверные, сопоставимые друг с другом исходные цифровые данные, позволяющие обеспечить научно обоснованные выводы о характере и закономерностях развития изучаемого явления.

Следующим этапом статистической работы является сводка, группировка собранных данных в пределах каждой группы и по совокупности в целом. Обработка статистического материала производится путем построения рядов цифр, таблиц, графиков. Затем переходят к вычислению обобщающих показателей, которыми заполняют таблицы: относительных величин, средних величин, индексов, показателей вариации и т. д.

2.1 Формы статистического наблюдения

Статистическое наблюдение осуществляется в двух формах: путём предоставления отчётности и проведения специально организованных статистических наблюдений.

Отчётностью называют такую организованную форму статистического наблюдения, при которой сведения поступают в виде обязательных отчётов в определённые сроки и по утверждённым формам. Отчетность дает возможность получать исчерпывающие данные о деятельности предприятий, организаций, учреждений.

Отчетность подразделяется на срочную, текущую и годовую.

Срочная отчетность действует в тех случаях, когда необходимо получить информацию по важнейшим показателям хозяйственной деятельности. В случае коммерческого торгового предприятия это: объем реализации, товарные запасы, издержки обращения и т. д. Срочная отчетность характеризуется короткой периодичностью ее предоставления: пятидневная, декадная, пятнадцатидневная.

Текущая отчетность более подробная, т. е. имеет более развернутый круг показателей. Она предоставляется за месяц, квартал. Месячная отчетность дополняет квартальную и позволяет анализировать основные показатели хозяйственной деятельности не только в целом за квартал, но и по отдельным месяцам.

Годовая отчетность дает полную, подробную, законченную характеристику состояния деятельности предприятий, фирм, компаний различных сфер деятельности и форм собственности, организаций и учреждений. Годовая отчетность уточняет данные месячной и квартальной отчетности, а круг ее показателей позволяет дать углубленный (детализированный) анализ работы различных коммерческих и некоммерческих предприятий, учреждений, организаций.

Второй формой статистического наблюдения является специально организованные статистические наблюдения.

Специально организованные статистические наблюдения проводятся в тех случаях, когда необходимо получить сведения по показателям, не предусмотренным статистической отчетностью. Например, подробная характеристика структуры потребления по отдельным категориям населения. Посредством специально организованного наблюдения получают дополнительную информацию для уточнения данных статистической отчетности. К числу специально организованных статистических обследований относятся разного рода переписи и учеты.

Виды статистического наблюдения. Статистическое наблюдение подразделяется по *времени* регистрации данных и по *степени охвата* единиц наблюдения.

По времени регистрации фактов различают непрерывное, или текущее, наблюдение, периодическое (регистрация по мере надобности) и единовременное.

Текущее наблюдение ведется систематически (непрерывно), по мере возникновения явлений. Например, регистрация рождаемости и смертности осуществляется загсами, учет выпуска продукции, явки и неявки на работу осуществляется предприятиями, компаниями, фирмами и т. д.

Единовременное наблюдение проводится один раз для решения какой-либо задачи или повторяется эпизодически через неопределенный промежуток времени, по мере надобности. Примером может быть перепись жилого фонда.

По степени охвата единиц совокупности различают сплошное и несплошное наблюдения. *При сплошном наблюдении* регистрируются все без исключения единицы совокупности. Оно применяется при переписи населения, отчетности, охватывающей все государственные и негосударственные предприятия, фирмы, компании, учреждения, организации и т. д. В статистике сплошное наблюдение является одним из основных источников получения необходимых данных.

Одновременно в современной статистике, в условиях рыночной экономики, используется в широких масштабах *несплошное наблюдение*. Несплошным называется такое наблюдение, при котором обследованию подвергаются не все единицы изучаемой совокупности, а только их часть, на основе которой можно получить обобщающую характеристику всей совокупности. Несплошное наблюдение имеет ряд преимуществ перед сплошным: за счёт уменьшения числа обследуемых единиц совокупности оно требует значительно меньше материальных и трудовых затрат, может быть проведено в более короткие сроки, позволяет применять более совершенные способы учета фактов, что повышает оперативное значение статистических материалов. Несплошное наблюдение подразделяется на способ основного массива, монографическое и выборочное.

Способ основного массива состоит в том, что обследованию подвергается та часть единиц совокупности, у которой величина изучаемого признака является преобладающей во всём объёме. Часть совокупности, о которой заведомо известно, что она не играет большой роли в характеристике совокупности, исключается из наблюдения.

Монографическое наблюдение. Оно заключается в подробном описании и исследовании небольшого числа отдельных, характерных в каком-либо отношении единиц совокупности для их углублённого изучения. Монографическое наблюдение широко используется научными учреждениями для глубокого и всестороннего изучения существенных особенностей объектов. Так, особый интерес представляет монографическое исследование какой-либо эффективно работающей фирмы с целью изучения способов и методов ее коммерческой деятельности.

При выборочном наблюдении обследованию подвергается отобранная в определенном порядке часть единиц совокупности, а полученные результаты распространяются на всю совокупность. Таким образом, в основе выборочного наблюдения лежит случайный отбор некоторой части единиц изучаемой совокупности и распространение полученных в результате наблюдения сводных характеристик (средних и относительных величин) на всю совокупность.

В любом статистическом исследовании для получения первичных данных могут быть использованы непосредственные наблюдения, документальный учёт, опрос.

Непосредственным является такое наблюдение, при котором сами регистраторы путём замера, взвешивания или подсчёта устанавливают факт, подлежащий регистрации, и на этом основании производят записи в формуляре наблюдения. Так, при учёте остатков товаров в торговле за основу берётся их инвентаризация, При переписи оборудования сведения заносятся в формуляр на основе личного осмотра машин.

При *документальном* учёте фактов источником сведений служат соответствующие документы. Этот способ наблюдения используется при составлении предприятиями и учреждениями отчётности на основе документов первичного учёта и обеспечивает большую точность сведений.

Опрос – это наблюдение, при котором ответы на изучаемые вопросы записываются со слов опрашиваемого, например, перепись населения. Опрос может быть по-разному организован. В статистике применяются следующие основные способы опроса: экспедиционный (устный) опрос, анкетный, саморегистрации и корреспондентский способ.

Экспедиционный способ заключается в том, что специально выделенное лицо – регистратор – опрашивает обследуемое лицо и с его слов заполняет бланк обследования. При этом он одновременно контролирует правильность получаемых сведений. Этот способ обеспечивает достаточно точные результаты, но он весьма дорогостоящий. По этой причине его применяют при наиболее важных статистических обследованиях населения (например, переписи населения).

Анкетный способ состоит в том, что разработанная анкета рассылается определенному кругу лиц и после заполнения возвращается статистическим органам. Таким образом, данный способ основан на принципе добровольного заполнения специальных опросных бланков (анкет), рассылаемых лицам, от которых желательно получить сведения, с просьбой их заполнить и прислать обратно.

При способе *саморегистрации* соответствующие документы заполняют сами опрашиваемые. Обязанность счётчиков (регистраторов) состоит в раздаче бланков наблюдения опрашиваемым, инструктаже их и затем в сборе заполненных формуляров, которые при этом проверяются.

Корреспондентский способ заключается в том, что статистические и другие органы рассылают специально разработанные бланки и инструкции к их заполнению отдельным организациям или специально подобранным лицам, давшим согласие периодически заполнять их и присылать статистическому или другому органу в установленные сроки.

2.2 Программно-методологическое обеспечение статистического наблюдения.

К программно-методологическим вопросам статистического наблюдения относятся:

- установление цели и задач наблюдения;
- определение объекта и единицы наблюдения;
- разработка программы наблюдения;
- выбор вида и способа наблюдения.

Цель статистического наблюдения определяется исходя из общих задач, поставленных перед статистическим изучением явлений. *Задача* наблюдения непосредственно вытекает из задач статистического исследования и предопределяет его программу и формы организации. В зависимости от цели выбирается объект статистического наблюдения.

Объект статистического наблюдения – это определенное явление, которое подлежит наблюдению. Следует определить, что входит в состав объекта, а что не входит. Установить объект наблюдения – это значит точно определить состав и границы совокупности. Например, объектом переписи населения является совокупность всех живущих в данной стране лиц, объектом наблюдения при изучении промышленности по производству безалкогольных напитков – совокупность фирм, компаний, предприятий и т д., производящих безалкогольные напитки.

Определение объектов наблюдения представляет собой сложную и ответственную задачу, потому что различные явления тесно связаны между собой и взаимно переплетаются. Недостаточно указать объект исследования, нужно дать ему четкое научное определение, которое позволило бы отграничить данный объект от смежных с ним. Определение объекта наблюдения должно содержать точные указания на его главные признаки и свойства. Например мало сказать, что объектом наблюдения являются сельскохозяйственные предприятия и хозяйства, необходимо четко определить, к каким формам собственности они относятся .

Следовательно, совокупность вопросов, которые необходимо выяснить в объекте наблюдения, должна быть точно определена, чтобы результаты наблюдения отвечали поставленной цели.

Единица наблюдения – единица, о которой записываются данные, составляющие программы статистического изучения. В каждом конкретном статистическом исследовании объектов наблюдения, а также в зависимости от тех задач, которые нужно разрешить в процессе наблюдения, определяется, сколько единиц наблюдения должно быть обследовано. При переписи населения, например, единицей наблюдения является человек; если же изучению подлежат также и семьи, то устанавливаются две единицы наблюдения: отдельный человек и семья. Правильное определение единицы наблюдения имеет существенное значение не только для проведения самого наблюдения, но и для последующих стадий статистического исследования.

От единицы наблюдения следует отличать *единицу совокупности*, т. е. первичный элемент объекта статистического наблюдения, признаки которого подлежат регистрации и который является основой ведущегося счета. Например, при учете племенного скота единицей наблюдения является каждое сельскохозяйственное предприятие (фермерское хозяйство, коллективное хозяйство и т. д.), а единицей совокупности – каждое животное; при переписи оборудования единицей наблюдения является каждое предприятие, а единицей совокупности – станок и т. д. Таким образом, единица наблюдения является источником сведений, которые получают в результате наблюдения, а единицы совокупности – носителем признаков, подлежащих наблюдению.

Следует отметить, что единица совокупности и единица наблюдения могут совпадать. Так, например, при переписи населения единицей совокупности и единицей наблюдения является каждый житель страны, но при изучении спроса населения на различные продукты единицей совокупности будет каждый зарегистрированный случай спроса, как удовлетворенного, так и неудовлетворенного, а единицей наблюдения будет торговая фирма (предприятие, компания и т. д.), в которой это наблюдение производится. Четкое определение единицы совокупности и единицы наблюдения является важным элементом научной организации статистического наблюдения.

Исходя из содержания объекта, цели и задач статистического наблюдения разрабатывается программа наблюдения.

Программа наблюдения – перечень вопросов (показателей), по которым регистрируются единицы наблюдения и на которые должны быть получены правильные, исчерпывающие ответы.

Вопросы программы статистического наблюдения и ответы на них находят отражение в статистическом формуляре. *Формуляр* статистического наблюдения – это специальный документ, в котором регистрируются ответы на вопросы программы наблюдения. Он представляет собой разграфленный лист бумаги, в котором содержится перечень вопросов программы, свободные места для записи ответов (с указанием шифров и кодов) на них. Формуляр наблюдения состоит из двух частей: титульной и адресной. Титульная часть формуляра наблюдения включает: наименование статистического наблюдения и органа, его проводящего, а также дату и наименование органа, утвердившего данный формуляр. Адресная часть формуляра содержит запись точного адреса единицы или совокупности единиц наблюдения, их соподчиненность, иногда – сроки и место рассылки заполненных формуляров.

В статистике различают две системы статистического формуляра: индивидуальную (формуляр-карточка) и списочную (формуляр-список). *Индивидуальный формуляр* – это формуляр, предназначенный для регистрации в нем ответов на вопросы программы наблюдения только об одной единице наблюдения. *Списочный формуляр* – это формуляр, предназначенный для регистрации в нем ответов на вопросы программы наблюдения о нескольких единицах наблюдения.

К статистическим формулярам составляется *инструкция*, в которой подробно разъясняется, как следует заполнять статистический формуляр.

Для успешного проведения статистического наблюдения разрабатывается *организационный* план. В нём указываются: органы наблюдения, время наблюдения, сроки наблюдения, необходимые подготовительные работы, порядок проведения наблюдения, приёма и сдачи материалов, получения и предоставления предварительных и окончательных итогов.

Для правильной характеристики изучаемого объекта важное значение имеет установление времени наблюдения. В статистике различают объективное и субъективное время наблюдения. *Объективным временем* называется время, к которому относится данное наблюдение. *Субъективное время наблюдения* – это время производства наблюдения, т. е. период, в течение которого производится регистрация единиц совокупности.

Срок (период) наблюдения – это время, в течение которого производится заполнение статистических формуляров, т. е. осуществляется регистрация единиц наблюдения по установленной программе. Срок наблюдения определяется рядом факторов. В первую очередь он зависит от специфики и особенностей объекта наблюдения. Чем крупнее объект наблюдения, тем, при прочих равных условиях, требуется больше времени для проведения статистического наблюдения над ним. Срок диктуется также программой наблюдения, ее объемом и сложностью признаков, подлежащих регистрации. Срок наблюдения, как правило, предполагает указание даты начала и завершения статистического наблюдения.

Критический момент статистического наблюдения – это момент времени (конкретный год, день и час), по состоянию на который производится регистрация собираемых сведений в процессе статистического наблюдения.

Ошибки статистического наблюдения. Всякое статистическое наблюдение ставит задачу получения таких данных, которые точнее бы отражали действительность. Точность и достоверность собираемой статистической информации – важнейшая задача статистического наблюдения.

Расхождение между установленными статистическим наблюдением и действительными значениями изучаемых величин называется *ошибками наблюдения.*

В статистике различают ошибки регистрации и ошибки репрезентативности.

Ошибки регистрации могут возникнуть как вследствие неправильного установления факта, так и вследствие неправильной записи. В результате проверки статистических данных могут быть обнаружены ошибки случайные и систематические.

Случайные ошибки регистрации – это ошибки, которые возникают вследствие различных случайных причин. *Систематические ошибки регистрации* – это неточности, возникающие в силу определенных и постоянно действующих на протяжении всего статистического наблюдения в одном направлении факторов.

Систематические ошибки могут быть преднамеренные и непреднамеренные.

Преднамеренные систематические ошибки регистрации – это ошибки, являющиеся результатом того, что опрашиваемый умышленно сообщает регистратору неправильные данные. К преднамеренному искажению данных относятся занижения величины прибыли в формах отчетности некоторых коммерческих структур.

Непреднамеренные систематические ошибки регистрации – это ошибки, которые носят нечаянный характер, допускаются неумышленно. Такие ошибки могут быть результатом недостаточной квалификации работников, их небрежности в работе. Сюда относятся пропуски в записях, использование неисправных измерительных приборов и т. д.

Непреднамеренные ошибки чаще всего возникают в результате небрежности или недостаточной квалификации счетного аппарата, плохой постановки первичного учета.

Ошибки регистрации – это расхождение между зафиксированным при наблюдении статистическом значении признака и действительным его значением в результате неправильной, ошибочной регистрации ответа на вопрос статистического формуляра. Этот вид ошибок может быть и при сплошном и при несплошном наблюдении.

При несплошном наблюдении зачастую возникают ошибки репрезентативности. *Ошибки репрезентативности* – это расхождение между значениями изучаемого признака или показателя в отобранной и обследованной части совокупности (выборочной) и его значениями во всей исходной (генеральной) совокупности. Причина возникновения данного рода ошибок заключается в том, что отобранная и обследованная часть изучаемой совокупности недостаточно точно отражает состав всей совокупности в целом.. Ошибки репрезентативности могут быть случайными и систематическими. Случайные ошибки репрезентативности – это ошибки, возникающие в силу несплошного характера статистического наблюдения, когда совокупность отобранных на основе принципа беспристрастного, непреднамеренного, случайного отбора единиц наблюдения недостаточно полно и точно воспроизводит совокупность в целом. Систематические ошибки репрезентативности – это ошибки, возникающие нарушения принципов беспристрастного, непреднамеренного отбора единиц изучаемой (генеральной) совокупности, которые должны быть подвергнуты наблюдению.

Для выявления и устранения допущенных при регистрации ошибок может применяться счётный и логический контроль собранного материала.

Счётный контроль заключается в проверке точности арифметических расчётов, применявшихся при составлении отчётности или заполнении формуляров обследования (проверка итоговых данных по графам или строкам, нарастающих итогов, вычисленных относительных, средних и других величин). Например, следует проверить, правильно ли вычислена сумма товарооборота за квартал по данным месячной отчетности, годового товарооборота по данным квартальной отчетности и т. п.

В результате статистического наблюдения данные могут быть представлены исчерпывающе, арифметические действия произведены правильно, однако логически факты противоречат друг другу. В этих случаях применяется логический контроль. *Логический контроль* заключается во взаимном сопоставлении ответов на вопросы программы наблюдения путём их логического осмысления или путём сравнения полученных данных с другими источниками по тому же вопросу.

Т е с т ы

1 Первой стадией статистического исследования является:

а) анализ;
б) статистическое наблюдение;
в) сводка.

2 Статистическое наблюдение с точки зрения полноты охвата учетом единиц совокупности может быть:

а) сплошным и несплошньм;

б) текущим, периодическим, единовременным.

3 Статистическое наблюдение – это:

а) согласование материалов отдельных видов учета на предприятии;

б) первая стадия статистического исследования, представляющая планомерную, научно-организованную работу по сбору массовых первичных данных о явлениях и процессах общественной жизни;

в) заполнение первичных документов и обработка их своими методами**.**

4 Статистическое наблюдение с точки зрения учета фактов во времени может быть:

а) текущим, периодическим, единовременным;

б) сплошным и несплошным.

5 В статистическом наблюдении различают этапы:

а) статистическое наблюдение, сводка, анализ;

б) подготовка наблюдения, непосредственный сбор материалов, контроль;

с) сбор данных, разработка результатов.

6 Выборочным называется наблюдение:

а) такое, при котором характеристика всей совокупности фактов дается по некоторой их части, отобранной в случайном порядке;

б) отбирают наиболее крупные единицы наблюдения, в которых сосредоточена значительная часть подлежащих изучению фактов.

7 Подготовка наблюдения – это:

а) выбор помещения, уборка, организация работников;

б) разработка программы наблюдения, разработка организационного плана;

в) научная организация работы, контроль за результатами**.**

8 Объект статистического наблюдения – это:

а) единица наблюдения;

б) статистическая совокупность единиц изучаемого явления;

в) единица статистической совокупности;

г) совокупность признаков изучаемого явления.

9 Ошибки статистического наблюдения бывают:

а) только случайные;

б) случайные и систематические;

в) только ошибки репрезентативности;

г) ошибки регистрации и ошибки репрезентативности.

10 Программа наблюдения составляется:

а) чтобы обозначить начало и окончание работы;

б) сформулировать цели и задачи всей работы, определить

статистические показатели;
в) описать последовательность работ.

11 Программа статистического наблюдения включает:
а) время наблюдения;
б) критический момент;
в) способ и метод наблюдения;
г) систему признаков, подлежащих статистическому наблюдению.

12 Срок статистического наблюдения – это время, в течение которого:
а) заполняются статистические формуляры;
б) обучается кадровый состав для проведения наблюдения;
в) обрабатывается полученный в ходе наблюдения материал;
г) время начала и окончания сбора сведений.

13 Статистическая отчетность – это:
а) вид статистического наблюдения;
б) бланк;
в) форма статистического наблюдения;
г) форма управления предприятием.

14 По охвату единиц совокупности статистическое наблюдение бывает:
а) сплошное и несплошное;
б) в виде отчетности;
в) документальное;
г) монографическое.

15 Опрос предполагает использование в качестве источника информации:
а) различные документы;
б) слова респондентов;
в) штат добровольных корреспондентов;
г) анкеты.

16 При методе основного массива обследованию подвергаются:
а) все единицы совокупности;
б) самые существенные, наиболее крупные единицы совокупности, имеющие по основному признаку наибольший удельный вес в совокупности;
в) самые существенные, наиболее мелкие единицы совокупности, имеющие по основному признаку наименьший удельный вес в совокупности;
г) отдельные единицы совокупности, представители новых типов явлений.

17 Монографическое обследование предполагает, что обследованию подвергаются:
а) все без исключения единицы совокупности;

б) самые существенные, наиболее крупные единицы совокупности, имеющие по основному признаку наибольший удельный вес в совокупности;
в) отдельные единицы совокупности, представители новых типов явлений.

18 Ошибки регистрации возникают:
а) только при сплошном наблюдении;
б) только при несплошном наблюдении;
в) как при сплошном, так и при несплошном наблюдении.

19 Ошибки репрезентативности возникают:
а) только при сплошном наблюдении;
б) только при несплошном наблюдении;
в) как при сплошном, так и при несплошном наблюдении.

20 Перепись населения – это:
а) единовременное, специально организованное, сплошное наблюдение;
б) периодическое, специально организованное, сплошное наблюдение;
в) периодическое, регистровое, сплошное наблюдение;
г) периодическое, специально организованное, несплошное наблюдение.

21 Инвентаризация основных средств на предприятии – это:
а) текущее наблюдение;
б) периодическое наблюдение;
в) единовременное обследование.

22 Расхождение между расчетными и действительными значениями изучаемых величин называется:
а) ошибкой наблюдения;
б) ошибкой регистрации;
в) ошибкой репрезентативности.

3 СВОДКА И ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

3.1 Сводка статистических данных

Собранный в процессе статистического наблюдения материал (статистическая информация) представляет собой разрозненные первичные цифровые сведения об отдельных единицах изучаемого явления (объекта). В таком виде материал еще не характеризует явления в целом, так как он слишком разрознен и неклассифицирован. Из него не видно ни состава, ни численности, ни существа связей одного явления с другими. Указанные признаки могут быть получены лишь в процессе обработки материалов наблюдения. Это и является задачей *второго этапа* статистической работы – *сводки и группировки результатов статистического наблюдения.*

Статистическая сводка – это научно организованная обработка материалов наблюдения, включающая в себя систематизацию, группировку данных, составление таблиц, подсчёт групповых и общих итогов, расчёт производных показателей (средних, относительных величин). Она позволяет перейти к обобщающим показателям совокупности в целом и отдельных её частей, осуществить анализ и прогнозирование изучаемых процессов.

Если производится подсчёт только общих итогов по изучаемой совокупности единиц наблюдения, то сводка называется *простой*.

По технике или способу выполнения сводка может быть *ручной* либо *механизированной.*

Статистическая сводка должна проводиться по программе и плану.

Программа статистической сводки предусматривает следующие этапы:

- выбор группировочных признаков;
- определение порядка формирования групп;
- разработка системы статистических показателей для характеристики групп и объекта в целом;
- разработка макетов статистических таблиц для представления результатов сводки.

План статистической сводки содержит указания о последовательности и сроках выполнения отдельных частей сводки, её исполнителях и порядке изложения и представления результатов.

В сводке статистического материала отдельные единицы статистической совокупности объединяются в группы при помощи метода группировок.

Группировка является методом исследования сущности явлений путем расчленения совокупности на группы по определенным признакам. В чем же заключается различие между сводкой и группировкой статистического материала? Например, если подсчитывают итоговые данные объема розничного товарооборота по системе райпотребсоюза – это сводка статистических данных. Однако итоговые показатели объема розничного товарооборота недостаточно характеризуют состояние торговли в розничной торговой сети, обслуживающей население. Поэтому для более глубокого анализа торгового обслуживания населения проводят группировку торговых предприятий и показывают их распределение по размеру розничного товарооборота и выявляют соотношение мелких, средних и крупных торговых предприятий розничной сети райпотребсоюза.

Выявление связей между явлениями и их признаками – основная задача группировки статистического материала. *Статистическая группировка* – это расчленение изучаемой совокупности на группы и подгруппы по определенным характерным достаточным признакам для глубокого и всестороннего изучения явлений. Например, группировка предприятий по формам собственности.

Особым видом группировок является *классификация*, представляющая собой устойчивую номенклатуру классов и групп, образованных на основе сходства и различия единиц изучаемого объекта.

Метод статистических группировок позволяет разрабатывать первичный статистический материал. На основе группировки рассчитываются сводные показатели по группам, появляется возможность их сравнения, анализа причин различий между группами, изучения взаимосвязей между признаками. Расчёт сводных показателей в целом по совокупности позволяет изучить её структуру.

3.2 Задачи и виды группировок

Метод группировок применяется для решения задач, возникающих в ходе научного статистического исследования:

- выявления социально-экономических типов явлений;
- изучения структуры явления и структурных сдвигов, происходящих в нём;
- выявления связей и зависимостей между отдельными признаками явлений.

Для решения этих задач применяются, соответственно, три вида группировок: типологические, структурные и аналитические (факторные).

Типологическая группировка – это расчленение разнородной совокупности на отдельные качественно однородные группы, социально-экономические классы и типы в соответствии с правилами научной группировки и выявление на этой основе экономических типов явлений. При построении типологической группировки в качестве группировочных признаков могут выступать как количественные, так и атрибутивные (качественные) признаки.

Структурной называется группировка, в которой происходит разделение выделенных с помощью типологической группировки типов явлений, однородных совокупностей на группы, характеризующие их структуру по какому-либо варьирующему признаку. К структурным относится группировка населения по размеру среднедушевого дохода, группировка хозяйств по объёму продукции. Анализ структурных группировок, взятых за ряд периодов или моментов времени, показывает изменение структуры изучаемых явлений или *структурные сдвиги*. В изменении структуры общественных явлений отражаются важнейшие закономерности их развития.

Одной из задач группировок является исследование связей и зависимостей между изучаемыми явлениями и их признаками. *Аналитическая группировка* – это группировка, выявляющая взаимосвязи и взаимозависимости между изучаемыми социально-экономическими явлениями и признаками, их характеризующими.

В основе аналитической группировки лежит факторный признак, каждая выделенная группа характеризуется средними значениями результативного признака. Так, группируя достаточно большое число рабочих по факторному признаку x – квалификации (разряду) с указанием их заработной платы, можно заметить прямую зависимость результативного признака y – средней месячной заработной платы рабочих от квалификации: чем выше квалификация, тем выше и средняя месячная заработная плата.

Используя в аналитических группировках методы математической статистики, можно определить показатель тесноты связи между изучаемыми признаками.

Группировочный признак. Каждая единица совокупности обладает рядом признаков, которые изучаются посредством проведения группировок.

Выбор группировочного признака зависит от характера изучаемых явлений и целей группировки. Признаки, по которым производится распределение единиц изучаемой совокупности на группы, называются *группировочными признаками* или *основанием группировки*. Важнейший вопрос группировки – оптимальный выбор группировочного признака. Признак должен быть существенным, а не второстепенным или малозначительным.

При выборе группировочных признаков необходимо помнить, что одни и те же признаки могут иметь различные значения в зависимости от конкретных условий, места и времени. Поэтому с изменением в развитии изучаемого явления видоизменяются приемы группировки, берутся другие группировочные признаки.

Группировочные признаки условно различаются на качественные и количественные. Группировочный признак называют количественным, если он выражается числом. Примером группировок по количественным признакам может служить группировка работников по стажу работы, по возрасту, группировка предприятий массового (общественного) питания по товарообороту, по числу мест, а торговых предприятий – по размеру площади торгового зала, численности торговых работников и т. п.

Группировочный признак может иметь качественное выражение: группировка работников по полу, образованию; группировка розничного товарооборота по территориальному признаку, торговой сети по характеру товарного ассортимента и т.д. Все это группировки по качественным признакам.

Группировки по одному признаку называются *простыми*. Если для формирования групп берут два и более признаков, т. е. группы, образованные по одному признаку, подразделяются на подгруппы по другому, а полученные в результате этого подгруппы подразделяются (каждая в отдельности) еще на подгруппы и т. д., то такие группировки называются *комбинационными.* Такова, например, группировка численности аспирантов (таблица 1).

Из этой таблицы видно распределение аспирантов не только по формам обучения (с отрывом и без отрыва от производства), но и по месту подготовки. Данные позволяют сделать вывод о том, что большая часть аспирантов обучается с отрывом от производства в высших учебных заведениях.

Таблица 1 – **Численность аспирантов**

В тыс. человек

Показатели	Годы		
	2005	2006	2007
А	1	2	3
Всего аспирантов (на конец года)	66,6	63,1	62,3
Из них обучавшихся:			
с отрывом от производства	28,9	34,2	40,3
без отрыва от производства	37,7	28,9	22,3
В научных учреждениях	26,4	24,0	11,5
Из них обучавшихся:			
с отрывом от производства	7,5	9,5	6,2
без отрыва от производства	18,9	14,5	5,3
В высших учебных заведениях	40,2	39,1	50,8
Из них обучавшихся:			
с отрывом от производства	21,4	24,7	34,1
без отрыва от производства	18,8	14,4	26,7

По сравнению с простыми комбинационные группировки обладают дополнительными аналитическими свойствами. Они помогают выявить такие различия между исследуемыми признаками, которые нельзя обнаружить при простой группировке. Комбинационные группировки имеют особенно важное значение при изучении сложных явлений и процессов, представляющих собой взаимодействие ряда элементов.

Отбор группировочных признаков проходит следующие стадии: вначале определяется цель, познавательная задача предполагаемой группировки, затем определяется специфическое содержание признаков, которые должны быть положены в основание группировки, устанавливаются число групп и количественные границы признаков. Все эти вопросы решают, исходя из существа изучаемого явления. Определение числа групп и количественных границ признаков зависит от цели группировки и от того, с какими признаками приходится иметь дело. Совокупности, изучаемые статистикой, характеризуются многими свойствами и выражаются различными признаками. Различают четыре вида группировочных признаков: атрибутивные; количественные; признаки пространства; признаки времени.

Атрибутивным называется признак, который характеризует свойство, качество данного явления и не имеет количественного выражения.

При группировке по атрибутивным (качественным) признакам статистическая совокупность распределяется на столько групп, сколько разновидностей имеет признак (по полу – на две группы, по национальному составу – на столько групп, сколько имеется национальностей, и т. д.).

Если атрибутивный признак имеет большое количество разновидностей (профессии; наименование выпускаемой продукции, оборудования, товаров и т. д.), то для обоснованного объединения их в группы разрабатываются номенклатуры и классификации. *Номенклатура* – это твердо установленный полный подробный перечень отдельных видов изучаемой совокупности.

Количественным называется признак, характеризующий размеры, величину совокупности и дающий возможность расчленить ее на группы по величине индивидуальных значений группировочного признака.

Признак пространства – это адресный признак (адрес предприятий, фирмы и т. д.). При изучении изменений явлений их группируют по признаку времени. *Признак времени* позволяет установить хронологию событий (даты, годы и т. д.)

Признаки также бывают первичные и вторичные. *Первичные* признаки характеризуют абсолютные размеры изучаемых явлений (численность сотрудников компании, издержки производства, издержки обращения, стоимость основных фондов и т. д.), *вторичные* являются производными от первичных и показывают структуру группируемых явлений (фондовооруженность, производительность труда, себестоимость единицы продукции).

Группировки по количественному признаку. При группировке изучаемых явлений по одному признаку, а тем более при комбинации двух-трех признаков можно получить значительное число групп.

Для решения вопроса о числе групп необходимо сначала выяснить положение и роль отдельных групп, тенденции их развития и затем выделить характерные, типичные группы, вытекающие из анализа изучаемого явления.

Если признак изменяется в широких пределах и имеет много различных значений, возникает вопрос об определении интервала группировки. *Интервал* – это разность между наибольшим и наименьшим значениями признака, т. е. промежуток колеблемости числового значения признака для каждой группы в пределах «от – до». Интервалы могут быть равными и неравными. Расчет равной величины интервала производится по формуле

$$i = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{\text{Число групп}},$$

где $X_{\max}$, $X_{\min}$ – наибольшее и наименьшее значения признака.

Пример. Применив равные интервалы, провести группировку продавцов фирмы «Татьяна» по величине начисленной им за месяц заработной платы на основании следующих данных: выплачено по 70 у. е. – 3 продавцам; по 80 – 4; по 90 – 3; по 100 – 6; по 110 – 5; по 120 – 4; по 130 – 1; 150 – 8, установив четыре группы с равными интервалами. Находим разность между наибольшим и наименьшим значениями признака: 150–70 = 80 у. е.; определяем величину интервала: 80 /(число групп), т. е. (80/4) = 20 у. е. В результате получаем следующие группы (таблица 2).

Таблица 2 – **Группировка продавцов фирмы «Татьяна» по размеру месячной заработной платы**

Группы продавцов по размеру месячной заработной платы, у. е.	Численность продавцов, чел.
До 90	7
От 90 до 110	9
от 110 до 130	10
Свыше 130	8
Итого	34

Первый и последний интервалы называются открытыми, группа продавцов с окладом до 90 у. е. служит верхней границей для первого интервала, группа с окладом 130 у. е. – нижней границей последнего интервала; весь второй интервал (от 90 до 110 у. е.) будет закрытым. Таким образом, **открытые** интервалы имеют одну какую-нибудь обозначенную границу, верхнюю или нижнюю, или неопределенные границы, **закрытые** – и верхнюю, и нижнюю.

Виды рядов распределения. *Ряд распределения* – это упорядочение по определенному варьирующему признаку однородные группы единиц совокупности. В зависимости от признака, положенного в основание построения ряда распределения, различают атрибутивные и вариационные ряды распределения.

Атрибутивный ряд распределения – это ряд распределения, построенный по качественным признакам, не имеющим числового выражения и характеризующим свойство, качество изучаемого социально-экономического явления.

Вариационный ряд распределения строится по количественному признаку.

В зависимости от характера вариации признака различают дискретные и интервальные вариационные ряды распределения.

Дискретный вариационный ряд распределения – это ряд, в котором группы составлены по признаку, изменяющемуся дискретно и принимающему только целые значения.

Интервальный вариационный ряд распределения – это ряд, в котором группировочный признак, составляющий основание группировки может принимать в определенном интервале любые значения.

Вариационные ряды распределения состоят из двух элементов: *вариант* и *частот*. Числовые значения количественного признака в вариационном ряду распределения называются *вариантами*. *Частоты* – это численности отдельных вариант или каждой группы вариационного ряда, т. е. это числа, показывающие как часто встречаются те или иные варианты в ряду распределения. Сумма всех частот называется объёмом совокупности и определяет число элементов всей совокупности.

Частости – это частоты, выраженные в виде относительных величин (долях единиц или процентах). Сумма частостей равна единице или 100 %.

Анализ рядов распределения можно для наглядности проводить на основе их графического изображения. Для этой цели строят полигон, гистограмму, огиву и кумуляту распределения. *Полигон* используется при изображении дискретных вариационных рядов. *Гистограмма* применяется для изображения интервального вариационного ряда. При помощи *кумуляты* изображается ряд накопленных частот. Если при графическом изображении варириационного ряда в виде кумуляты оси поменять местами, то получим *огиву*.

Т е с т ы

1 Группировка – это:

а) упорядочение единиц совокупности по признаку;

б) расчленение единиц совокупности на группы по признаку;

в) обобщение единичных фактов.

2 Группировка, выявляющая взаимосвязи между явлениями и их признаками, называется:

а) типологической;

б) структурной;

в) аналитической.

3 Группировка, в которой разнородная совокупность разбивается на однородные группы, называется:

а) типологической

б) структурной;

в) аналитической.

4 Группировка, построенная по двум признакам, называется:

а) рядом распределения;

б) простой;
в) комбинационной.

5 Группировочным признаком при построении аналитической группировки выступает:
а) факторный;
б) результативный;
в) факторный и результативный.

6 Основанием группировки может быть:
а) качественный признак;
б) количественный признак;
в) как качественный, так и количественный признаки.

7 Ряд распределения, построенный по качественному признаку, называется:
а) атрибутивным;
б) дискретным;
в) вариационным.

8 Вариационный ряд распределения – это ряд, построенный:
а) по качественному признаку;
б) по количественному признаку;
в) как по качественному, так и по количественному признаку.

9 При непрерывной вариации признака целесообразно построить:
а) атрибутивный ряд распределения;
б) дискретный ряд распределения;
в) интервальный ряд распределения;

10 Для изображения дискретных рядов распределения используется:
а) полигон;
б) гистограмма;
в) кумулята;

11 Охарактеризуйте вид ряда распределения абитуриентов по результатам сдачи вступительных экзаменов:

Группа абитуриентов по результатам сдачи экзаменов	Число абитуриентов	Удельный вес, % к итогу
Не поступившие	50	25
Поступившие	150	75
Итого	200	100

а) дискретный вариационный;

б) интервальный вариационный;
в) атрибутивный.

12 Охарактеризуйте вид ряда распределения коммерческих банков по величине работающих активов:

Величина работающих активов банка, млн руб.	Число банков	Удельный вес, % к итогу
До 7,0	4	13,3
7,0–12,0	5	16,7
12,0–7,0	10	33,3
17,0–22,0	6	20,0
22,0 и более	5	16,7
Итого	30	100,0

а) дискретный вариационный
б) интервальный вариационный
в) атрибутивный

13 Распределение предприятий по тарифному разряду характеризуется следующими данными:

Тарифный разряд	Число рабочих	Удельный вес, % к итогу
2	5	10
3	6	12
4	5	10
5	12	24
6	22	44
Итого	50	100

Определите вид ряда распределения:
а) интервальный
б) дискретный вариационный
в) атрибутивный

14 Имеются следующие данные об успеваемости 30 студентов: 5, 4, 4, 5, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 2, 5, 4, 4, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 4, 5, 4, 4, 3, 4, 5, 5. Постройте дискретный ряд распределения студентов по оценкам, полученным в сессию.

15 По данным задачи 14 постройте ряд распределения студентов по уровню успеваемости, выделив в нем две группы студентов: не успевающие и успевающие.

4 СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ, ИХ ЭЛЕМЕНТЫ, ВИДЫ И ПРАВИЛА ПОСТРОЕНИЯ

4.1 Понятие о статистической таблице

Результаты статистического наблюдения сводки и группировки обычно представляются в форме таблиц. Таблица может быть наглядным, кратким и последовательным изложением полученных цифровых данных. С помощью таблицы статистический материал излагается наиболее рационально. Основанием любой таблицы является сетка, в которой вертикальные столбцы называются графами, а горизонтальные – строками. Внешне таблицы представляют собой сетку из вертикальных и горизонтальных линий, в которой записываются числовые данные. Графы (сказуемое) и строки (подлежащее) образуют макет таблицы.

Статистическое подлежащее таблицы – это то, о чем говорится и что характеризуется в таблице.

Статистическое сказуемое таблицы показывает, какими признаками характеризуется подлежащее.

По построению подлежащего различают следующие виды таблиц: *простые, групповые, комбинационные*. В простой таблице подлежащее не делится на группы. Простые таблицы бывают перечневые (содержится перечень единиц, составляющих объект изучения), динамические (приводятся периоды времени), территориальные (даётся перечень территорий, стран, областей, городов). Часто они строятся в различном сочетании (перечневые и динамические, территориальные и динамические). Пример такого сочетания приведен в таблице 3.

Таблица 3 – **Рождаемость, смертность и естественный прирост населения**

Год	На 1000 человек населения		
	число родившихся	число умерших	естественный прирост
2000	13,4	11,2	2,2
2001	12,1	11,4	0,7
2002	10,7	12,2	-1,5
2003	9,4	14,5	-5,1
2004	9,6	15,7	-6,1
2005	9,3	15,0	-5,7

Групповыми называются таблицы, в которых подлежащее разделено на группы по какому-либо одному признаку (таблица 4).

Таблица 4 – **Структура работников НГЧ**

Категории работников	Количество человек	% к общей численности

Рабочие	387	73,43
Служащие	80	15,18
Руководители	9	1,71
Специалисты	51	9,68
В с е г о	447	100,0

Комбинационными называются такие таблицы, в которых подлежащее делится на группы не по одному, а по нескольким признакам, причем каждая группа, образованная по одному признаку, делится на подгруппы по другому признаку. Например, можно произвести группировку магазинов по размеру товарооборота, а затем каждую группу распределить по площади торгового зала. Примером группировки по двум признакам является таблица 5.

Таблица 5 – **Группировка магазинов по размеру товарооборота и по площади торгового зала**

Группы магазинов по размеру квартального товарооборота, млн руб.	Площадь торгового зала, м^2	Количество розничных предприятий, ед.	Розничный товарооборот, млн руб.
До 10	До 30	1	1,2
	30–50	4	14,2
	50–100	2	9,3
	Св. 100	3	28,4
От 11 до 20	До 30	–	
	30–50	1	12,8
	50–100	6	90,1
	Св. 100	8	132,6
…	...	…	…

При построении таблиц следует соблюдать следующие *правила*:

- таблица должна иметь небольшие размеры, чтобы ее удобно было читать и анализировать;
- название таблицы, заголовки подлежащего и сказуемого должны быть точными, краткими и ясными;
- в таблице должны быть точно обозначены единицы измерения, а также территория и период, к которым относятся приводимые данные;

- приводимые в подлежащем и сказуемом признаки должны быть расположены в логическом порядке с учётом необходимости их совместного рассмотрения.

Обычный принцип размещения – от частного к общему, т. е. сначала показывают слагаемые, а в конце подводят итоги. Когда приводятся не все слагаемые, а лишь наиболее важные из них, применяется противоположный принцип: сначала показывают общие итоги, а затем выделяют наиболее важные части («в том числе», «из них»). Следует различать «Итого» и «Всего». «Итого» является итогом для определённой части совокупности, а «Всего» – итог для совокупности в целом.

- если число показателей подлежащего и сказуемого таблицы значительно, то строки и графы таблиц следует пронумеровать, причём графы подлежащего обозначать буквами («А», «Б»), а графы сказуемого – цифрами. Это значительно облегчает пользование таблицей, а в ряде случаев даёт возможность пояснить, какие действия надо произвести, чтобы получить те или иные показатели (например, графа 2 + графа 3);

- таблица может сопровождаться примечаниями, в которых указываются источники данных, более подробно раскрывается содержание показателей, даются другие пояснения, а также оговорки в случае, если таблица содержит данные, полученные в результате вычислений;

- при оформлении таблиц обычно применяются такие условные обозначения: при отсутствии данных следует ставить знак тире (–), а при отсутствии сведений – многоточие (…) или «нет сведений», *x* – если явление не имеет осмысленного содержания. Если сведения имеются, но числовое значение меньше принятой в таблице точности, оно выражается дробным числом (0,0);

- в таблице должны быть подсчитаны итоги;

- цифровой материал должен даваться с одинаковой степенью точности.

4.2 Статистические графики и правила их построения

Современный анализ социально-экономических явлений немыслим без применения графического метода представления данных.

Графический метод есть метод условного изображения статистических данных при помощи геометрических фигур, линий, точек и разнообразных символов.

Главное достоинство статистических графиков – наглядность. Для построения графика необходимо точно определить, для каких целей он составляется, тщательно изучить исходный материал. Но самое главное условие – овладение методологией графических изображений. В статистическом графике различают следующие основные элементы: поле графика, графический образ, пространственные и масштабные ориентиры, экспликация графика.

Полем графика называют место, на котором он выполнятся. Это листы бумаги, географические карты, план местности и т. п. Поле графика характеризуется его форматом (размерами и пропорциями сторон). Размер поля графика зависит от его назначения. Стороны поля статистического графика обычно находятся в определенной пропорции. Принято считать, что наиболее близким к оптимальному для зрительного восприятия является график, выполненный на поле прямоугольной формы с соотношением сторон от 1 : 1,3 до 1 : 1,5. Этот вариант именуется правилом «золотого сечения». Иногда используется и поле графика с равными сторонами, т. е. имеющее форму квадрата.

Графический образ – это символические знаки, с помощью которых изображаются статистические данные: линии, точки, плоские геометрические фигуры (прямоугольники квадраты, круги и т. д.).

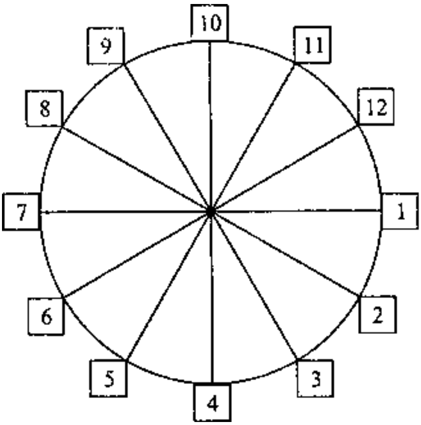

Рисунок 2 – Числовые интервалы в полярной системе координат

Размещение графических образов на поле графика определяют пространственные ориентиры. Они задаются координатной сеткой или контурными линиями и делят поле графика на части, соответствующие значениям изучаемых показателей. На статистических графиках чаще всего применяется система прямоугольных (декартовых) координат. Для построения статистических графиков используется обычно только первый и изредка первый и четвертый квадраты.

В практике графического изображения применяются также полярные координаты.

Они необходимы для наглядного изображения циклического движения во времени. В полярной системе координат (рисунок 2) один из лучей, обычно правый горизонтальный, принимается за ось координат, относительно которой определяется угол луча. Второй координатой считается ее расстояние от центра сетки, называемое *радиусом.* В радиальных графиках лучи обозначают моменты времени, а окружности – величины изучаемого явления.

На статистических картах пространственные ориентиры задаются контурной сеткой (контуры рек, береговая линия морей и океанов, границы государств) и определяют те территории, к которым относятся статистические величины.

Масштабные ориентиры статистического графика определяются масштабом и системой масштабных шкал. Масштаб статистического графика – это мера перевода числовой величины в графическую. *Масштабной шкалой* называется линия, отдельные точки которой могут быть прочитаны как определенные числа. Шкала имеет большое значение в графике и включает три элемента: линию (или носитель шкалы); определенное число помеченных черточками точек, которые расположены на носителе шкалы в определённом порядке; цифровое обозначение чисел, соответствующих отдельным помеченным точкам. Как правило, цифровым обозначением снабжаются не все помеченные точки, а лишь некоторые из них, расположенные в определенном интервале. По правилам числовое значение необходимо помещать строго против соответствующих точек, а не между ними .

Носитель шкалы может представлять собой как прямую, так и кривую линии. Поэтому различают шкалы *прямолинейные* (например, миллиметровая линейка) и криволинейные – дуговые и круговые (циферблат часов). Графические и числовые интервалы бывают равными и неравными. Если на всем протяжении шкалы равным графическим интервалам соответствует равные числовые, то такая шкала называется *равномерной*. Когда же равным числовым интервалам соответствует неравные графические интервалы и наоборот, то перед нами *неравномерная* шкала. *Масштабом равномерной шкалы* называется длина отрезка, принятого за единицу и измеренного в каких-либо мерах.

Последний элемент графика – *экспликация*. Каждый график должен иметь словесное описание. Оно включает его содержание, подписи вдоль масштабных шкал и пояснения к отдельным частям графика.

Диаграммы – наиболее распространенный способ графических изображений. Применяются диаграммы для наглядного сопоставления в различных аспектах независимых друг от друга совокупностей. *Статистические карты* – графики количественного распределения по конкретной территории.

Статистические графики можно классифицировать по разным признакам: назначению (содержанию), способу построения и характеру графического образа.

По назначению (содержанию) можно выделить графики сравнения, графики относительных величин (структуры, динамики). Особым видом графика являются диаграммы распределения величин, представленных вариационным рядом. Это гистограмма, полигон, огива, кумулята.

По способу построения графики можно разделить на диаграммы, картодиаграммы и картограммы.

По характеру графического образа различают графики точечные, линейные, полосовые, круговые, секторные, фигурные и объёмные.

Т е с т ы и з а д а ч и

1 Статистическая таблица представляет собой:
а) форму наиболее рационального изображения результатов статистического наблюдения;
б) сведения о чем-нибудь, расположенные по строкам и графам.

2 Примером статистической таблицы является:
а) таблица логарифмов;
б) таблица умножения;
в) таблица, в которой обобщаются итоги экзаменационной сессии по институту.

3 Примером статистической таблицы является:
а) таблица расписания поездов;
б) таблица квадратов;
в) таблица, в которой обобщаются результаты финансовой работы банка.

4 Статистическим подлежащим называется:
а) статистические совокупности, которые характеризуются различными показателями;
б) показатели, характеризующие совокупности;
в) сведения, расположенные в боковых заголовках таблицы;
г) числовые характеристики, размещенные в графах таблицы.

5 Статистическим сказуемым называется:
а) статистические совокупности, которые характеризуются различными показателями;
б) показатели, характеризующие совокупности;
в) сведения, расположенные в боковых заголовках таблицы;
г) числовые характеристики, размещенные в графах таблицы.

6 Основными элементами статистического графика являются:
а) поле графика;
б) масштабные ориентиры;
в) геометрические знаки;
г) экспликация графика;
д) рисунок.

7 В форме геометрического образа используются виды диаграмм:
а) линейные;
б) плоскостные;
в) объемные;
г) статистические карты;
л) диаграммы.

8 В экономических задачах используют виды статистических графиков для изображения социально-экономических явлений:

а) диаграммы сравнения;
б) диаграммы динамики;-
в) плоскостные диаграммы;
г) диаграммы структуры;
д) объемные диаграммы.

9 При изображении данных рядов распределения на графике применяются диаграммы:

а) гистограммы;
б) круги;
в) полигоны;
г) кумуляты.

10 Известна динамика числа родившихся в целом по стране. Выберите подходящее графическое изображение этого процесса:

а) статистическая кривая;
б) картодиаграмма;
в) картограмма;
г) секторная диаграмма.

5 АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

5.1 Абсолютные величины, их виды, важность и возможность получения

Чтобы отразить размер, объем явлений в статистике применяются абсолютные величины. *Абсолютная величина* получается в результате сводки статистического материала. Абсолютные статистические величины всегда являются именованными числами.

Абсолютные величины выражаются в различных единицах измерения – натуральных, стоимостных (денежных), условных, трудовых.

Натуральные единицы измерения характеризуют величину и размер изучаемых явлений. Они выражаются в определенных единицах измерения: килограммах, штуках, тоннах, метрах, километрах и т. д., то есть либо в объемных измерителях, либо в весовых, либо в метрах длины и площади. Все эти единицы измерения принято называть натуральными, а учет в них – учетом в натуральном выражении. Натуральные единицы можно суммировать только по однородным продуктам.

Стоимостные единицы находят широкое применение. Они применяются для оценки в стоимостном выражении многих статистических показателей: объема выпущенной продукции промышленности, размера розничного товарооборота и т. д. Показатели, выраженные в стоимостных измерителях, можно суммировать, получать по ним итоговые данные. При использовании стоимостных измерителей принимают во внимание изменение цен с течением времени. Этот недостаток стоимостных измерителей преодолевают применением «неизменных» или «сопоставимых» цен одного и того же периода.

Условные единицы измерения. Необходимость в применении условных единиц вызывается тем, что в ряде случаев не все виды даже однородной продукции можно суммировать. Так, нельзя суммировать мыло, топливо, консервы и т. п., так как мыло, например, имеет различный процент жирности, топливо – различную калорийность и т. п. Следовательно, условные единицы измерения применяются для учета однородной продукции различных разновидностей. Например, консервы выпускают в банках разной вместимости. Поэтому для правильного определения объема производства консервов применяется пересчет этой продукции в тубах (в тысячах условных банок). За одну условную банку принята масса продукции нетто 400 г.

Трудовые единицы измерения – это человеко-часы, человеко-дни, человеко-месяцы и т. п. Трудовые измерители характеризуют использование трудовых ресурсов или затраты труда в торговле, массовом питании, в производственной деятельности и т.п.

По способу выражения абсолютные величины подразделяются на индивидуальные и суммарные.

Индивидуальные абсолютные величины – это показатели, выражающие размеры количественных признаков отдельных единиц исследуемых объектов, например, размер посевной площади конкретного фермерского хозяйства, количество договоров, заключенных дилером на бирже за месяц, выработка определенного рабочего за указанный месяц и т. д. Они получаются непосредственно в процессе статистического наблюдения и играют значительную роль в статистическом исследовании.

Суммарные абсолютные величины характеризуют итоговое значение признака всех единиц изучаемой совокупности или отдельных ее групп и получаются в результате суммирования индивидуальных абсолютных величин.

Абсолютные статистические показатели подразделяются на показатели объема и показатели уровня.

Показатели объема позволяют характеризовать величину всей совокупности или ее частей. *Показатели уровня* характеризуют величину нагрузки единицы одной совокупности элементами другой совокупности.

5.2 Относительные статистические величины

Кроме абсолютных величин, в анализе хозяйственной деятельности, в статистической и экономической работе широко используются относительные величины. *Относительная величина* – это обобщающий показатель, который получается в результате деления одной величины на другую и даёт числовую меру соотношения между ними.

Относительные величины – одно из важнейших средств анализа статистических данных. Они широко используются при изучении развития различных сфер деятельности, анализе работы предприятий или характеризуют территориальное размещение производства. Основное условие правильного расчёта относительных величин – сопоставимость сравниваемых показателей и наличие реальных связей между изучаемыми явлениями. Величина, с которой производится сравнение (знаменатель дроби), обычно называется *базой сравнения* или *основанием*. Величина, находящаяся в числителе, называется *текущей*.

В зависимости от результата сравнения для удобства чтения и восприятия относительной величины выделяется её целая часть. В качестве базы сравнения может быть выбрана 1, тогда в результате сравнения получится коэффициент. Если за базу сравнения принять 100 – получится процент (%), 1000 – промилле (‰) , 10000 – продецимилле (%).

Сопоставляемые величины могут быть как одноимёнными, так и разноимёнными (в последнем случае их наименования образуются от наименований сравниваемых величин, например, руб./чел.; т·км/км; руб./ м^2).

Относительные величины подразделяются на несколько видов: относительные величины динамики, планового задания, выполнения планового задания, относительные величины структуры, относительные величины координации, относительные величины сравнения и относительные величины интенсивности.

Относительная величина динамики ($i_д$) характеризует изменение (увеличение или снижение) показателей текущего периода по сравнению с прошлым периодом. Относительные величины динамики называются *темпами роста*:

$$\text{Относительная величина динамики, \%} = \frac{\text{Фактические данные текущего периода}}{\text{Фактические данные прошлого периода}} \cdot 100.$$

Пример. Розничный товарооборот фирмы «Перспектива» за год в текущем периоде составил 820,0 тыс. руб., а за предыдущий год – 785,4 тыс. руб.

$$i_д = \frac{820{,}0}{785{,}4}\ 100 = 104{,}4\ \%.$$

Следовательно, розничный товарооборот фирмы «Перспектива» вырос по сравнению с предыдущим годом и составил 104,4 %.

Относительная величина динамики показывает развитие явлений во времени: рост розничного товарооборота, потребление основных продуктов питания и т. д.

Существуют две схемы расчёта относительных величин динамики: цепная и базисная. *Относительные величины динамики цепные* характеризуют изменения каждого последующего уровня ряда динамики по сравнению с уровнем, ему предшествующим.

Относительные величины динамики базисные показывают темпы развития за каждый данный отрезок времени по сравнению с уровнем, принятым за базу сравнения, чаще всего это бывает начальный уровень ряда динамики. Они широко используются при характеристике развития явлений за определённый период времени.

Относительная величина планового задания ($i_{\text{пл.з}}$) рассчитывается как отношение уровня, запланированного на предстоящий период, к уровню, фактически сложившемуся в этом периоде.

Относительная величина выполнения планового задания ($i_{\text{вып.пл}}$) представляет собой отношение фактически достигнутого в данном периоде уровня к запланированному. Например, по плану в 2005 г. намечено произвести продукции на 3264,7 млн у. е., фактически произведено на 3330,0 млн у. е. Плановое задание выполнено на 3330,0/3264,7 ·100 = 102,0 %.

В плановом задании может устанавливаться величина прироста или снижения показателя. Например, планировалось снижение себестоимости единицы продукции на 24,2 у. е., а фактически снижение составило 27,5 у. е., плановое задание по снижению себестоимости выполнено на 27,5 : 24,2 · 100 = 113,6 %.

Относительные величины динамики, планового задания и выполнения планового задания связаны соотношением

$$i_{\text{д}} = i_{\text{пл.з}} i_{\text{вып.пл}}.$$

Относительная величина структуры характеризует состав изучаемой совокупности и определяется отношением отдельных частей к целому, %:

$$\text{Доля} = \frac{\textit{Часть совокупности}}{\textit{Вся совокупность}} \cdot 100.$$

Относительная величина координации характеризует соотношение между частями (элементами) одной совокупности:

$$\text{Относительная величина координации} = \frac{\textit{Одна часть совокупности}}{\textit{Другая часть той же совокупности}} \cdot 100.$$

Относительная величина координации выражается в виде коэффициентов. При исчислении относительных величин координации велико значение не только выбора базы сравнения, но и вообще выбора явлений, которые могут быть сравнимы между собой.

Относительная величина сравнения показывает соотношение одноименных величин, относящихся к разной территории или к разным объектам, за один и тот же период времени и применяется для сопоставления экономических показателей.

Рассчитывая относительные величины сравнения, следует обращать внимание на сопоставимость сравниваемых показателей с позиций методологии их исчисления, поскольку по целому ряду показателей методы их исчисления в разных странах или в разные периоды времени неодинаковы. Поэтому прежде чем рассчитывать относительные показатели сравнения, приходится решать задачу пересчёта сравниваемых показателей по единой методологии.

Относительная величина интенсивности показывает степень распространенности данного явления в изучаемой среде и образуется в результате сравнения разноименных, но определенным образом связанных между собой абсолютных величин:

$$\text{Относительная величина интенсивности} = \frac{\textit{Одна совокупность, характеризующая явление}}{\textit{Другая совокупность, характеризующая среду}}.$$

Относительные величины интенсивности, в отличие от других видов относительных величин, всегда выражаются именованными числами, например, плотность населения 8,6 чел./км^2. Разновидностью относительных величин интенсивности являются относительные показатели уровня экономического развития, характеризующие уровни ВВП, ВНП, национального дохода и др. показателей на душу населения и играющие важную роль в оценке развития экономики страны.

Пользуясь в анализе относительными величинами, необходимо показать, какие абсолютные показатели за ними скрываются. В противном случае можно прийти к неправильным выводам.

Тесты и задачи

1 Показатели, выражающие размеры, объем, уровни социально-экономических явлений и процессов, являются величинами:

а) абсолютными;
б) относительными;
в) средними.

2 Абсолютные величины могут выражаться в единицах измерения:
а) в натуральных и условно-натуральных;
б) трудовых и денежных;
в) отвлеченных.

3 Абсолютные величины выражаются в единицах измерения:
а) килограммах, штуках, метрах, тоннах, километрах и т. д.;
б) коэффициентах, процентах;
в) промилле, продецимилле.

4 Виды абсолютных величин:
а) индивидуальные, суммарные;
б) выполнение плана;
в) планового задания;
г) динамики;
д) структуры;
е) координации;
ж) сравнения;
з) интенсивности.

5 Суммарные абсолютные величины получаются в результате:
а) сложения индивидуальных абсолютных величин;
б) подсчета числа единиц, входящих в каждую группу или совокупность в целом.

6 Относительные величины выполнения плана исчисляются как:
а) отношение планового задания на предстоящий период к фактически достигнутому уровню, являющемуся базисным для плана;
б) отношение фактически достигнутого уровня к плановому заданию за тот же период времени.

7 Относительные величины динамики базисные получаются в результате сопоставления показателей каждого последующего периода:
а) с предыдущим;
б) с первоначальным;
в) со средним.

8 Относительные величины динамики цепные получаются в результате сопоставления показателей каждого последующего периода:
а) с предыдущим;
б) с первоначальным;
в) со средним.

9 Относительные величины структуры:

а) характеризуют состав явления и показывают, какой удельный вес в общем итоге составляет каждая его часть;

б) показывают соотношение отдельных составных частей целого явления.

в) отношение двух одноименных показателей, относящихся к разным объектам или территориям за один и тот же период или момент времени.

10 Относительные величины интенсивности представляют собой:

а) отношение двух разноименных показателей, находящихся в определенной взаимосвязи;

б) отношение двух одноименных показателей, относящихся к разным объектам или территориям за один и тот же период или момент времени;

в) показатели, характеризующие степень распространения или уровень развития того или иного явления в определённой среде.

11 Укажите относительную величину уровня экономического развития:

а) в одном из регионов на душу населения было произведено 760 м^3 газа;

б) производство хлопчатобумажных тканей на душу населения в одном из регионов в 2,3 раза больше, чем в другом.

12 Имеются следующие данные о производстве муки:

Показатель	2005	2006	2007	2008
Произведено муки, млн т	11,5	9,6	10,9	11,2

Вычислите относительные показатели динамики с переменной и постоянной базой сравнения. Проверьте их взаимосвязь.

13 Произведенные затраты металлургического комбината за год составили:

Статья затрат	Объем затрат, млн руб.
Сырье и материалы	280,5
Топливо и энергия	110,5
Оплата труда	34,0
Амортизация	85,0
Прочие расходы	340,0
Итого	850,0

Вычислите относительные показатели структуры.

14 По данным задания 13 рассчитайте показатели координации.

6 СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ И ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

6.1 Понятие о средних величинах

Наряду с абсолютными и относительными величинами в статистике большое применение находят средние величины.

В результате группировки единиц совокупности по величине варьирующего признака получают ряды распределения – первичную характеристику массовой статистической совокупности. Чтобы охарактеризовать такую совокупность в целом, часто пользуются средней величиной. *Средняя величина* – это обобщающая характеристика однородной совокупности явлений по определённому признаку.

Вычисление средней – один из распространённых приёмов обобщения; средний показатель отражает то общее, что характерно (типично) для всех единиц изучаемой совокупности, в то же время он игнорирует различия отдельных единиц. В каждом явлении и его развитии имеет место сочетание случайности и необходимости. При исчислении средних в силу действия закона больших чисел случайности взаимопогашаются, уравновешиваются, поэтому можно абстрагироваться от несущественных особенностей явления, от количественных значений признака в каждом конкретном случае. В способности абстрагироваться от случайности отдельных значений, колебаний и заключена научная ценность средних как обобщающих характеристик совокупностей.

6.2 Виды средних величин и порядок их вычисления

В статистике используются различного вида средние величины: **средняя *арифметическая, средняя гармоническая, средняя геометрическая, средняя квадратическая, средняя хронологическая*** и т. д.

6.2.1 Средняя арифметическая

В экономической практике приходится употреблять среднюю арифметическую, которая может быть исчислена как *средняя арифметическая простая и взвешенная*. Чтобы определить среднюю арифметическую простую, нужно сумму всех значений данного признака Σx разделить на число единиц n, обладающих этими признаками. Она применяется в тех случаях, когда имеются несгруппированные индивидуальные значения признака:

$$X_{\text{ар}} = \Sigma x / n.$$

Средняя арифметическая взвешенная есть частное от деления суммы произведений вариантов и соответствующих им частот Σxf на сумму всех частот Σf. Частоты (f), фигурирующие в формуле средней, принято называть *весами,* вследствие чего средняя арифметическая, вычисленная с учетом весов, и получила название взвешенной:

$$X_{\text{ар}} = \Sigma x\, f \,/\, \Sigma\, f.$$

В отдельных случаях веса могут быть представлены не абсолютными, а относительными величинами (в процентах или долях единицы). Тогда формула средней будет иметь вид:

$$X_{\text{ар}} = \Sigma x\, d \,/\, \Sigma\, d,$$

где d – частость, т. е. доля каждой частоты в общей сумме всех частот.

Если частоты подсчитывают в долях (коэффициентах), то $\Sigma\ d = 1$, формула средней арифметической взвешенной имеет вид:

$$X_{\text{ар}} = \Sigma x\, d.$$

Часто приходится исчислять среднюю по групповым средним или по средним отдельных частей совокупности (частным средним), т. е. *среднюю из средних*. Так, например, средняя продолжительность жизни граждан страны представляет собой среднее из средних продолжительностей жизни по отдельным регионам данной страны.

Средние из средних рассчитываются так же, как и средние из первоначальных значений признака. При этом средние, которые служат для исчисления на их основе общей средней, принимаются в качестве вариантов.

Вычисление *средней арифметической взвешенной из групповых средних* $x_{\text{гр}}$ осуществляется по формуле

$$X_{\text{ар}} = \Sigma x_{\text{гр}}\, f \,/\, \Sigma\, f.$$

Расчёт средней арифметической в рядах распределения

Если значения осреднего признака заданы в виде интервалов («от – до»), т. е. интервальных рядов распределения, то при расчёте средней арифметической величины в качестве значения признаков в группах принимают середины этих интервалов, в результате чего образуется дискретный ряд. Рассмотрим следующий пример (таблица 6).

От интервального ряда перейдём к дискретному путём замены интервальных значений их средними значениями (простая средняя между верхней и нижней границами каждого интервала). При этом величины открытых интервалов (первый и последний) условно приравниваются к интервалам, примыкающим к ним (второй и предпоследний).

При таком исчислении средней допускается *некоторая неточность*, поскольку делается предположение о равномерности распределения признака внутри группы. Однако ошибка будет тем меньше, чем уже интервал и чем больше единиц в интервале. После того, как найдены середины интервалов, варианты умножают на частоты (веса) и сумму произведений делят на сумму частот (весов), тыс. д. е.,

$$X_{ар} = \Sigma x\, f / \Sigma\, f = 7290 / 100 = 72{,}9 \text{ тыс. д. е.}$$

Таблица 6 – **Распределение рабочих по уровню ежемесячной оплаты труда**

Группы рабочих по оплате труда, тыс. д. е.	Число рабочих, f, чел.	Середина интервала, тыс. д. е.	$X \cdot f$
До 50	5	45	225
50–60	15	55	825
60–70	20	65	1300
70–80	30	75	2250
80–90	16	85	1360
90 и более	14	95	1330
И т о г о	100	-	7290

При расчетах средней арифметической взвешенной использование частот позволяет упрощать расчеты, когда частота выражена большими, многозначными числами. В этих случаях используют некоторые свойства средней арифметической.

6.2.2 Свойства средней арифметической

Первое свойство. Сумма отклонений значений признака X от средней арифметической x равна нулю:

$$\sum(x - \bar{x}) = 0.$$

$$\sum(x - \bar{x}) = \sum x - \sum \bar{x} = \sum x - n\bar{x}.$$

Из формулы средней арифметической невзвешенной $\bar{x} = \sum x / n$ следует, что $\sum x = nx$. Следовательно,

$$\sum(x - \bar{x}) = 0.$$

Все свойства средней арифметической позволяют во многих случаях упростить ее расчеты: можно из всех значений признака вычесть произвольную постоянную величину, разность сократить на общий множитель, а затем исчисленную среднюю умножить на общий множитель и прибавить произвольную постоянную величину.

Формула средней арифметической взвешенной получит следующий вид:

$$\bar{x} = m_1 i + A, \quad \text{где} \quad m_1 = \frac{\sum\left(\frac{x-A}{i}\right)f}{\sum f}.$$

Средняя m_1 из значения $x–A/i$ называется моментом первого порядка, а способ вычисления средней – *способом моментов*. Иногда его также называют *способом отсчета от условного нуля*.

Второе свойство. Если все варианты уменьшить или увеличить на одно и то же постоянное число, то средняя арифметическая из этих вариант уменьшится или увеличится на то же самое число:

$$\frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i \pm A)m_i}{\sum_{i=1}^{k} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i m_i}{\sum_{i=1}^{k} m_i} \pm \frac{\sum_{i=1}^{k} A m_i}{\sum_{i=1}^{k} m_i} = \bar{x} \pm A \cdot$$

Пример. Пусть заработная плата каждого работника фирмы «Весна» увеличилась за некоторый период на 15000 д. е. Тогда средняя заработная плата всех работников фирмы увеличилась также на 15000 д. е.

Третье свойство. Если все варианты одинаково увеличить (или уменьшить) в одно и то же число раз, то средняя арифметическая увеличится (или уменьшится) во столько же раз:

$$\frac{\sum_{i=1}^{k} \frac{x_i}{A} m_i}{\sum_{i=1}^{k} m_i} = \frac{\frac{1}{A}\sum_{i=1}^{k} x_i m_i}{\sum_{i=1}^{k} m_i} = \frac{1}{A}\bar{x} \cdot$$

Пример. Так, если бы заработная плата каждого работника фирмы «Весна» увеличилась на 10 %, то и средняя заработная плата всех работников фирмы увеличилась бы на 10 %.

Четвертое свойство. Если же все веса средней одинаково увеличить (или уменьшить) в несколько раз, средняя арифметическая не изменится. Увеличение всех весов в несколько раз приводит к тому, что во столько же одновременно увеличится и числитель, и знаменатель дроби (средней арифметической), поэтому значение дроби не изменяется.

6.2.3 Средняя гармоническая

Средняя гармоническая применяется в тех случаях, когда частоты (веса) не приводятся непосредственно, а входят сомножителями в один из имеющихся показателей

Пример. Автомобиль доставил товары в три магазина фирмы «Весна», которые удалены от головного предприятия на одинаковое расстояние. Так, до первого магазина, расположенного на шоссейной дороге, автомобиль прошел путь со скоростью 50 км/ч; до второго по проселочной дороге – 40 км/ч; в третьем случае автомобилю пришлось полпути пройти через лесной массив, и скорость движения составила только 30 км/ч.

Требуется определить среднюю скорость движения автомобиля. На первый взгляд представляется, что средняя скорость движения может быть определена по формуле простой арифметической:

$$\bar{x}_{\text{а}} = \frac{50+40+30}{3} = \frac{120}{3} = 40 \text{ км/ч.}$$

Однако нетрудно убедиться, что средняя вычислена неправильно. В самом деле, производя расчет средней скорости по простой арифметической средней, исходим из того, что автомобиль во всех трех случаях прошел одинаковое расстояние, пройдя соответственно 50, 40 и 30 км, т. е. всего 120 км. Если бы условие этой задачи было сформулировано в такой форме, то средняя была бы рассчитана правильно и характеризовала бы пройденное автомобилем среднее расстояние.

В действительности же эта средняя рассчитана неверно, так как из условия задачи не следует, что автомобиль на преодоление расстояния до трех магазинов фирмы «Весна» проехал 120 км, так как скорость движения была различная. Следовательно, он прошел и разное расстояние.

В подобных случаях нужно применить формулу средней гармонической простой (не взвешенной)

$$\bar{x}_h = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_n}}$$

или в сокращенном виде

$$\frac{n}{\sum \frac{1}{x}},$$

где $\overline{x_h}$ – средняя гармоническая;

$\frac{1}{x}; \frac{1}{x_1}; \frac{1}{x_2} \ldots \frac{1}{x_n}$ – числа, обратные заданным вариантам.

Иначе говоря, ***простая гармоническая средняя есть отношение числа вариантов к сумме обратных значений этих вариантов.***

Для нашего примера будем иметь:

$$x_g = \frac{1+1+1}{\frac{1}{50} + \frac{1}{40} + \frac{1}{30}} = \frac{3}{\frac{12+15+20}{600}} = \frac{3}{\frac{47}{600}} = \frac{1800}{47} = 38 \text{ км/ч.}$$

В нашем примере средняя арифметическая (x_a) оказалась больше средней гармонической x_h.

При этом абсолютная ошибка завышения составляет 2 км/ч (38–40), а относительная – 5 % $\left(\frac{2 \cdot 100}{40}\right)$.

Таким образом, неправильное использование арифметической средней привело бы к завышению средней скорости движения автомобиля и может привести к неправильному определению объема перевозок.

6.2.4 Средняя геометрическая

Средняя геометрическая применяется в тех случаях, когда индивидуальные значения признака представляют собой, как правило, относительные величины динамики, полученные как произведение цепных коэффициентов роста. Средняя геометрическая рассчитывается как корень степени n из произведений вариантов признака x:

$$\bar{x} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i} = \sqrt[n]{x_1 x_2 x_3 \ldots x_n},$$

где n – число вариантов; П – знак произведения.

6.2.5 Средняя хронологическая

Средняя хронологическая – это средний уровень ряда динамики, т. е. средняя, исчисленная по совокупности значений показателя в разные моменты или периоды времени. В зависимости от вида ряда динамики применяются различные способы ее расчета, а именно расчет: средней хронологической интервального ряда; средней хронологической моментного ряда.

Средней хронологической интервального ряда является средняя величина из уровней интервального ряда динамики и исчисляется по формуле

$$y = \frac{\sum \bar{y}}{n},$$

где $\bar{y}$ – средний уровень ряда;

y – уровень ряда динамики;

n – число членов ряда.

Средней хронологической моментного ряда является средняя величина из уровней моментного ряда динамики. Если $f(t)$ есть функция, выражающая изменение моментного показателя во времени, то за время (t) от a до b средняя хронологическая моментного ряда

$$\overline{y} = \frac{\int_{a}^{в} f(t)dt}{b - a}.$$

Однако данных непрерывного наблюдения значения $f(t)$ в распоряжении статистики, как правило, нет. Поэтому в зависимости от характера изменения показателя и имеющихся данных применяются различные методы расчета. При равных промежутках времени между датами, на которые имеются данные, и при равномерном изменении размера показателя между датами средняя хронологическая моментного ряда обычно исчисляется по формуле

$$\overline{y} = \frac{\frac{1}{2} y_1 + y_2 + \ldots + y_{n-1} + \frac{1}{2} y_n}{n - 1},$$

где n – число всех членов ряда;

y – средний уровень.

Если периоды времени, отделяющие одну дату от другой, не равны между собой, то расчет средней хронологической моментного ряда производится по формуле средней взвешенной арифметической, в качестве весов которой принимаются отрезки времени между датами, т. е. по формуле

$$\overline{y} = \frac{\sum yT}{\sum T},$$

где T – время, в течение которого данный уровень ряда (y) оставался без изменения.

6.2.6 Структурные средние

Особым видом средних величин являются *структурные средние*. Они применяются для изучения внутреннего строения и структуры рядов распределения значений признака. К таким показателям относятся мода и медиана.

Мода и медиана

Мода – это есть варианта, у которой частота (вес) в ряду распределения наибольшая.

Модальная величина в дискретном ряду находится просто – по наибольшей частоте.

Вычисление моды для интервальных рядов с равными интервалами производится по формуле

$$M_0 = x_0 + r_{\text{i}} \frac{m_2 - m_1}{(m_2 - m_1) + (m_2 - m_3)},$$

где x_{o} – начало модального интервала;

r_{i} – величина интервала;

m_2 – частота модального интервала;

m_1 – частота интервала, предшествующего модальному;

m_2 – частота интервала, следующего за модальным.

Медиана (M_{e}) – варианта, находящаяся в середине ряда распределения. Для ее определения достаточно расположить в порядке возрастания или убывания все варианты. Серединная варианта и будет являться медианой. Медиана делит ряд на две равные части – со значениями признака меньше медианы и со значениями признака больше медианы. Если число значений в распределённом ряду чётное, то медиана равна средней из двух вариант, находящихся в середине ряда.

Расчет медианы интервального ряда производится по формуле

$$M = x_{\text{Me}} + r_{\text{i}} \frac{\frac{\sum m}{2} - m_n}{m_{\text{Me}}},$$

где x_{Me} – начало (нижняя граница) медианного интервала;

r_{i} – величина интервала;

$\sum m$ – сумма накопленных частот ряда;

m_{n} – накопленная частота вариант, предшествующих медианному;

m_{Me} – частота медианного интервала.

Соотношение моды, медианы и средней арифметической указывает на характер распределения признака в совокупности, позволяет его асимметрию. Если $\text{M}_0 < \text{M}_{\text{e}} < \bar{x}$, то имеет место правосторонняя асимметрия, при $\bar{x} < \text{M}_{\text{e}} < \text{M}_0$ следует сделать вывод о левосторонней асимметрии ряда.

6.3 Показатели вариации

Вариация – это различие в значениях какого-либо признака у разных единиц данной совокупности в один и тот же период или момент времени. Измерение вариации, выяснение её причин, выявление влияния отдельных факторов даёт важную информацию для принятия научно обоснованных управленческих решений.

Средняя величина даёт обобщающую характеристику признака изучаемой совокупности, но она не раскрывает строения совокупности, которое весьма существенно для её познания. Средняя не показывает, как располагаются около неё варианты осредняемого признака, сосредоточены ли они вблизи средней или значительно отклоняются от неё. Поэтому возникает необходимость измерять вариацию признака в совокупностях. Для этой цели в статистике применяют ряд обобщающих показателей.

К показателям вариации относятся: размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

Размах вариации R – представляет собой разность между максимальным $x_{\max}$ и минимальным $x_{\min}$ значениями признака:

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

Размах вариации является несовершенной мерой измерения степени колеблемости изучаемого признака, так как при определении размаха вариации используют только два крайних значения: максимальное значение признака и минимальное, остальные члены ряда в расчете этой величины не участвуют. Однако крайние значения могут быть случайными величинами и, следовательно, не могут отражать действительную колеблемость всех остальных вариант ряда.

Среднее линейное отклонение $\bar{d}$ определяется из отношения суммы взятых по абсолютной величине (без учета знака) отклонений всех вариант от средней арифметической к объему всей совокупности. Оно бывает невзвешенное и взвешенное и определяется по формулам:

– невзвешенное

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}_i|}{n};$$

– взвешенное

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}_i| f_i}{\sum f_i}.$$

Среднее линейное отклонение учитывает, в отличие от размаха вариации, всю совокупность значений варьирующего признака, но при этом не учитывает характера отклонения, а они могут принимать положительные и отрицательные значения. Для того чтобы наиболее точно определить колеблемость численных значений изучаемого признака, из которых вычисляется средняя, применяют другой показатель, который носит название среднего квадратического отклонения.

Среднее квадратическое отклонение σ это показатель вариации, характеризующий величину, на которую все варианты в среднем отклоняются от средней арифметической. Среднее квадратическое отклонение определяется по формулам:

– невзвешенное

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x}_i)^2}{n}} \; ;$$

– взвешенное

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum \; (x_i - \bar{x}_i)^2 f_i}{\sum f_i}} \, .$$

В некоторых случаях целесообразнее пользоваться не среднеквадратическим отклонением, а средним квадратом отклонений, называемым дисперсией:

– невзвешенное

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x}_i)^2}{n}} \; ;$$

– взвешенное

$$\sigma^2 = \left(\sum (x_i - x_i) f_i\right) / \sum \, f_i .$$

Мерой сравнения степени колеблемости для двух, трех и более вариационных рядов служит показатель, который носит название коэффициента вариации:

$$\upsilon = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 \;\% \, .$$

Свойства дисперсии

Дисперсия обладает рядом простых свойств:

$D_{(a)} = 0$ – дисперсия постоянной величины равна нулю;

$D_{(ax)} = D_x$ – дисперсия не меняется, если все варианты увеличить или уменьшить на одно и то же число;

$D_{(ax)} = a^2 D_x$ – постоянный множитель выносится за знак дисперсии, возведенным в квадрат, или, если все варианты умножить на число *a*, дисперсия увеличится в a^2 раз;

$\frac{\sum (x_0 - \bar{x})^2 f}{\sum f} = D = (x_0 - \bar{x})^2$ – это свойство носит название свойства минимальности дисперсии от средней.

Дисперсия от средней меньше, чем средний квадрат отклонения от любого числа x_0 на $(x_0 - \bar{x})^2$.

Использование свойств дисперсии позволяет упрощать ее расчеты, особенно в тех случаях, когда вариационный ряд составляет арифметическую прогрессию или имеет равные интервалы. В этих случаях сначала находят дисперсию от условного нуля, а затем используют 4-е свойство дисперсии, переходят к дисперсии от средней.

Тесты и задачи

1 **Случаи, когда взвешенные и невзвешенные средние приводят к одному и тому же результату**:

а) возможны;

б) нет.

2 Веса средней выражаться относительными показателями:

а) могут;

б) не могут.

3 Одни и те же исходные данные использовать для расчёта различных видов средних величин:

а) можно;

б) нельзя.

4 Вместо средней арифметической невзвешенной использовать среднюю гармоническую невзвешенную:

а) нельзя;

б) можно при отсутствии весов;

в) можно при равенстве весов.

5 Если все варианты признака уменьшить в 1,5 раза, а все веса в 1,5 раза увеличить, средняя величина:

а) не изменится;

б) уменьшится;

в) возрастет.

6 Если все веса уменьшить на 20 %, средняя величина:

а) изменится;

б) не изменится.

7 Если все веса увеличить на некоторую постоянную величин, средняя величина:

а) изменится;

б) не изменится.

8 Могут ли мода, медиана и средняя арифметическая совпадать?

а) могут;

б) могут совпадать только средняя и медиана;

в) не могут.

9 Ряд распределения характеризуется модами:

а) не может характеризоваться;

б) двумя;

в) двумя и более.

10 Коэффициент вариации изменяется в границах:

а) от 0 до 100 %;

б) от 0 до 200 %;

в) нижняя граница – 0 %, верхняя – практически отсутствует.

11 Распределение рабочих предприятия по тарифному разряду имеет следующий вид:

Тарифный разряд	Число рабочих, чел.
1	2
2	3
3	26
4	74
5	18
6	4

Определите средний уровень квалификации рабочих предприятия.

12 Качество продукции предприятия характеризуется следующими данными (за месяц):

Вид продукции	Процент брака	Стоимость бракованной продукции, руб.
A	1.3	2135
B	0,9	3560
C	2,4	980

Определите средний процент брака в целом по предприятию.

13 Площадь складских помещений города характеризуется следующими данными:

Группы складских помещений по площади, тыс.м^2	Число помещений
До 5	3
5–10	21
10–15	17
15–20	9
20–25	5
23–30	4
30–35	4
35 и более	2

Определите модальный и медианный размер складского помещения.

14 Распределение предприятий отрасли по объему полученной за год прибыли имеет следующий вид:

Группы предприятий по прибыли, млн руб.	Число предприятий
До 50	7
50–100	24
100–150	11
150 и более	3

Рассчитайте среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации прибыли предприятий.

7 ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

7.1 Основы выборочного наблюдения

Выборочное наблюдение является одним из видов несплошного статистического наблюдения, при котором наблюдению подвергается не вся совокупность единиц, а только часть их, отобранная на основе определенных научных принципов. При этом данные, полученные на основе отобранной части совокупности, распространяют на всю генеральную совокупность. Наблюдение организуется таким образом, что эта часть отобранных единиц представляет всю совокупность.

Выборочное наблюдение находит широкое применение во всех отраслях хозяйственной деятельности. Выборочным порядком выявляется покупательский спрос, проверяются нормы естественной убыли товаров и т.д. Применение выборочного метода часто является необходимым в тех случаях, когда изучение качества объекта ведет к его порче или полному уничтожению.

Вся изучаемая совокупность, из которой производится отбор некоторого числа единиц для выборочного наблюдения, называется **генеральной совокупностью**.

Часть генеральной совокупности, подлежащая выборочному обследованию, называется **выборочной совокупностью.**

Численность (объем) генеральной совокупности обозначим буквой N, а численность выборочной совокупности обозначим буквой n. При выборочном наблюдении обычно ставят две задачи: определение среднего размера изучаемого признака и определение доли изучаемого признака в данной совокупности. Основная задача выборочного наблюдения состоит в том, чтобы на основе характеристик выборочной совокупности (средней и доли) получить достоверные суждения о показателях средней и доли в генеральной совокупности. При этом следует иметь в виду, что при любых статистических исследованиях (сплошных и выборочных) возникают ошибки двух видов: регистрации и репрезентативности.

Ошибки регистрации могут иметь *случайный* (непреднамеренный) и *систематический* (тенденциозный) характер. *Случайные ошибки* обычно уравновешивают друг друга, поскольку не имеют преимущественного направления в сторону преувеличения или преуменьшения значения изучаемого показателя. Систематические ошибки направлены в одну сторону вследствие преднамеренного нарушения правил отбора. Их можно избежать при правильной организации и проведении наблюдения.

Ошибки репрезентативности присущи только выборочному наблюдению и возникают в силу того, что выборочная совокупность не полностью воспроизводит генеральную. Они представляют собой расхождение между значениями показателей, полученных при выборке, и значениями показателей этих же величин, которые были бы получены при проведённом с одинаковой степенью точности сплошном наблюдении, т. е. между величинами выборочных и соответствующих генеральных показателей.

Исчисленные обобщающие характеристики в генеральной совокупности называются генеральными: $\bar{x}$ – генеральная средняя, a – генеральное среднее квадратическое отклонение, P – генеральная доля, полученная как отношение числа M единиц, обладающих данным признаком, ко всей численности N генеральной совокупности:

$$P = \frac{M}{N}.$$

Исчисленные обобщающие характеристики в выборочной совокупности называются выборочными: $\tilde{x}$ – выборочная средняя, σ – выборочное среднее квадратическое отклонение, w – выборочная доля (частость) – отношение числа m единиц выборочной совокупности, обладающих данным признаком, ко всей численности n выборочной совокупности, т. е.

$$w = \frac{m}{n}.$$

Пример. В таблице 7 приведены данные испытания крепости шерстяной пряжи. Требуется определить среднее квадратическое отклонение выборочной совокупности от ее генеральной. В расчете использовать способ моментов.

Таблица 7 – **Данные испытания 100 одиночных нитей на крепость**

Крепость нити в граммах	Число проб f	Средняя крепость нити в граммах x	xf	$x - x_0$	$\frac{x - x_0}{K}$	$\left(\frac{x - x_0}{K}\right)^2 f$
А	1	2	3	4	5	6
80–100	3	90	270	–100	–5	75
100–120	5	110	550	–80	–4	80
120–140	8	130	1040	–60	–3	72
140–160	10	150	1500	–40	–2	40
160–180	18	170	3060	–20	–1	18
180–200	26	190	4940	0	0	0
200–220	12	210	2520	20	1	12
220–240	8	230	1840	40	2	32
240–260	5	250	1250	60	3	45
260–280	3	270	810	80	4	48
280–300	2	290	580	100	5	50
Итого	100	–	18360	–	–	472
Примечание – *К* – число, кратное величине интервала; $x_о$ = 190.						

Средняя выборочная (средняя крепость нити выборочной совокупности) равна 183,6 г:

$$\tilde{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{18360}{100} = 183{,}6.$$

Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{\sigma_0^2 - (\bar{x} - x_0)^2} = \sqrt{\frac{\sum \left(\frac{x - x_0}{k}\right)^2 f k^2}{\sum f} - (\bar{x} - x_0)^2} =$$

$\sqrt{188{,}0 - 40{,}96} = \sqrt{1847{,}04} = 43{,}0$.

Поскольку проведение сплошного наблюдения заменяется выборочным, а исчисление средней генеральной заменяется исчислением средней выборочной, важно установить, насколько полученная средняя выборочная является характерной для данной генеральной совокупности и представляет ли она среднюю генеральную.

Другими словами, необходимо установить, как велико отклонение Δ средней выборочной от средней генеральной $\bar{x}$, т. е. $\bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta$.

Чем меньше величина отклонения Δ, тем точнее выборочная средняя воспроизводит генеральную среднюю. Величина этого отклонения и определяет степень точности выборочного наблюдения.

7.2 Ошибки выборки

Ошибки выборочного наблюдения, которые иначе называют ошибками *репрезентативности*, возникают вследствие специфики самого метода и именно потому, что обследуется не вся совокупность, а лишь его часть, отобранная в случайном порядке.

Определение средней величины этих ошибок и их возможных границ, а следовательно, определение достоверности данных выборочного наблюдения, является основной задачей теории выборочного исследования.

Теория и практика применения выборочного метода показали, что данные выборочного наблюдения достаточно достоверны, так как выборочный метод базируется на применении закона больших чисел и теории вероятности.

Сущность закона больших чисел заключается в том, что чем больше будет взято единиц наблюдения, тем точнее средняя выборочная будет воспроизводить среднюю генеральную.

Теория выборочного метода дает формулу, по которой можно вычислить среднюю величину ошибки μ для выборочной совокупности, отобранной в случайном порядке, т. е. таким образом, что каждая единица генеральной совокупности имела бы равную возможность попасть в это число:

$$\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

где μ – средняя ошибка выборки;

σ – среднее квадратическое отклонение;

n – численность выборочной совокупности.

Применяя эту формулу, получим следующую величину средней ошибки для нашего примера:

$$\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{43{,}0}{10} = \pm 4{,}30.$$

Величина средней ошибки выборки зависит, прежде всего, от показателей колеблемости значений признаков в выборочной совокупности. Степень колеблемости значений признаков определяется средним квадратическим отклонением σ.

Чем меньше величина среднего квадратического отклонения, тем меньше величина средней ошибки при той же численности выборки.

Кроме того, величина средней ошибки зависит от численности выборки. Увеличивая или уменьшая объем выборки n, можно регулировать величину ошибки μ. Чем больше единиц будет охвачено выборочным наблюдением, тем меньше будет величина ошибки, т. к. точнее будет представлена генеральная совокупность. Полученная величина ошибки μ характеризует среднее отклонение средней выборочной от средней генеральной.

Величина пределов конкретной ошибки зависит от степени вероятности, с которой измеряется ошибка выборки.

Ошибка выборки, исчисленная с заданной степенью вероятности, представляет предельную ошибку выборки.

Если через Δ обозначим предельную ошибку, частное от деления Δ на μ приравняем к t, тогда можно записать $\frac{\Delta}{\mu} = t$, отсюда $\Delta = \mu t$, а так как

$\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, то $\Delta = \frac{\sigma t}{\sqrt{n}}$.

Следовательно, величина предельной ошибки зависит от величины средней ошибки и коэффициента t. Коэффициент зависит от степени вероятности, с которой производится выборочное наблюдение.

Величину вероятности для различных значений t можно определить на основе теоремы Ляпунова. На практике пользуются готовыми таблицами значений этой функции, вычисленных для различных значений t. С увеличением значения t вероятность P быстро приближается к единице, так что практически обычно ограничиваются значениями t, не превышающими 2–3 единицы:

- при значении t = 1 вероятность равна 0,683;
- t = 2 вероятность 0,954;

- $t = 3$ вероятность 0,997.

- Уже при значении t, равном 3, вероятность очень близка к единице. Это означает, что если бы из одной и той же генеральной совокупности было произведено большое число случайных выборок одинаковой численности, то в среднем на 1000 выборок приходилось бы 997 таких, в которых отклонение выборочной средней от генеральной не превышало 3 μ, и только в трех выборках отклонение могло бы выйти за эти пределы.

Указывая вероятные пределы случайной ошибки выборки, мы тем самым указываем и те пределы, за которые не выйдет характеристика генеральной совокупности.

Определим для нашего примера, в каких границах должна заключаться средняя крепость нити в генеральной совокупности, с вероятностью 0,997.

Средняя ошибка равна $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, т. е. $\frac{43{,}0}{10} = \pm 4{,}30$ г.

Предельная ошибка при заданной степени вероятности A равна $\mu \cdot 3$, т. е. $\pm 4{,}30 \cdot 3 = \pm 12{,}9$.

При проведении выборочного наблюдения часто возникает необходимость предварительного определения численности выборочной совокупности. Предположим, что мы хотим получить ошибку выборки вдвое меньшую, чем мы получили, т.е. ставим определенные условия: величина μ должна быть равна 2,15 вместо 4,30. Чтобы добиться уменьшения ошибки вдвое, нужно увеличить число наблюдений. Но на какое количество? Формула средней ошибки выборки позволяет ответить на этот вопрос:

$\mu = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, или $\mu^2 = \frac{\sigma^2}{n}$, а отсюда $n = \frac{\sigma^2}{\mu^2}$ или $\frac{\mu}{2} = \frac{\sigma}{2\sqrt{n}}; \frac{\mu}{2} = \frac{\sigma}{\sqrt{4n}}$, т. е. при сокращении ошибки вдвое численность выборки должна быть увеличена в четыре раза, при сокращении втрое объем выборки должен быть увеличен в девять раз и т. д. Следовательно, чтобы получить среднюю ошибку выборки, для нашего примера равную 2,15, нужно подвергнуть наблюдению не 100, а 400 нитей.

Для определения доли изучаемого признака пользуются формулой средней ошибки выборки, которая имеет следующий вид:

$$\mu = \sqrt{\frac{P(1-p)}{n}},$$

где P – доля единиц, обладающих данным признаком в генеральной совокупности.

Но этот показатель неизвестен, и его как раз нужно определить на основе выборочного наблюдения. Поэтому величина P заменяется частостью ω:

$$\mu = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}}.$$

Допустим, что нужно установить для нашего примера долю нитей, имеющих крепость 190 и больше. Частость (доля данного признака в выборочной совокупности) равна 0,56 $\left(\frac{56}{100}\right) = 0{,}56$.

Отсюда средняя ошибка для доли:

$$\mu = \sqrt{\frac{0{,}56(1-0{,}56)}{100}} = \sqrt{0{,}002464} = \pm 0{,}04956.$$

При заданной степени вероятности (0,997) предельная ошибка доли:

$$\Delta_p = t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}} = \pm 0{,}04956 \cdot 3 = \pm 0{,}14868.$$

Пределы генеральной доли определяем по формуле

$$P = \omega \pm \Delta_p.$$

Отсюда $P = 0{,}56 \pm 0{,}14868$.

7.3 Виды отбора единиц в выборочную совокупность

Для каждого конкретного выборочного наблюдения значение ошибки репрезентативности может быть определено по соответствующим формулам, которые зависят от вида, метода и способа формирования выборочной совокупности.

По виду различают индивидуальный, групповой и комбинированный отбор. При *индивидуальном отборе* в выборочную совокупность отбираются отдельные единицы генеральной совокупности; при *групповом отборе* – качественно однородные группы или серии изучаемых единиц; *комбинированный отбор* предполагает сочетание первого и второго видов.

Случайный отбор. Теория выборочного наблюдения прежде всего указывает на необходимость осуществления случайного отбора. Принцип случайного отбора состоит в том, что единицы для наблюдения отбираются из всей совокупности. При этом каждая единица генеральной совокупности имеет равную возможность попасть в выборочную совокупность.

По методу отбора различают *повторную* и *бесповторную выборки*.

При *повторной выборке* общая численность единиц генеральной совокупности в процессе выборки остаётся неизменной. Ту или иную единицу, попавшую в выборку, после регистрации снова возвращают в генеральную совокупность, и она сохраняет равную возможность со всеми прочими единицами при повторном отборе единиц вновь попасть в выборку. Такая выборка встречается редко. Чаще пользуются бесповторной выборкой.

Бесповторным называется такой отбор, когда отобранная единица не возвращается обратно в генеральную совокупность. Следовательно, численность генеральной совокупности с каждой отобранной единицей сокращается.

Способом отбора определяется конкретный механизм или процедура выборки единиц из генеральной совокупности. По степени охвата единиц совокупности различают *большие* и *малые* (менее 30 наблюдений) выборки.

В практике выборочных исследований наибольшее распространение получили следующие виды выборки: собственно-случайная, механическая, типическая, серийная, комбинированная.

Собственно-случайный отбор представляет собой отбор единиц из всей генеральной совокупности посредством жеребьёвки или какого-либо иного подобного способа, например, с помощью таблицы случайных чисел.

Механический отбор. При механическом отборе также применяется принцип случайного отбора. При этом из генеральной совокупности отбирается определенное число единиц через определенный интервал. При таком способе отбора генеральную совокупность механически разбивают на равные группы, число которых равно численности выборочной совокупности.

Если при случайном отборе возникает лишь возможность попадания в выборку представителей всех тех состояний, которыми характеризуется изучаемый признак общей совокупности, то механический отбор направлен на то, чтобы действительно обеспечить попадание в выборку таких представителей. При механическом отборе средняя ошибка выборки определяется по тем же формулам, как и при повторном случайном отборе.

Типический отбор используется в тех случаях, когда все единицы генеральной совокупности можно разбить на несколько типических групп. Типический отбор предполагает выборку единиц из каждой типической группы собственно-случайным или механическим способом.

Отбор единиц в типическую выборку может быть организован либо пропорционально объему типических групп, либо пропорционально внутригрупповой дифференциации признака.

Отобранное по каждой группе количество единиц является частной выборочной совокупностью n_i. Для каждой такой выборочной совокупности можно установить средний размер изучаемого признака $\overline{x_i}$ и среднее квадратическое отклонение $\overline{\sigma_i^2}$, которое характеризует внутригрупповую колеблемость признака в пределах своей группы. Этот показатель можно обобщить для всей совокупности в целом, т. е. найти показатель внутригрупповой колеблемости признака для всех групп совокупности, вместе взятых, $\overline{\sigma_i^2}$.

Чтобы получить общую выборочную среднюю для всех обследованных групп $\bar{x}$, надо из частных выборочных средних $\overline{x_i}$ вывести среднюю арифметическую взвешенную, причем в качестве весов можно взять или общую численность каждой группы, или численность выборки в каждой группе. Результат будет одинаковым, т. к. количество обследуемых единиц распределяется по группам пропорционально их удельному весу в общей совокупности.

Ошибка выборки при типическом отборе определяется по той же формуле, что и при случайном отборе, однако вместо общей дисперсии признака σ^2 в этой формуле участвует средняя дисперсия из внутригрупповых σ_i^2.

Чтобы получить общую выборочную среднюю для всех обследованных групп $\tilde{x}$, вывести среднюю арифметическую взвешенную, причем в качестве весов можно взять или общую численность каждой группы, или численность выборки в каждой группе. Результат будет одинаковым, т. к. количество обследуемых единиц распределяется по группам пропорционально их удельному весу в общей совокупности.

Серийная выборка. Иногда в практике выборочного наблюдения производят отбор целых групп единиц и внутри отобранных групп подвергают наблюдению все единицы без исключения. Для отбора серий применяют либо случайную выборку, либо механический отбор. Такая выборка называется *серийной.*

Серийный отбор имеет большое практическое значение, т. к. легче организовать отбор и изучение нескольких серий единиц, чем сотен отдельных единиц. Но серийный отбор оказывается менее точным в смысле репрезентативности изучаемых показателей, чем другие способы отбора.

Средняя ошибка серийной выборки исчисляется по формулам:

– при *повторном отборе* серий:

для средней $\mu = \sqrt{\dfrac{{\sigma_S}^2}{S}}$;

для доли $\mu = \sqrt{\dfrac{\omega_S(1-\omega_S)}{S}}$;

– при *бесповторном отборе* серий:

для средней $\mu = \sqrt{\frac{\sigma_S^2}{S}\left(1 - \frac{S}{R}\right)}$;

для доли $\mu = \sqrt{\frac{\omega_S(1-\omega_S)}{S}\left(1 - \frac{S}{R}\right)}$,

где σ_S^2 – межсерийный квадрат отклонений;

R – число серий в генеральной совокупности;

S – число отобранных серий;

ω_S – доля данного признака в среднем по всем обследованным сериям.

7.4 Определение необходимой численности выборки

Прежде чем приступить к проведению выборочного наблюдения, надо установить необходимую численность выборки, т. е. объем выборки, необходимый для того, чтобы обеспечить результаты выборочного наблюдения с заранее установленной точностью.

Необходимая численность выборки n определяется на основе формулы предельной ошибки выборки. Так, если выборка повторная, то n при собственно-случайном и механическом отборах определяется из формулы

$$\Delta_x = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}},$$

где t – коэффициент доверия, вычисляемый по таблицам в зависимости от вероятности.

Чтобы найти n, возведем обе части уравнения в квадрат и получим:

$$\Delta_x^2 = \frac{t^2\sigma^2}{n}, \text{ откуда } \Delta_x^2 n = t^2\sigma^2, \text{ а } n = \frac{t^2\sigma^2}{\Delta_x^2}.$$

Объем выработки при исчислении доли определяется по этой же формуле, только вместо σ^2 берется $\omega(1-\omega)$, т. е. $n = \frac{t^2\omega(1-\omega)}{\Delta_x^2\omega}$.

При бесповторном отборе численность выборки определяется из формулы

$$\Delta_x = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

Возведя обе части уравнения в квадрат, получим:

$$\Delta_x^2 = \frac{t^2\sigma^2}{n}\frac{N-n}{N}.$$

После преобразований имеем:

$$\Delta_x^2 nN + t^2\sigma^2 n = t^2\sigma^2 N; \quad n(\Delta_x^2 N + t^2\sigma^2) = t^2\sigma^2 N.$$

Отсюда $n = \dfrac{t^2\sigma^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2\sigma^2}$.

Аналогично исчисляется объем выборки и при определении доли, только вместо σ^2 берется $\omega(1-\omega)$.

Пример. В регионе имеется 2500 коров. Требуется определить необходимый объем собственно-случайной выборки для повторного и бесповторного отборов для того, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки при определении среднего годового убоя не превышал 20 кг при среднем квадратическом отклонении 300 кг.

По условию задачи N = 2500, t = 2, Δ_x =20 и σ =300.

Для бесповторного отбора:

$$n = \frac{t^2\sigma^2 N}{\Delta^2 N + t^2\sigma^2} = \frac{2^2 \cdot 300^2 \cdot 2500}{20^2 \cdot 2500 + 2^2 \cdot 300^2} = \frac{4 \cdot 90000 \cdot 2500}{400 \cdot 2500 + 4 \cdot 90000} = 662.$$

Таким образом, чтобы с вероятностью 0,954 получить предельную ошибку выборки не более 20 кг при среднем квадратическом отклонении 300 кг, необходимо отобрать из 2500 коров при повторном отборе 900, а при бесповторном – 662. Как видно, при прочих равных условиях объем выборки при бесповторном отборе меньше, чем при повторном.

Также исчисляется объем выборки и при определении доли. Определим по данным нашего примера, сколько нужно отобрать породных коров для выборочного наблюдения, чтобы ошибка доли с вероятностью 0,954 не превышала 3 % (Δ_ω = 0,03) при удельном весе породных коров в выборке, равном 80 % (ω = 0,8), N = 2500.

Для повторного отбора:

$$n = \frac{t^2\omega(1-\omega)}{\Delta_x^2} = \frac{2^2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2}{0{,}03^2} = \frac{6400}{9} = 711 \text{ коров.}$$

Для бесповторного отбора:

$$n = \frac{t^2\omega(1-\omega)N}{\Delta^2\omega N + t^2\omega(1-\omega)} = \frac{2^2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot 2500}{0{,}03^2 \cdot 2500 + 2^2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2} = \frac{1600}{2{,}25 + 0{,}64} = 554 \text{ коров.}.$$

При определении необходимой численности выборки d^2 и $p(\omega)$ генеральной и выборочной совокупностей неизвестны, причем σ^2 и ω выборочной совокупности могут быть получены в результате проведения выборочного наблюдения. А без них нельзя установить необходимую численность выборки. В таких случаях фактическое значение дисперсии заменяют приближенным, полученным в результате проведения аналогичного выборочного наблюдения или пробного для ориентировочного суждения о ее размерах. Если признак альтернативный, то исходят из того, что $\omega = 0,5$, а произведение $\omega(1 - \omega) = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$. Вообще, при определении выборочных данных для вычисления необходимой численности выборки исходят из максимально возможных значений.

Рассмотрим другой пример выборки при исчислении выборочной доли для бесповторного отбора.

Пример. Предполагается, что партия деталей содержит 8 % бракованных. Необходимо определить нужный объем выборки, чтобы с вероятностью 0,954 можно установить долю брака с погрешностью не более 2 %. Исследуемая партия 5 тыс. деталей.

Объем выборки при исчислении выборочной доли для бесповторного отбора определяется по формуле

$$n = \frac{t^2\omega(1-\omega)N}{\Delta_x^2\omega N + t^2\omega(1-\omega)}.$$

По условию задачи $t = 2$, доля бракованных деталей $\omega = 0,08$, $\omega(1-\omega) = 1 - 0,08 = 0,92$. Предельная ошибка доли по условию $\Delta_\omega = 0,02$, а $N = 5000$.

Подставляем эти данные в формулу

$$n = \frac{22 \cdot 0,08 \cdot 0,92 \cdot 5000}{0,02 \cdot 5000 - 22 \cdot 0,08 \cdot 0,92} - \frac{4 \cdot 0,0736 \cdot 5000}{0,000 \cdot 45000 - 4 \cdot 0,0736} = \frac{1472}{22944} \approx 642 .$$

Чтобы с вероятностью 0,954 можно было утверждать, что предельная ошибка доли брака не превышает 2 %, необходимо из 5000 деталей отобрать 642.

7.5 Способы распространения выборочных результатов на генеральную совокупность

Конечной целью выборочного наблюдения является характеристика генеральной совокупности на основе выборочных результатов. Распространение выборочных результатов на генеральную совокупность осуществляется разными способами. Обычно применяется: способ прямого пересчета и способ коэффициентов.

Способ прямого пересчета состоит в том, что средняя величина признака, найденная посредством выборки, умножается на число единиц генеральной совокупности.

Например, необходимо определить средний процент брака в партии консервов, состоящей из 10000 банок. Для выборочного наблюдения в случайном порядке было отобрано 900 банок. Анализ качества отобранных банок консервов показал, что средний процент брака в данной совокупности составил 1,5 %. Среднее квадратическое отклонение равно 0,3 %. Максимальная ошибка выборочного наблюдения с вероятностью 0,997 равна 0,3 %.

Таким образом, средний процент брака в генеральной совокупности находится в пределах 1,5 $\pm$ 0,3 %, т. е. колеблется от 1,2 до 1,8 %.

Имея данные об общей величине партии, определяем общее количество бракованных банок, которое будет колебаться в пределах 1,8–1,2 % от 10000, или 180–120 единиц. Можно пределы не указывать, а пользоваться средней выборочной как генеральной средней. Тогда среднее количество бракованных банок в генеральной совокупности составит 1,5 % от 10000, т. е. 150 единиц.

Второй способ, или *способ коэффициентов*, применяется тогда, когда выборочное обследование проводится в целях проверки данных сплошного наблюдения.

Сущность этого метода заключается в том, что на основании сопоставления данных сплошного и данных выборочного наблюдений устанавливают процент расхождений, который и служит коэффициентом поправки, налагаемой на данные сплошного наблюдения.

Например. Имеются данные о количестве скота, находящегося в личном пользовании согласно переписи, а также согласно контрольному обходу (таблица 8).

Таблица 8 – **Количество скота, находящегося в индивидуальном пользовании населения**

Группа скота	Учтено во всех хозяйствах по переписи	Учтено в хозяйствах, подвергнутых контрольному обходу		За время, прошедшее от переписи до контрольного обхода в хозяйствах, подвергнутых контрольному обходу	
		по переписи	при контрольном обходе	прибыло	убыло
А	1	2	3	4	5
Коровы	9200	850	863	6	2

Нетели и телки, рожденные в прошлом году и старше	1200	140	144	4	1
Телки, рожденные в этом году	800	80	87	2	-
И т о г о	10200	1070	1094	12	3

Чтобы определить процент недоучета, нужно найти разность между данными контрольного обхода и данными сплошного наблюдения, а затем полученную величину разделить на данные сплошного наблюдения.

При переписи недоучета составит:

для коров 863 – 850 – 6 + 2 = 9;

нетелей 144 – 140 – 4 + 1 = 1;

телок 87 – 80 – 2 = 5.

Данные контрольного обхода о количестве телок сопоставляют с данными переписи.

Отсюда коэффициент недоучета коров $\frac{9 \cdot 100}{850} = 1{,}06\ \%$.

Коэффициент недоучета нетелей – $\frac{1 \cdot 100}{140} = 0{,}72\ \%$

Коэффициент недоучета телок – $\frac{5 \cdot 100}{8} = 6{,}25\ \%$.

Полученные результаты выборочного наблюдения (проценты недоучета) распространяются на всю совокупность.

Для этого поправочные коэффициенты (проценты недоучета) умножаем на данные сплошного наблюдения, полученные в результате переписи скота во всех хозяйствах (таблица 9).

Таблица 9 – **Расчет фактического количества поголовья скота при помощи поправочных коэффициентов (процент недоучета)**

Группы скота	Поправочные коэффициенты	Учтено во всех хозяйствах	Колличество скота с поправкой на данные выборочного обследования
А	1	2	3
Коровы	1,06	9200	9298
Нетели	0,72	1200	1209
Телки	0,25	800	850
И т о г о	–	11200	11355

Т е с т ы   и   з а д а ч и

1 Отклонение выборочных характеристик от соответствующих характеристик генеральной совокупности, возникающее вследствие нарушения принципа случайности отбора, называется:

а) систематической ошибкой репрезентативности;

б) случайной ошибкой репрезентативности.

2 Отклонение выборочных характеристик от соответствующих характеристик генеральной совокупности, возникающее вследствие несплошного характера наблюдения, называется:

а) систематической ошибкой репрезентативности;

б) случайной ошибкой репрезентативности.

3 Чтобы уменьшить ошибку выборки, рассчитанную в условиях механического отбора, можно:

а) уменьшить численность выборочной совокупности;

б) увеличить численность выборочной совокупности;

в) применить серийный отбор;

г) применить типичный отбор.

4 Средняя из групповых дисперсий в генеральной совокупности составляет 64 % общей дисперсии. Средняя ошибка выборки при механическом отборе из этой совокупности будет при одном и том же объеме выборки:

а) 36 %;

б) 64 %;

в) 25 %;

г) предсказать результат невозможно.

5 Проведено собственно-случайное бесповторное обследование заработной платы сотрудников аппарата управления двух финансовых корпораций. Обследовано одинаковое число сотрудников. Дисперсия заработной платы для двух финансовых корпораций одинакова, а численность аппарата управления больше на первой корпорации. Средняя ошибка выборки:

а) больше на первой корпорации;

б) больше на второй корпорации;

в) на обеих корпорациях одинакова;

г) данные не позволяют сделать вывод.

6 Проведено обследование: 1) восьми кафе района с целью изучения их санитарного состояния; 2) шести магазинов из 40, переведенных на новый

график работы, с целью определения эффективности внедрения нового графика в магазинах города. Выборочным обследованием является:

а) не 1 и не 2;

б) 1; 2;

в) 1;

г) 2.

7 По данным 10%-ного выборочного обследования дисперсия средней заработной платы сотрудников первого туристического агентства 225, а второго – 100. Численность сотрудников первого туристического агентства в четыре раза больше, чем второго. Ошибка выборки больше:

а) в первом туристическом агентстве;

б) во втором туристическом агентстве;

в) ошибки одинаковы;

г) предсказать результат невозможно.

8 При выборочном обследовании продуктивности скота в фермерских хозяйствах вначале отбирались группы фермерских хозяйств определенного производственного направления, а в отобранных группах – отдельные хозяйства. Этот отбор:

а) серийный;

б) типический;

в) двухступенчатый;

г) двухфазный.

9 При отборе рабочих экспедиторских фирм для обследования причин потерь рабочего времени были заведомо исключены рабочие, имеющие сокращенный рабочий день. Результаты обследования содержат:

а) систематическую ошибку регистрации;

б) систематическую ошибку репрезентативности.

10 На таможенном посту проверено 36 % ручной клади пассажиров. Ошибка собственно-случайной бесповторной выборки меньше ошибки повторной выборки:

а) на 10 %;

б) 19 %;

в) 1 %;

г) предсказать результат невозможно.

11 С целью определения трудоемкости изготовления деталей на предприятии произведен хронометраж работы 50 рабочих, отобранных в случайном порядке. По данным обследований получили x = 10 мин при s = 1 мин. Определите:

а) как изменится ошибка выборки, если объем выборочной совокупности, увеличить в 1,5 раза?

б) как скажется на ошибке выборки увеличение дисперсии в 2 раза;

в) как изменится ошибка выборки, если с увеличением дисперсии в 1,44 раза объем выборочной совокупности увеличить в 2,56 раза;

г) как изменится ошибка выборки, если численность генеральной совокупности будет в 3 раза больше.

12 В порядке механической выборки обследован возраст 100 студентов вуза из общего числа 2000 человек. Результаты обработки материалов наблюдения приведены в таблице:

Возраст, лет	17	18	19	20	21	22	23
Число студентов, чел.	11	13	18	23	17	10	8

Установите: а) средний возраст студентов вуза по выборке;

б) величину стандартной ошибки при определении возраста студентов на основе выборки;

в) вероятные пределы колебания возраста для всех студентов при вероятности 0,997.

8 РЯДЫ ДИНАМИКИ

8.1 Понятие рядов динамики

Одной из важнейших задач статистики является изучение изменений анализируемых показателей во времени, т. е. их динамика. Эта задача решается при помощи анализа рядов динамики (или временных рядов).

Рядом динамики называется ряд последовательно расположенных в хронологическом порядке статистических показателей, характеризующих изменение общественных явлений во времени.

Каждый ряд динамики состоит из даты времени, периода времени и статистических данных, которые называются *уровнями ряда динамики.* Выявление основной тенденции в изменении уровней, именуемой *трендом,* является одной из главных задач анализа рядов динамики.

Ряды динамики делят на ряды динамики абсолютных величин и ряды динамики производных величин. Ряды динамики абсолютных величин подразделяются на моментный и интервальный ряды динамики.

Моментный ряд динамики показывает состояние каких-либо явлений на определенный момент времени. Например, на начало, конец года, квартала, месяца.

Интервальный ряд динамики показывает статистические данные, т. е. цифровые данные, характеризующие размеры явлений за определенный промежуток времени (за ряд месяцев, лет и т. д.).

Особенностью интервальных рядов динамики является то, что итоги, полученные в результате суммирования составляющих их данных, имеют вполне реальное содержание, в отличие от моментных рядов динамики интервальные ряды обладают следующим свойством: их *уровни можно складывать*. Уровни моментного ряда при своем сложении не дают новых уровней, т. е. их *суммировать нельзя*, так как явления, выраженные моментными рядами, получают не сплошную, а прерывистую характеристику.

Если уровни ряда представляют собой не непосредственно наблюдаемые значения, а производные величины: средние или относительные, то такие ряды называются *производными.*

Относительный ряд динамики – это ряд цифровых данных, характеризующих изменение относительных размеров либо экономических, либо социальных явлений. Например, динамика доли городского и сельского населения (%).

Ряд динамики средних величин показывает изменение средних размеров признаков общественно-экономических явлений во времени, например, среднего уровня доходов населения.

По расстоянию между уровнями ряды динамики бывают *с равностоящими и неравностоящими уровнями во времени.*

Ряды динамики могут быть изображены графически. *Графическое изображение* позволяет наглядно представить развитие явления во времени и способствует проведению анализа изменения уровней рассматриваемого ряда. Наиболее распространённым видом графического изображения для аналитических целей является *линейная диаграмма*, которая строится в прямоугольной системе координат: на оси абсцисс откладывается время, а на оси ординат – уровни ряда.

Наряду с линейной диаграммой для графического изображения рядов динамики используется *столбиковая диаграмма*.

8.2 Правила построения рядов динамики

При построении динамических рядов необходимо соблюдать определённые правила: основным условием для получения правильных выводов при анализе рядов динамики и прогнозировании его уровней является сопоставимость уровней динамического ряда между собой.

Статистические данные должны быть сопоставимы по территории, кругу охватываемых объектов, единицам измерения, времени регистрации, ценам, методологии расчёта и др.

Сопоставимость по территории предполагает сравнение одноимённых показателей в границах одной и той же территории, например, динамика экономической мощи страны; изменение границ влияет на численность населения, объём производства продукции.

Сопоставимость по кругу охватываемых объектов означает сравнение совокупностей с равным числом элементов. При этом нужно иметь в виду, что сопоставляемые показатели динамического ряда должны быть однородны по экономическому содержанию и границам объекта. Например, при характеристике динамики численности студентов высших учебных заведений по годам нельзя в одни годы учитывать только численность студентов дневного обучения, а в другие – численность студентов всех видов обучения. Несопоставимость может возникнуть вследствие перехода ряда объектов из одного подчинения в другое.

Сопоставимость по времени регистрации для интервальных рядов обеспечивается равенством периодов времени, за которые приводятся данные. Нельзя, например, при изучении ритмичности работы предприятия сравнивать данные о доли продукции по декадам, так как число рабочих дней по отдельным декадам может быть разным, что приводит к различию в объёме выпуска продукции.

Для моментных рядов динамики показатели следует приводить на одну и ту же дату, например на 1 число каждого месяца.

При приведении к сопоставимому виду продукции, измеренной в стоимостном выражении, необходимо учитывать непрерывное *изменение цен* и существование разных видов цен. Количество продукции, произведенное в разные периоды, оценивают в ценах одного и того же базисного периода, которые называют *неизменными* или *сопоставимыми*.

Рассмотренные примеры показывают, что часто приходится иметь дело с такими несопоставимыми данными, которые могут быть приведены к сопоставимому виду дополнительными расчётами. В ряде случаев несопоставимость может быть устранена путём обработки рядов динамики приёмом, который носит название *смыкание рядов динамики.* Если, например, имеются два ряда показателей, характеризующих динамику одного и того же явления в новых и старых границах по одному и тому же кругу объектов, то такие динамические ряды можно сомкнуть.

Чтобы показатели в рядах динамики (таблица 10) были сопоставимы, рассчитаем коэффициент соотношения уровней двух рядов по данным 2003 г.: $k = 168 / 140 = 1{,}20$. Умножая на этот коэффициент уровни первого ряда, получаем скорректированные данные за 2000–2002 гг. в новых границах, млрд д. е:

$Y_{2000} = 120 \cdot 1{,}2 = 144;$

$Y_{2001} = 125 \cdot 1{,}2 = 150;$

$Y_{2002} = 130 \cdot 1{,}2 = 156.$

Сомкнутый сопоставимый ряд представлен в таблице 10. Смыкание рядов даёт возможность устранить несопоставимость уровней и получить представление о динамике за весь период.

Таблица 10 – **Динамика объёма реализации продукции объединения в сопоставимых ценах, млрд. д.е. (по годам)**

Объём реализации	Годы						
	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Продукция 10 предприятий	120	125	130	140	–	–	–
Продукция 12 предприятий	–	–	–	168	180	195	215
Сопоставимый ряд	144	150	156	168	180	195	215

8.3 Показатели ряда динамики

При изучении динамики общественных явлений возникает проблема описания интенсивности изменения и расчёта средних показателей динамики. Анализ интенсивности изменения во времени осуществляется с помощью показателей, получаемых при сравнении уровней, к таким показателям относят: *абсолютный прирост* (Δy), *темп роста* ($T_{\text{р}}$), *темп прироста* ($T_{\text{пр}}$), *абсолютное значение одного процента прироста* ($\Delta\ 1\ \%_{\text{пр}}$).

Система средних показателей включает *средний уровень ряда, средний абсолютный прирост, средний темп роста, средний темп прироста.*

Показатели рядов динамики могут рассчитываться двумя методами – базисным и цепным. При расчете *базисным* методом все уровни ряда относятся к уровню одного какого-либо периода, принятого им за базу, т. е. за 100 % или за единицу:

$$\frac{y_1}{y_0};\ \frac{y_2}{y_0};\ \frac{y_3}{y_0};\ \frac{y_4}{y_0};\ \ldots\ \frac{y_n}{y_0}.$$

При расчете *цепным* методом уровень каждого периода относится к уровню предыдущего периода:

$$\frac{y_1}{y_0};\ \frac{y_2}{y_1};\ \frac{y_3}{y_2};\ \frac{y_4}{y_3};\ \ldots\ \frac{y_n}{y_{n-1}}.$$

Цепные и базисные темпы роста находятся во взаимосвязи. Если последовательно перемножить цепные темпы роста, получим базисные темпы роста. Можно преобразовать и базисные темпы роста в цепные. Для этого нужно каждый последующий темп роста разделить на предыдущий базисный темп роста.

Абсолютный прирост характеризует размер увеличения (или уменьшения) уровня ряда за определенный период времени. Он равен разности двух сравниваемых уровней, показывает абсолютную скорость роста и выражается в единице изменения ряда:

$$\Delta y = y_1 - y_2.$$

Пример. Предположим, розничный товарооборот торгового предприятия за 1 квартал (y_1) составил 2000 тыс. д. е., за I I квартал (y_2) – 2200 тыс. д. е.

В нашем примере абсолютный прирост

$$\Delta y = y_1 - y_2 = 2200 - 2000 = 200 \text{ тыс. д. е.}$$

Цепные и базисные абсолютные приросты связаны между собой: *сумма последовательных цепных абсолютных приростов равна базисному, т. е. общему приросту за весь промежуток времени.*

Для характеристики интенсивности, т. е. относительного изменения уровня ряда за какой-либо период времени исчисляют темпы роста (снижения).

Коэффициент роста есть отношение последующего уровня к предыдущему:

$$K_p = \frac{y_2}{y_1} = \frac{2200}{2000} = 1{,}1 \text{ раза.}$$

Коэффициент прироста равен коэффициенту роста минус единица:

$$K_{\text{пр}} = K_{\text{р}} - 1 = 1{,}1 - 1{,}0 = 0{,}1 \text{ раза.}$$

Между цепными и базисными коэффициентами роста существует взаимосвязь: *произведение последовательных цепных коэффициентов роста равно базисному коэффициенту роста за весь период, а частное от деления последующего базисного темпа роста на предыдущий равно соответствующему цепному темпу роста.*

Относительную оценку скорости изменения уровня ряда в единицу времени дают показатели темпа прироста (сокращения).

Темп роста рассчитывается так же, как и коэффициент роста, только результат выражается не в единицах или её долях, а в процентах:

$$T_p = \frac{y_2 \cdot 100}{y_1} = \frac{2200 \cdot 100}{2000} = 110 \ \%.$$

Темп прироста равен темпу роста минус 100 %:

$$T_{пр} = T_{р} - 100 = 110 - 100 = 10\ \%.$$

Абсолютное значение 1 % прироста равно абсолютному приросту, деленному на темп прироста:

$$\Delta 1\%_{пр} = \frac{\Delta y}{T_{пр}} = \frac{200\ \text{тыс. д.е.}}{10\ \%} = 20\ \text{тыс. д. е.}$$

Этот показатель получается в тех же именованных числах, что и уровни ряда. В нашем примере он показывает, что каждый процент прироста составляет 20 тыс. д. е.

Для обобщающей характеристики динамики исследуемого явления определяют средние показатели: *средние уровни ряда и средние показатели изменения уровней ряда.*

Каждый ряд динамики состоит из ряда последовательных уровней. Могут быть начальные, средние и конечные уровни динамического ряда.

Рассмотрим, как рассчитываются средние уровни в моментном и интервальном рядах динамики, например, при выпуске блюд комбинатом общественного питания за период с 2000 по 2005 год. (таблица 11).

Таблица 11 – **Выпуск блюд комбинатом общественного питания, тыс. блюд**

Годы	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Произведено блюд	2437,2	2657,0	2907,9	3144,4	3295,2	3477,9

Сколько же в среднем за год было выпущено блюд за период с 2000 по 2005 год?

Средняя из этого интервального ряда вычисляется как средняя арифметическая простая из отдельных уровней:

$$\overline{y_a} = \frac{\sum y}{n} = \frac{234{,}7 + 265{,}0 + 290{,}9 + 314{,}4 + 329{,}5 + 347{,}9}{6} = 298{,}6\ \text{тыс. блюд.}$$

Средний уровень для моментного ряда динамики, в котором промежутки между датами равны, вычисляются по формуле средней хронологической моментного ряда:

$$y_{хрон.} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + ... + \frac{y_n}{2}}{n-1},$$

где y_1 – начальный уровень ряда;

y_n – конечный уровень ряда;

n – число дат.

Пример. Произведем расчет среднего уровня моментного ряда. В таблице 12. показаны товарные запасы крупного торгового предприятия на конец года в сопоставимых ценах.

Таблица 12 – **Товарные запасы ОАО «Татьяна», тыс. д. е.**

Годы	2000	2001	2002	2003	2004
Товарные запасы	26528	27567	29073	31561	35253

Среднегодовой запас товаров ОАО «Татьяна» за пятилетний период составил следующую сумму:

$$У_{хрон.} = \frac{\frac{26528}{2} + 27567 + 29073 + 31561 + \frac{35253}{2}}{5-1} = 29772{,}9 \text{ тыс. д. е.}$$

Формула средней хронологической приемлема в тех случаях, если уровни ряда динамики равно отстоят друг от друга.

Если же в *моментном ряду динамики присутствуют неравные интервалы*, то применяется средняя хронологическая взвешенная:

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t} = \frac{y_1 + y_2}{2} t_1 + \frac{y_2 + y_3}{2} t_2 + ... + \frac{y_{n-1} + y_n}{2} t_n .$$

Пример. Средняя численность работников предприятий розничной торговли характеризуется данными, приведенными в таблице 13.

Таблица 13 – **Средняя численность работников предприятий розничной торговли, тыс, чел.**

Годы	Численность работников
1970	2203
1980	2802
1990	2768
1995	3136
2000	3109

Требуется определить средний уровень моментного ряда динамики средней численности работников предприятий розничной торговли:

$$\bar{y} = \frac{\frac{2203 + 2802}{2} \cdot 10 + \frac{2802 + 2768}{2} \cdot 10 + \frac{2768 + 3136}{2} \cdot 5 + \frac{3136 + 3109}{2} \cdot 5}{30} = 2603 \text{ тыс. чел.}$$

Средний абсолютный прирост (убыль) представляет собой обобщённую характеристику индивидуальных абсолютных приростов ряда динамики:

$$\overline{\Delta y} = \frac{\sum_{t=2}^{n} \Delta y_t}{n-1},$$

где n – число цепных абсолютных приростов (Δy_t) в изучаемом периоде.

При анализе развития явления часто возникает потребность дать обобщающую характеристику интенсивности развития за длительный период времени, для этого исчисляют среднегодовые темпы роста. *Средний темп роста (снижения)* для равностоящих рядов динамики вычисляется по формуле средней геометрической:

$$\overline{x_a} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}}.$$

В этой формуле n означает число лет, включая и базисный период.

Средние темпы прироста (сокращения) $T_{пр}$ рассчитываются на основе средних темпов роста вычитанием из последних 100 %. Соответственно при исчислении средних коэффициентов прироста $K_{пр}$ из значения коэффициентов роста вычитается 1:

$$T_{пр} = T_{р} - 100; \quad K_{пр} = K_{р} - 1.$$

Если уровни ряда динамики снижаются, то средний темп роста будет меньше 100 %, а средний темп прироста – отрицательной величиной. Отрицательный темп прироста представляет собой средний темп сокращения и характеризует среднюю относительную скорость снижения уровня.

Сравнительные характеристики направления и интенсивности роста, одновременно развивающихся во времени явлений, определяются *приведением рядов динамики к общему (единому) основанию и расчётом коэффициентов опережения (отставания).*

По исходным уровням нескольких рядов динамики определяют *базисные темпы роста или прироста.* Принятый при этом за базу сравнения период времени (дата) выступает в качестве постоянной базы расчётов темпов роста для каждого из изучаемых рядов динамики. В зависимости от целей исследования базой может быть начальный, средний или конечный уровень ряда.

По данным таблицы 14 видно снижение объёмов производства продукции машиностроения, как в России, так и в Беларуси (данные условные). Однако непосредственно по ним нельзя определить, в какой стране это снижение идёт быстрее, т. к. различны значения абсолютных уровней этих рядов. Приведём абсолютные уровни рядов к одному основанию, приняв за базу сравнения уровни 2000 г., и получим сравнимые показатели – базисные темпы изменения, которые показывают, что темпы снижения объёмов производства продукции машиностроения в России заметно превосходят соответствующие показатели Беларуси.

Таблица 14 – **Динамика объёмов производства продукции машиностроения**

Показатель	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Россия:						
Объём производства	168 413	151 572	128 988	108 865	75 335	68 027
Базисный темп изменения	100	90	77	65	45	40
Белоруссия:						
Объём производства	14 272	15 000	13 680	13 666	11 739	9 110
Базисный темп изменения	100	105	96	95,8	82	64

Сравнение интенсивности изменений уровней рядов во времени возможно с помощью *коэффициентов опережения (отставания)*, представляющих собой отношение базисных темпов роста (или прироста) двух рядов динамики за одинаковые отрезки времени. *Коэффициент опережения (отставания)* $K_{\text{оп}}$ показывает, во сколько раз быстрее растёт (отстаёт) уровень одного ряда динамики по сравнению с другим. При этом сравнении темпы должны характеризовать тенденцию одного направления.

Для нашего примера $K_{\text{оп}} = 64 / 40 = 1{,}6$. Это значит, что производство продукции машиностроения в России за рассматриваемый период сокращалось в 1,6 раза быстрее, чем в Беларуси.

8.4 Методы анализа основной тенденции развития в рядах динамики

Одной из важнейших задач статистики является определение в рядах динамики *общей тенденции развития явления.*

На развитие явления во времени оказывают влияние факторы, различные по характеру и силе воздействия. Одни из них оказывают практически постоянное воздействие и формируют в рядах динамики определённую *тенденцию* развития. Воздействие же других факторов может быть кратковременным или носить случайный характер. Поэтому при анализе динамики речь идёт не просто о тенденции развития, а об *основной тенденции*, достаточно стабильной на протяжении изученного этапа развития.

Основной тенденцией развития (трендом) называется плавное и устойчивое изменение уровня явления во времени, свободное от случайных колебаний. Задача состоит в том, чтобы выявить общую тенденцию в изменении уровней ряда, освобождённую от действия различных случайных факторов. С этой целью ряды динамики сглаживаются (выравниваются).

Выравнивание (сглаживание) производится:

1) методом укрупнения интервалов;
2) способом скользящей (подвижной) средней;
3) аналитическим способом.

Одним из наиболее простых методов изучения основной тенденции в рядах динамики является *укрупнение интервалов*. Он основан на укрупнении периодов времени, к которым относятся уровни ряда динамики. Например, ряд ежесуточного выпуска продукции заменяется рядом месячного выпуска продукции.

При выравнивании способом *скользящей средней* укрупняется интервал и вместо каждого уровня заданного ряда берутся средние из окружающих его уровней с той и другой стороны. Получается средняя, охватившая группу 3,5,7 уровней, в середине которых находится рассчитанный средний уровень:

$$\frac{y_1 + y_2 + y_3}{3};\ \frac{y_2 + y_3 + y_4}{3};\ \frac{y_3 + y_4 + y_5}{3}.$$

Пример. Имеются следующие данные о выгрузке из вагонов картофеля (таблица 15). Произведем расчет подвижной средней путем сглаживания уровней ряда динамики.

Таблица 15 – **Расчет подвижной трехмесячной средней по выгрузке картофеля из вагонов, т**

В тоннах

Месяцы	Отгрузка картофеля	Подвижная трехмесячная сумма	Подвижная трехчленная средняя
Январь	40,4	–	–
Февраль	36,8	40,4 + 36,8 + 40,6 = 117,8	117,8:3 = 39,27
Март	40,6	36,8 + 40,6 + 38,0 = 115,4	115,4:3 = 38,47
Апрель	38,0	40,6 + 38,0 + 42,2 = 120,8	120,8:3 = 40,3
Май	42,2	38,0 + 42,2 + 48,5 = 115,4	115,4 : 3 = 38,5
Июнь	48,5	–	–

Сглаженный ряд по трём месяцам короче фактического на один уровень в начале и в конце.

При подвижной пятичленной сумме в выровненном ряду будут отсутствовать показатели первых двух начальных и конечных двух членов. Недостатком сглаживания ряда является «укорачивание» по сравнению с фактическим, а следовательно, потеря информации.

Для того чтобы создать количественную модель, выражающую основную тенденцию изменения уровней динамического ряда во времени, используется *аналитическое выравнивание*, при котором общая тенденция развития рассчитывается как функция времени:

$$\hat{y}_t = f(t),$$

где $\hat{y}_t$ – уровни динамического ряда, вычисленные по соответствующему аналитическому уравнению на момент времени t.

Определение теоретических (расчётных) уровней $\hat{y}_t$ производится на основе так называемой *адекватной математической модели*, которая наилучшим образом отображает (аппроксимирует) основную тенденцию ряда динамики. Выбор типа модели зависит от цели исследования и должен быть основан на теоретическом анализе, выявляющем характер развития явления, а также на графическом изображении ряда динамики.

Подбор адекватной функции осуществляется методом наименьших квадратов, который предполагает, что отклонение суммы квадратов между теоретическими $\hat{y}_t$ и эмпирическими y_i уровнями должно быть минимальным:

$$\Sigma\,(\hat{y}_t - y_i) = \min.$$

Подбор математической функции зависит от типа развития рассматриваемого явления.

Равномерное развитие. Для него характерны постоянные абсолютные приросты, основная тенденция развития описывается линейной функцией

$$\overline{y_t} = a_0 + a_1 t,$$

где $\overline{y_t}$ – уровень, найденный по уравнению;

a_0 и a_1 – параметры уравнения, которые при применении способа наименьших квадратов находятся из решения системы нормальных уравнений;

t – время или иной аргумент.

Равноускоренное (равнозамедленное) развитие. Уровни таких рядов динамики изменяются с постоянными темпами прироста. Основная тенденция развития в таких рядах динамики отображается функцией параболы второго порядка

$$\overline{y_t} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 .$$

Развитие с переменным ускорением (замедлением). Для этого типа динамики основная тенденция развития выражается функцией параболы третьего порядка:

$$\overline{y_t} = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3.$$

Развитие по экспоненте. Этот тип динамики характеризуют стабильные темпы роста. Основная тенденция в рядах динамики отображается показательной функцией

$$\overline{y_t} = a_0 a_1^{t}.$$

Развитие с замедлением роста в конце периода. Основная тенденция развития в этих рядах динамики выражается полулогарифмической функцией

$$\overline{y_t} = a_0 + a_1 \lg t.$$

При аналитическом выравнивании могут быть использованы и другие функции:

степенная $\overline{y_t} = a_0 t^{a1}$;

гиперболы $\overline{y_t} = a_0 + a_1\, 1/\, t$.

Аналитическое выравнивание динамического ряда по прямой. Выравнивание по прямой – это нахождение плавного изменения уровня ряда динамики согласно уравнению прямой

$$\overline{y_t} = a_0 + a_1 t,$$

где $\overline{y_t}$ – теоретический уровень, найденный по уравнению;

a_0 и a_1 – параметры уравнения;

t – время или иной аргумент.

Параметры a_0 и a_1 согласно методу наименьших квадратов находятся из решения системы нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum t = \sum y \\ a_0\sum t + a_1\sum t^2 = \sum yt. \end{cases}$$

Расчёт параметров значительно упрощается, если за начало отсчёта времени (t = 0) принять центральный интервал (момент). При чётном числе уровней значения условного обозначения времени t будут такими:

2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.
– 3	– 1	+ 1	+ 3

При нечётном числе уровней:

2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.
– 2	– 1	0	+ 1	+ 2

В обоих случаях $\Sigma t = 0$, система уравнений принимает вид:

$$\Sigma y = na_0;$$
$$\Sigma yt = a_1\, \Sigma t^2.$$

из первого уравнения – $a_0 = \dfrac{\sum y}{n}$;

из второго уравнения – $a_1 = \dfrac{\sum yt}{\sum t^2}$;

n – число членов ряда.

Пример. Урожайность зерновых в фермерском хозяйстве представлена следующим рядом динамики (таблица 16), который мы выравниваем по прямой.

Таблица 16 – **Данные об урожайности зерновых в фермерском хозяйстве и выравнивание по прямой динамического ряда**

Годы	Урожай (y), ц/га	t	t^2	yt	$\overline{y}_t$
1996	8,5	– 7	49	– 59,5	8,74
1997	8,7	– 5	25	– 48,5	9,10
1998	8,3	– 3	9	24,9	9,46
1999	10,5	– 1	1	10,5	9,82
2000	10,4	+ 1	1	10,4	10,18
2001	11,4	+ 3	9	34,2	10,54
2002	9,2	+ 5	25	46,0	10,90
2003	12,0	+ 7	49	84,0	11,26
С у м м а	80,0	0	168	31,2	–

По приведенным выше формулам найдем a_0 = 10,00 и a_1 = 0,18. Уравнение прямой будет $\overline{y}_t = 10{,}00 + 0{,}18t$. Таким образом, выровненный по прямой динамический ряд урожайности зерновых фермерского хозяйства будет иметь следующие значения: 1996 год – 8,7; 1997 – 9,10; 1998 – 9,4; 1999 – 9,82; 2000 – 10,18; 2001 – 10,54; 2002 – 10,90; 2003 – 11,26 центнеров.

Параболическое выравнивание динамического ряда – это нахождение плавного изменения уровня ряда в предположении о его развитии по параболе (кривой n-го порядка). Уравнение кривой 2-го порядка: $y = a + a_1t + a_2t^2$. Уравнение кривой 3-го порядка: $y = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$. Уравнение кривой n-го порядка: $y = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \ldots + a_nt^n$. Параболическое выравнивание сводится по существу к определению параметров кривой a_0, a_1, $a_2 \ldots a_n$. Для этого при применении способа наименьших квадратов необходимо решить систему нормальных уравнений.

Так, например, для выравнивания по кривой 2-го порядка $y = a_0 + a_1t + a_2t^2$ система нормальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum t + a_2\sum t^2 = \sum y; \\ a_0\sum t + a_1\sum t^2 + a_2\sum t^3 = \sum yt; \\ a_0\sum t^2 + a_1\sum t^3 + a_2\sum t^4 = \sum yt^2. \end{cases}$$

Число уравнений зависит от степени свободы n кривой. Так, для определения параметров уравнения параболы необходимо решить систему трех уравнений с тремя неизвестными, для определения параметров уравнения кривой 3-го порядка – систему четырех уравнений с четырьмя неизвестными и т. д. В решении вопроса о применимости параболического выравнивания по параболе того или иного порядка существенную помощь оказывает метод конечных разностей.

Конечные разности – это соотношение вида:

$\Delta f(x_n) = f(x_{n+1}) - f(x_n)$ – разность первого порядка;
$\Delta^2 f(x_n) = \Delta f(x_{n+1}) - \Delta f(x_n)$ – разность второго порядка;
$\Delta^k f(x_n) = \Delta^{k-1} f(x_{n+1}) - \Delta^{k-1} f(x_n)$ – разность k-го порядка,

где $x_n = x_0 + nh$; h – постоянное,
n – целое число.

Конечные разности исследуют функции при прерывном значении аргумента. Например, полагая, что разность двух последовательных значений x равна 1, и имея значения функции $f(x)$, получим следующие конечные разности:

x	$f(x)$	$\Delta f(x)$	$\Delta^2 f(x)$	$\Delta^3 f(x)$	$\Delta^4 f(x)$
0	1				
		2			
1	3		2		
		4		6	
2	7		8		0
		12		6	
3	19		14		0
		26		6	
4	45		20		
		46			
5	91				

Конечные разности можно применить к изучению ряда динамики, взяв за аргумент время, а за функцию его уровни. В частности, используя свойство, по которому конечные разности кривой первого и более высокого порядка для функций n-й степени равны нулю, а конечные разности n-го порядка постоянны, с помощью анализа конечных разностей можно в известной мере судить о применимости тех или иных формул для определения основной тенденции развития динамических рядов. Так, линейная функция характеризуется постоянством первой разности и равенством нулю третьей разности. Кривая 3-го порядка характеризуется постоянством второй разности и равенством нулю третьей разности. Кривая 4-го порядка характеризуется постоянством третьей разности и равенством нулю четвертой разности и т. п.

Результаты аналитического выравнивания рядов динамики представляются в виде графиков фактических и расчётных (теоретических) значений.

8.5 Методы изучения сезонных колебаний

Сезонные колебания в рядах динамики являются результатом влияния природно-климатических условий, общих экономических факторов и других воздействий.

*Суть сезонности заключается в разрыве между периодом производства и рабочим периодом: чем больше этот разрыв, тем выше показатель сезонности***.** Время производства – это время, необходимое для производства того или иного готового продукта. Время производства состоит как из рабочего периода, так и из времени перерывов, иногда необходимых в процессе производства. Под *рабочим периодом понимается определенное число связанных между собой рабочих дней, необходимых в определенной отрасли производства для получения готового продукта***.** Рабочий период может быть различным по своей продолжительности. В одних отраслях ежедневно изготовляется готовый продукт, а в других отраслях процесс создания готового продукта длится какое-то число дней, месяцев, а может быть, и лет, как, например, в производстве сложных машин, в выращивании скота и т. п. Кроме того, рабочий период может быть непрерывным, как в большинстве отраслей промышленности, как, например, в горном деле, металлургии, транспорте, где процесс производства осуществляется непрерывно и более или менее равномерно. Обратный приток затраченных средств в этих отраслях также более или менее равномерен и происходит через определенные промежутки времени. В тех же отраслях, где рабочее время составляет лишь часть времени производства, оборотные средства затрачиваются неравномерно, а обратный их приток совершается разом, в момент, определяемый условиями производства. Особенно отчетливо это наблюдается в сельском хозяйстве, где рабочий период и период производства не совпадают и последний значительно продолжительнее.

Сезонность и сезонные колебания вызываются различными причинами. Но как в производстве, так и в обращении сезонные колебания отрицательно сказываются на развитии экономики страны, обусловливают неравномерность использования трудовых ресурсов и оборудования в течение года, а это в свою очередь приводит к понижению производительности труда и повышению себестоимости изготовляемой продукции. Сезонные колебания в одних отраслях экономики вызывают соответствующие колебания в других, иначе говоря, проблема сезонности является общей проблемой экономики.

В статистике существует ряд методов изучения и измерения сезонных колебаний. Самый простой заключается в построении специальных показателей, которые называются индексами сезонности I_s. Совокупность этих показателей отражает сезонную волну.

Индексами сезонности являются отношения фактических (эмпирических) внутригрупповых уровней к теоретическим (расчётным) уровням, выступающим в качестве базы сравнения.

Методы анализа сезонности делятся на две группы.

1 Метод простой средней применяется для анализа сезонности явлений, уровни которых не имеют резко выраженной тенденции увеличения или уменьшения. Сущность этого метода заключается в определении сезонной волны (индекса сезонности) как процентного отношения средних квартальных уровней к общей средней.

Пример. Данные сезонности продажи сахара приведены в таблице 17. Вычислить сезонную волну методом простой средней арифметической.

Сначала определяем поквартальные средние уровни продажи как простые средние арифметические за каждый квартал на протяжении шести лет. Например, для I квартала средняя

$$\frac{51{,}87+47{,}99+43{,}02+46{,}29+40{,}03+36{,}45}{6}=\frac{265{,}55}{6}=44{,}26.$$

Таблица 17 – **Анализ методов простой средней сезонности продажи сахара**

Годы	Кварталы				Итого за год	Средние квартальные уровни
	I	II	III	IV		
1-й	51,87	54,65	62,31	54,12	22,325	55,81
2-й	47,99	48,73	48,03	46,61	191,36	47,84
3-й	43,02	49,62	58,44	48,00	199,08	49,77
4-й	46,29	47,99	57,17	45,42	196,87	49,22
5-й	40,03	40,15	47,34	35,29	162,81	40,70
6-й	36,35	39,11	57,27	47,71	174,44	43,61
Итого за 6 лет	265,55	280,55	330,56	271,15	1147,81	286,96

Средние уровни за 6 лет	44,26	46,76	55,09	45,19	191,30	47,83
Сезонная волна	92,58	97,76	115,18	94,48	400	100,00

Из данной таблицы видно, что в I квартале меньше всего продавалось сахара, в среднем за шесть лет в I квартале продавалось на 7,4 2 % (100,00–92,58) меньше средней квартальной продажи, а в III квартале на 15,8 % (115,18 –100,00) больше и т. д.

Применение метода простой средней для расчета сезонной волны дает возможность нейтрализовать случайные колебания показателей исследуемого ряда динамики и определить сезонные колебания в среднем за весь период. Правильность полученной сезонной волны зависит как от числа уровней ряда, привлекаемых для анализа, так и от характера их изменения: чем продолжительнее период анализа, чем больше число лет привлекается к расчетам, тем устойчивее будут полученные данные.

При наличии маловыраженной общей тенденции подъема уровней ряда динамики ее влияние на сезонную волну можно уменьшить с помощью некоторого преобразования уровней ряда. Для этого исчисляются процентные отношения уровней ряда к их среднеквадратичному показателю за каждый год, а затем из полученных отношений определяется средняя арифметическая для каждого квартала за весь анализируемый период – это будет *индекс сезонности*.

2 Метод относительных чисел. Этот метод применяется для анализа сезонности тех рядов динамики, развитие общей тенденции которых происходит равномерно.

Пример. Провести анализ сезонной реализации мяса методом относительных чисел, использовав при этом данные о его реализации поквартально за шесть лет. Исходные данные для расчёта приведены в таблице 18.

Таблица. 18 – **Поквартальная продажа мяса в течение шести лет, млн д. е.**

Годы	Поквартальная продажа мяса				Итого за год
	I	II	III	IV	
1	44,7	43,2	44,7	54,6	187,2
2	55,3	44,5	43,4	51,5	194,7
3	51,9	40,1	41,5	55,9	189,4
4	54,3	46,7	43,8	59,8	204,4
5	57,9	48,7	44,9	60,0	211,6
6	60,7	51,0	51,7	69,0	232,4

Цепные отношения вычисляются как процентные отношения объемов продажи за каждый квартал к объему продажи предшествующего квартала, в результате получается система относительных чисел, связанных в цепь. Например, отношение объёма продаж в I квартале второго года к первому году составит 55,3 / 44,7 = 1,2371 или 123,71 %, третьего ко второму 51,9 / 55,3 = 0,9385 или 93,8 %. Далее из относительных чисел вычисляется простая средняя величина для каждого квартала за все шесть лет. Затем средняя за первый квартал приравнивается к единице (или 100), а средние за остальные кварталы определяются по методу цепных произведений. Таким образом, если средний уровень первого квартала будет 100, то во втором квартале он будет равен 84,75, в третьем – 83,60, в четвертом – 108,56.

При отсутствии общей тенденции подъема или снижения произведение преобразованной средней за IV квартал на среднюю из цепных отношений первого квартала дает первоначальный уровень преобразования средней, т. е. 100 %; оно будет более 100, если наблюдается общая тенденция увеличения и, напротив, менее 100, если наблюдается общая тенденция уменьшения. Расхождение между произведением преобразованной средней за IV квартал на среднюю из цепных отношений I квартала и 100 % характеризует погрешность, которая возникла в результате повышающейся или понижающейся общей тенденции, эту погрешность необходимо устранить. Наиболее простой способ устранения погрешности состоит в равномерном распределении ее на все кварталы.

Тесты и задачи

1 При сглаживании временного ряда с помощью 7-членной скользящей средней теряются:

а) первые и последние 3 уровня;
б) первые и последние 7 уровней;
в) только первые 3 уровня;
г) только первые 7 уровня.

2 Для описания процессов «с насыщением» используются следующие виды кривых роста:

а) полином первого порядка (линейная модель);
б) полином второго порядка (параболическая модель);
в) показательная или экспоненциальная кривая;
г) модифицированная экспонента.

3 Временной ряд может быть сглажен с помощью 3-, 5-, 7- или 9-членной скользящей средней. Будет получен более гладкий ряд, менее подверженный случайным колебаниям при сглаживании:

а) по 3-членной скользящей средней;
б) 5-членной скользящей средней;
в) 7-членной скользящей средней;

г) 9-членной скользящей средней.

4 Темп роста вычисляется как:
а) отношение уровней ряда;
б) разность уровней ряда;
в) произведение уровней ряда;
г) разность темпа прироста и 100 %.

5 В таблицах приведены примеры рядов динамики.

Ряд динамики № 1. Объем продаж рекламного времени радиостанцией за 6 недель:

Показатель	Текущий номер недели					
	1	2	3	4	5	6
Проданное рекламное время, мин	125	922	125	238	264	82

Ряд динамики № 2. Среднемесячная заработная плата рабочих предприятия:

Показатель	Месяц					
	01.1999	02.1999	03.1999	04.199	05.1909	06.1999
Средняя заработная плата рабочих	9570	10900	11950	11200	13100	16000

Ряд динамики № 3. Цены акций промышленной компании на момент открытия торгов:

Показатель	Дата					
	6.09.99	7.09.99	8.09.99	9.09.99	10.09.99	13.09.99
Цены акций, у. д. е.	280	291	287	289	294	286

Какой ряд динамики является интервальным:
а) ряд динамики № 1;
б) ряд динамики № 2;
в) ряд динамики № 3;
г) пример интервального ряда динамики отсутствует.

6 Если значения цепных абсолютных приростов примерно одинаковы, то для вычисления прогнозного значения показателя в следующей точке корректно использовать:
а) средний абсолютный прирост;
б) средний темп роста;
в) средний темп прироста.

7 В таблице представлены данные об объеме производства продукции (млн руб.) в течение 6 кварталов:

t	I	II	III	IV	V	IV
y_t	11,18	12,23	13,28	14,31	15,36	16,40

Рассчитайте абсолютный средний прирост.

8 По данным задания 7 рассчитайте прогноз производства в III квартале с помощью абсолютного среднего прироста.

9 Ежеквартальная динамика процентной ставки банка в течение 5 кварталов представлена в таблице:

t	I	II	III	IV	V
y_t, %	7,3	8,0	8,8	9,7	10,7

Вычислите для приведенных данных средний темп роста и средний темп прироста.

9 ИНДЕКСЫ

9.1 Понятие об индексах и их значения

Индексы – показатели особого рода. Прежде всего, это относительные величины, характеризующие динамику явления (выполнение плана или сравнение регионов по тем или иным экономическим показателям). От обычных относительных величин индексы отличает то, что они характеризуют отношение сложных явлений, складывающихся под влиянием различных причин. Индексы, как правило, не ограничиваются простым показом отношения, а выявляют роль и значение отдельных условий и составных частей данного сложного явления. Например, индекс цен показывает, как изменились цены на все товары или отдельную группу товаров, как отразилось это изменение на соотношении количества и цен отдельных товаров, как само изменение цен отразилось на товарообороте, покупательной способности рубля, степени удовлетворения покупательского спроса.

Под индексом в статистике понимают относительный показатель, характеризующий изменение величины какого-либо явления (простого или сложного, состоящего из соизмеримых или несоизмеримых элементов) во времени, пространстве или по сравнению с любым эталоном (нормативом, планом, прогнозом и т. д.).

Индекс применяется также для изучения роли факторов, оказывающих влияние на изменение данного явления. Так, с помощью взаимосвязи индексов можно определить, в какой мере увеличение объема продукции зависит от роста производительности труда и в какой мере от увеличения численности.

Таким образом, индекс характеризует изменение величины сложного экономического явления, состоящего из элементов, которые непосредственно нельзя суммировать, поэтому он является более сложным и многосторонним показателем, чем относительные или средние величины. Например, можно ли определить все изменения товарооборота в натуральном выражении? Нет, так как реализуемые товары имеют различные натуральные единицы измерения (крупа в килограммах, растительное масло в литрах, обувь в парах, ткани в метрах и т. д.).

Следовательно, складывать объемы разнородных товаров для определения динамики товарооборота нельзя. Суммирование будет возможным только в тех случаях, когда все товары будут приведены к сопоставимому виду, что достигается путем индексных расчетов.

Элементами любого индекса являются: а) индексируемая величина; б) тип (форма) индекса; в) веса индекса; г) сроки исчисления.

Основным элементом индексного отношения является *индексируемая величина*. По содержанию индексируемых величин индексы разделяются на индексы количественных (объёмных) и индексы качественных величин. Индексы количественных показателей – это индексы физического (натурального) объема продукции. Индексы качественных показателей – это индекс цен, индексы производительности труда и т. д.

По степени охвата единиц совокупности индексы делятся на *индивидуальные и общие.* Индивидуальные индексы служат для характеристики изменения отдельных элементов сложного явления (например, изменение объёма производства конкретного вида продукции).

Общий индекс отражает изменение всех элементов сложного явления. При этом под сложным явлением понимают такую статистическую совокупность, отдельные элементы которой непосредственно не подлежат суммированию (физический объём продукции, включающий разные наименования товаров).

Если индексы охватывают не все элементы сложного явления, а лишь их часть, то их называют групповыми индексами или субиндексами (например, индексы продукции по отдельным отраслям промышленности).

В зависимости от способа построения различают индексы агрегатные и индексы средние. Средние индексы могут быть: индексы средние арифметические, индексы средние гармонические, индексы средние геометрические и т. д.

В зависимости от весов различают индексы простые (невзвешенные) и индексы взвешенные, а среди последних — индексы с постоянными (неизменными) весами и индексы с переменными весами (в меру необходимости с течением времени пересматриваемыми).

В зависимости от сроков исчисления рассматривают индексы базисные (с постоянной, неизменной во времени базой) и индексы цепные (если числовые значения индексируемой величины в каждый данный «текущий» срок сопоставляются с их значениями в предшествующий срок; иначе, индекс с переменной базой).

9.2 Формы индексов

Индексы могут быть индивидуальными и сводными (общими).

Индивидуальный индекс – простейшая форма индекса.

Индивидуальными индексами называются относительные числа, характеризующие соотношение отдельных величин экономических явлений: цены одного товара, себестоимости изделия, количества какого-либо одного реализованного и т. п., обозначаются буквой i и снабжаются подстрочным знаком индексируемого показателя.

При расчете индексов особое внимание следует уделять базе сравнения. В индексах, характеризующих изменение явления в динамике, различают два периода: базисный и текущий (отчетный).

Базисный – это начальный период, т. е. период, с которым производится сравнение.

Текущий (отчетный) – это период, уровень которого сравнивается.

Индивидуальный индекс как относительное число получается в результате сравнения двух абсолютных уровней изучаемого явления.

Для исчисления индивидуальных индексов применяется формула

$$i_p = \frac{p_1}{p_0},$$

где p_1 – цена за единицу количества продукта в текущем или отчетном периоде;

p_0 – цена за единицу количества продукта в базисном периоде.

Пример. Цена за 1 кг картофеля в августе была 10 д. е., сентябре – 8 д. е. Определить изменение цен в сентябре по сравнению с августом.

Отсюда индивидуальный индекс цен

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{8}{10} = 0{,}8, \text{или } 80\ \%.$$

Это означает, что цена на картофель в сентябре по сравнению с августом снизилась на 20 %.

Для того чтобы показать изменение количества продаваемого продукта или выпуска продукции, употребляется индивидуальный индекс количества, или физического объема:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0},$$

где q_1 – количество реализованного товара в текущем периоде;

q_0 – количество реализованного товара в базисном периоде.

Продолжим пример и предположим, что в августе было продано 3800 кг картофеля, а в сентябре – 5200 кг.

Индивидуальный индекс количества

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} = \frac{5200}{3800} = 1{,}37, \text{или } 137\ \%.$$

В экономических расчётах для измерения динамики сложного явления чаще всего используются общие индексы.

9.2.1 Сводная форма индексов

Методика расчёта общих индексов сложнее, чем индивидуальных, и зависит от характера индексируемых показателей, наличия исходных данных и целей исследования.

Сводными индексам называются относительные числа, характеризующие соотношения между такими совокупностями величин экономических явлений, которые непосредственно в своей натуральной форме несоизмеримы. Сводные индексы могут быть построены как *агрегатные* и как *средние из индивидуальных*. Последние подразделяются на средние гармонические и среднеарифметические.

Основной формой сводных индексов является агрегатная. Эта форма индексов широко используется в экономико-статистических расчетах, когда возникает необходимость провести анализ изменения цен не по одному товару, а по разнообразному ассортименту товаров, изменению объема проданного количества многих различных товаров и т. п.

Одной из важнейших проблем, возникающих при построении сводных индексов, является определение соизмерителей, т. е. весов индексов, при помощи которых несоизмеримые элементы индексов приводятся к сопоставимому виду. Каждый сводный индекс состоит из двух элементов: *индексируемой величины*, т. е. величины, которая изучается в данном индексе, и *весов индекса*, при помощи которых несоизмеримые показатели индекса приводятся в сопоставимый вид. Иначе говоря, веса – это одинаковые величины в числителе и знаменателе индекса. При расчете агрегатного индекса для разнородной совокупности находят такой общий показатель, в котором можно объединить все ее элементы. Если мы сравним товарооборот по n видам товаров в текущем периоде с его величиной в базисном периоде, то получим сводный индекс товарооборота:

$$I_{pq} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i1} q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} q_{i0}},$$

где p_{i1} и p_{10} – цена;

q_{i1} и q_{i0} – объем продаж i-го товара соответственно в текущем и базисном периодах.

Числитель данного индекса представляет собой товарооборот текущего периода (сумма цен различных товаров, умноженных на объемы их реализации), знаменатель – товарооборот предшествующего периода.

На величину индекса товарооборота оказывают влияние как изменение цен на товары, так и изменение объемов их реализации. Для того чтобы оценить изменение только цен (индексируемой величины), необходимо количество проданных товаров (веса индекса) зафиксировать на каком-либо постоянном уровне. При исследовании динамики таких показателей как цена, себестоимость, производительность труда, урожайность количественный показатель обычно фиксируют на уровне текущего периода. Таким способом получают сводный индекс цен (индекс цен Пааше):

$$I_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i1} q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} q_{i1}}.$$

Числитель данного индекса содержит фактический товарооборот текущего периода. Знаменатель же представляет собой условную величину, показывающую, каким был бы товарооборот в текущем периоде при условии сохранения цен на базисном уровне. Поэтому соотношение этих двух категорий и отражает изменение цен.

Индекс цен Пааше показывает, насколько товары в текущем периоде подорожали (подешевели) по сравнению с базисным периодом, а индекс цен Ласпейерса показывает, во сколько раз товары базисного периода дороже (дешевле) в результате изменения цен в отчетном периоде. Как привило, индекс цен, рассчитанный по формуле Пааше, несколько занижает, а по формуле Ласпейерса завышает темпы инфляции.

Третьим индексом в данной индексной системе является сводный индекс физического объема реализации. Он характеризует изменение количества проданных товаров не в денежных, а в физических единицах измерения:

$$I_q = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{i1} p_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0} p_{i0}}.$$

Весами в данном индексе выступают цены, которые фиксируются на базисном уровне.

Между рассчитанными индексами также существует взаимосвязь:

$$I_p \; I_q = I_{pq}.$$

Пример. Имеются данные (таблицае 19) о реализации плодовоягодной продукции в области. Требуется определить индекс товарооборота.

Рассчитаем индекс товарооборота:

$$I_{pq} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i1} q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} q_{i0}} = \frac{618}{638} = 0{,}969, \quad \text{или} \quad 96{,}9 \; \%.$$

Мы получили, что товарооборот в целом по данной товарной группе в текущем периоде по сравнению с базисным уменьшился на 3,1 % (100–96,9).

Таблица 19 – **Данные о реализации продукции**

Наименование товаров (i)	Июль		Август		Расчёт, тыс. руб.		
	Цена p_{i0} за 1 кг, руб.	Продано q_{i0}, т	Цена p_{i1} за 1 кг, руб.	Продано q_{i1}, т	$p_{i0}q_{i0}$	$p_{i1}q_{i1}$	$p_{i0}q_{i1}$
Черешня (1)	12	18	12	15	216	180	180
Персики (2)	11	22	10	27	242	270	297
Виноград (3)	9	20	7	24	180	168	216
Итого	*x*	*x*	*x*	*x*	638	618	693

Вычислим сводный индекс цен

$$I_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i1} q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} q_{i0}} = \frac{618}{693} = 0{,}892, \; \text{или } 89{,}2 \;\; \%.$$

По данной товарной группе цены в августе по сравнению с июлем в среднем снизились на 10,8 %.

Числитель и знаменатель сводного индекса цен можно интерпретировать с точки зрения потребителей. Числитель представляет собой сумму денег, фактически уплаченных покупателями за приобретенные в текущем периоде товары. Знаменатель же показывает, какую сумму покупатели заплатили бы за те же товары, если бы цены не изменились. Разность числителя и знаменателя *E* будет отражать величину экономии («–») или перерасход («+») покупателей от изменения цен на приобретаемые товары:

$$E = \sum_{i=1}^{n} p_{il} q_{il} - \sum_{i=l}^{n} p_{i0} q_{il} = 618 - 693 = -75 \quad \text{тыс. д. е.}$$

Индекс физического объема реализации рассчитывается по формуле

$$I_q = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i1}q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}q_{i0}} = \frac{693}{638} = 1{,}086, \quad \text{или} \quad 108{,}6 \quad \%.$$

Физический объем реализации (товарооборота) увеличился на 8,6 %.

Используя взаимосвязь индексов, проверим правильность вычислений:

$$I_{pq} = I_p \ I_q = 0{,}892 \cdot 1{,}086 = 0{,}969, \text{ или } 96{,}9 \ \%.$$

Рассмотрим применение индексного метода при анализе изменения затрат на производство и себестоимость продукции. Для определения общего изменения уровня себестоимости нескольких видов продукции, выпускаемых предприятием, рассчитывается сводный индекс себестоимости. При этом себестоимость взвешивается по объему производства отдельных видов продукции текущего периода:

$$I_z = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{i1}q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} z_{i0}q_{i0}},$$

где z_{i1} и z_{i0} – себестоимость i-го вида продукции соответственно в текущем и базисном периодах.

Числитель этого индекса отражает затраты на производство текущего периода, а знаменатель – условную величину затрат при сохранении себестоимости на базисном уровне. Разность числителя и знаменателя показывает сумму экономии или потерь предприятия от изменения себестоимости:

$$\Delta E = \sum_{i=1}^{n} z_{il}q_{il} - \sum_{i=1}^{n} z_{i0}q_{il}.$$

Сводный индекс физического объема продукции, взвешенный по себестоимости, имеет следующий вид:

$$I_q = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{i1}z_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0}z_{i0}}.$$

Третьим показателем в данной индексной системе является *сводный индекс затрат на производство:*

$$I_{zq} = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{i1} q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} z_{i0} q_{i0}}.$$

Все три индекса взаимосвязаны между собой соотношением

$$I_{\text{z}} \cdot I_{\text{q}} = I_{\text{zq}}.$$

Еще одна область применения индексного метода – анализ изменений в производительности труда. При этом возможны два подхода к расчету индексов. Первый основан на учете количества продукции, вырабатываемого в единицу времени (w). При таких расчетах необходимо решить ряд методологических проблем – какой именно показатель продукции использовать, как оценивать продукцию работников непроизводственных отраслей. При втором подходе производительность труда определяется затратами рабочего времени на единицу продукции (t). На практике эти расчеты также сопряжены с определенными трудностями, так как не всегда имеется возможность оценить вклад конкретного работника в производство того или иного изделия.

Количество продукции w, вырабатываемое в единицу времени (в натуральном выражении), и затраты времени t на единицу продукции взаимосвязаны между собой:

$$w = \frac{1}{t}.$$

Например, если работник на каждое изделие затрачивает 15 мин (t = = 0,25 ч), то за 1 час его выработка составит 4 изделия. Отметим, что выработка может измеряться не только в натуральном, но и в стоимостном выражении (pq).

Индивидуальные индексы производительности труда, основанные на этих показателях, имеют следующий вид:

$$i_w = \frac{w_1}{w_0} = \frac{q_1}{T_1} : \frac{q_0}{T_0};$$

$$i_t = \frac{t_0}{t_1} = \frac{T_0}{q_0} : \frac{T_1}{q_1},$$

где T – суммарные затраты времени на выпуск данной продукции, чел.·ч, чел.·дн. или чел.·мес.

Трудоемкость является показателем, обратным показателю производительности труда, поэтому снижение трудоемкости в текущем периоде по сравнению с базисным свидетельствует о росте производительности труда.

Располагая данными о трудоемкости n различных видов продукции (I = 1, 2,…, n) и объемах их производства, можно рассчитать сводный индекс производительности труда (по трудоемкости):

$$I_t = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_{i0} q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} t_{i1} q_{i1}}.$$

Знаменатель этого индекса отражает реально имевшие место общие затраты времени на выпуск всей продукции в текущем периоде T_1. Числитель представляет собой условную величину, показывающую какими были бы затраты времени на выпуск этой продукции, если бы трудоемкость не изменилась.

Пример. По данным о выпуске продукции на предприятии и её трудоёмкости (таблица 20) определить индекс производительности труда.

Таблица 20 – **Выпуск продукции на предприятии и её трудоёмкость**

Вид продукции (i)	Трудоёмкость, чел. · ч.		Объём выпуска, шт.		Расчёт	
	t_{i0} Январь	t_{i1} Февраль	q_{i0} Январь	q_{i1} Февраль	$t_{i0}q_{i1}$	$t_{i1}q_{i1}$
Изделие (1)	1,0	0,9	458	450	450,0	405,0
Изделие (2)	1,2	1,0	311	324	388,8	324,0
Изделие (3)	0,9	0,8	765	752	676,8	601,6
Итого	–				1515,6	1330,6

Рассчитаем сводный индекс производительности труда по данным о её трудоемкости:

$$I_t = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_{i0} q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} t_{i1} q_{i1}} = \frac{1515.6}{1330.6} = 1{,}139, \text{ или } 113{,}9\ \%.$$

Мы получили, что прирост производительности труда в целом по предприятию составил 13,9 %.

При расчете сводного индекса производительности труда в стоимостном выражении (по выработке) необходимо количество продукции, произведенной за каждый период, взвесить по каким-либо ценам, принятым за сопоставимые. В качестве сопоставимых могут выступать цены текущего или базисного периода, какого-либо другого периода или средние цены. Индекс в этом варианте рассчитывается по формуле

$$I_{\omega} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{i1} p_i}{\sum_{i=1}^{n} T_{i1}} : \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{i0} p_i}{\sum_{i=1}^{n} T_{i0}}.$$

Первая часть этой формулы представляет собой среднюю выработку в отчетном периоде, вторая часть – в базисном.

Сводные индексы в среднеарифметической и среднегармонической формах

В ряде случаев вместо индексов в агрегатной форме удобнее использовать среднегармонические индексы. Любой сводный индекс можно представить как среднюю взвешенную из индивидуальных индексов. Однако при этом форму средней нужно выбрать таким образом, чтобы полученный средний индекс был тождественен исходному агрегатному индексу.

Предположим, мы располагаем данными о стоимости проданной продукции в текущем периоде ($p_1\ q_1$) и индивидуальными индексами цен $\left(i_p = \frac{p_1}{p_0}\right)$, полученными в результате выборочного наблюдения. Тогда в знаменателе сводного индекса цен

$$I_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i1} q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} q_{i1}}$$ можно использовать следующую замену:

$$p_{i0} = \frac{1}{i_{ip}} p_{i1}.$$

Таким образом, сводный индекс цен будет выражен как средний гармонический индекс

$$I_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i1} q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i_{ip}} p_{i1} q_{i1}}.$$

Пример. По данным таблицы 21 требуется получить сводную оценку изменения цен.

Таблица 21 – **Объём реализации товаров и изменение цен на них**

Товар (i)	Реализация в текущем периоде, $p_{i1}q_{i1}$, тыс. д. е.	Изменение цен в текущем периоде по сравнению с базисным, % ($i_{ip}\cdot 100\,\%–100\,\%$)	Расчет	
			i_{ip}	$\frac{p_{i1}q_{i1}}{i_{ip}}$
Морковь (1)	23000	+ 4,0	1,040	22115
Свекла (2)	21000	+ 2,3	1,023	20528
Лук (3)	29000	– 0,8	0,992	29234
Итого	73000	–	–	71877

Вычислим средний гармонический индекс по формуле

$$I_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i1} q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i_{pi}} p_{i1} q_{i1}} = \frac{73000}{71877} = 1{,}016, \text{ или } 101{,}6\ \%.$$

Цены по данной товарной группе в текущем периоде по сравнению с базисным в среднем возросли на 1,6 %.

При расчете *сводного индекса физического объема товарооборота* можно использовать среднеарифметическую формулу

$$I_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{i1} p_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0} p_{i0}}.$$

При этом в числителе производится замена:

$$q_{i1} = i_{iq} q_{i0}.$$

Тогда индекс примет вид

$$I_q = \frac{\sum_{i=1}^{n} i_{tq} q_{i0} p_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0} p_{i0}}.$$

Пример. По данным таблицы 22 о реализации трех товаров в натуральном и стоимостном выражениях рассчитать индекс физического объема товарооборота.

Таблица 22 – **Данные о реализации товара**

Товар (i)	Реализация в базисном периоде q_{i0} p_{i0}, тыс. руб.	Изменение физического объема реализации в текущем периоде по сравнению с базисным, % (i_{iq}·100 %–100 %)	Расчет	
			i	$i_{iq}q_{i0}p_{i0}$
Мандарины (1)	46000	– 6,4	0,936	43056
Грейпфруты (2)	27000	– 8,2	0,918	24786
Апельсины (3)	51000	+ 1,3	1,013	51663
Итого	124000	–	–	119505

Рассчитаем средний арифметический индекс согласно формуле

$$I_q = \frac{\sum_{i=1}^{n} i_{iq} q_{i0} p_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0} p_{i0}} = \frac{119505}{124000} = 0{,}964\text{, или } 96{,}4\ \%.$$

Физический объем реализации данных товаров в среднем снизился на 3,6 %.

В среднеарифметической форме также может рассчитываться и индекс производительности труда по трудоемкости, известный как индекс:

$$I_{\omega} = \frac{\sum_{i=1}^{n} i_{it} T_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} T_{i1}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{T_{i0}}{q_{i0}} : \frac{T_{i1}}{q_{i1}}\right) \cdot T_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} T_{i1}}.$$

9.3 Индексы постоянного и переменного составов

Индекс цен переменного состава представляет собой отношение полученных средних значений:

$$I_p^{n.c} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i1}} : \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0}}.$$

Данный индекс характеризует не только изменение индивидуальных цен в местах продажи, но и изменение структуры реализации по предприятиям розничной и оптовой торговли, рынка, городам и регионам. Для оценки воздействия второго фактора рассчитывается *индекс структурных сдвигов*:

$$I^{\text{стр}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i1}} : \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i0} q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i0}}.$$

Последним в данной системе является рассмотренный выше *индекс цен фиксированного состава,* который не учитывает изменение структуры:

$$I_{\text{р}}^{\text{фс}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i1} q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} q_{i1}}.$$

Между данными индексами существует следующая взаимосвязь:

$$I_{\text{р}}^{\text{ф.с}} \cdot I^{\text{стр}} = I_{\text{р}}^{\text{п.с}}.$$

Пример. По данным таблицы 23 провести анализ цен реализации товара в двух регионах.

Таблица 23 – **Данные о ценах реализации товара в регионах**

Регион i	Июнь	Июль	Расчетные графы, руб.

	Цена p_{i0}, руб.	Продано q_{i0}, шт.	Цена p_{i1}, руб.	Продано q_{i1}, шт.	$p_{i0}q_{i0}$	$p_{i1}q_{i1}$	$p_{i0}q_{i1}$
1	12	10000	13	8000	120000	234000	216000
2	17	20000	19	9000	340000	171000	153000
Итого	–	30000	–	27000	460000	405000	369000

Вычислим индекс цен переменного состава:

$$I_p^{\text{п.с}} = \frac{405000}{27000} : \frac{460000}{30000} = 15{,}00 : 15{,}33 = 0{,}978, \text{ или } 97{,}8\ \%.$$

Из таблицы видно, что цена в каждом регионе в июле по сравнению с июнем возросла. В целом же, средняя цена снизилась на 2,2 % (97,8 % – 100 %). Такое несоответствие объясняется влиянием изменения структуры реализации товаров по регионам: в июне по более высокой цене продавали товара вдвое больше, в июле ситуация принципиально изменилась. Рассчитаем индекс структурных сдвигов:

$$I^{\text{стр}} = \frac{369000}{27000} : \frac{460000}{30000} = 0{,}891, \text{ или } 89{,}1\ \%.$$

Первая часть этого выражения позволяет ответить на вопрос, какой была бы средняя цена в июле, если бы цены в каждом регионе сохранились на прежнем июньском уровне. Вторая часть отражает фактическую среднюю цену июня. В целом, по полученному значению индекса мы можем сделать вывод, что за счет структурных сдвигов цены снизились на 10,9 %. Рассчитанный индекс цен фиксированного состава равен 1,098 или 109,8 %. Отсюда следует вывод: если бы структура реализации товара А по регионам не изменилась, средняя цена возросла бы на 9,8 %. Однако влияние на среднюю цену первого фактора оказалось сильнее, что отражается в следующей взаимосвязи:

$$1{,}098 \cdot 0{,}891 = 0{,}978.$$

Аналогично строятся индексы структурных сдвигов, переменного и фиксированного составов для анализа изменения себестоимости, урожайности и других показателей.

9.4 Территориальные индексы

Территориальные индексы служат для сравнения показателей в пространстве. Построение территориальных индексов требует решения ряда методологических вопросов, связанных с выбором базы сравнения и весов, или уровня, на котором фиксируются веса.

При двусторонних сравнениях каждая территория может быть и сравниваемой (числитель индекса), и базой сравнения (знаменатель). Веса как первой, так и второй территории, в принципе, также имеют равные основания использоваться при расчете индекса. Однако это может привести к различным или даже противоречивым результатам.

Избежать подобной неопределенности можно несколькими способами. Один из них заключается в том, что в качестве весов принимаются объемы проданных товаров i-го вида ($I = 1, 2, \ldots, n$) по двум регионам, вместе взятым:

$$Q_i = q_{ia} + q_{ib}.$$

Территориальный индекс цен в этом случае рассчитывается по следующей формуле:

$$I_{pbla} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{ib} Q_i}{\sum_{i=1}^{n} p_{ia} Q_1}.$$

Пример. По данным таблицы 24 о цене и объеме реализации товаров по двум регионам рассчитать территориальный индекс цен.

Таблица 24 – **Данные о цене и объеме реализации товара**

Товар n	Регион A		Регион B		Расчет		
	Цена p_{ia}, руб.	Реализация q_{ia}, ц	Цена p_{ib}, руб.	Реализация q_{ib}, ц	Реализация $Q_i = q_{ia} + q_{ib}$, ц	$p_{ia}Q_i$, руб.	$p_{ib}Q_i$, руб.
1	11,0	30	12,0	35	65	715,0	780,0
2	8,5	45	9,0	50	95	807,5	855,0
3	17,0	15	16,0	90	105	1785,0	1680,0
Итого	–		–		–	3307,5	3315,0

Рассчитаем территориальный индекс цен:

$$I_{pbla} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{ib} Q_i}{\sum_{i=1}^{n} p_{ia} Q_1} = \frac{3315{,}0}{3307{,}5} = 1{,}002\text{, или } 100{,}2\ \%.$$

Цены в регионе *B* на 0,2 % превышают цены в регионе *A*. Этому выводу не противоречит и обратный индекс:

$$I_{pbla} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{ib} Q_i}{\sum_{i=1}^{n} p_{ia} Q_1} = \frac{3307{,}5}{3315{,}0} = 0{,}998, \text{или } 99{,}8\ \%$$

В формуле данного территориального индекса вместо суммарных иногда используются стандартизованные веса (стандартизованная структура). В качестве таких весов может выступать структура продажи данных видов продукции по более крупному территориальному образованию. В этом случае индекс имеет вид:

$$I_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{ia} Q_{i\text{рес}}}{\sum_{i=1}^{n} p_{ib} Q_{i\text{рес}}},$$

где $Q_{\text{i респ}}$ – объем продаж *i*-го товара.

Второй способ расчета территориальных индексов учитывает соотношение весов на каждой из сравниваемых территорий. При этом способе первый шаг заключается в расчете средней цены каждого товара по двум территориям, вместе взятым:

$$\overline{p_i} = \frac{p_{ia} q_{ia} + p_{ib} q_{ib}}{q_{ia} + q_{ib}}.$$

После этого непосредственно рассчитывается территориальный индекс:

$$I_{pbla} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{ib} q_{ib}}{\sum_{i=1}^{n} \overline{p_i} q_{ib}} : \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{ia} q_{ia}}{\sum_{i=1}^{n} \overline{p_\text{i}} q_{i0}}.$$

По данным нашего примера получим:

$$\overline{p_1} = \frac{11{,}030 + 12{,}035}{65} = 11{,}54;$$

$$\overline{p_2} = \frac{8{,}5 \cdot 45 + 9{,}0 \cdot 50}{95} = 8{,}76;$$

$$\overline{p_3} = \frac{17{,}0 \cdot 15 + 16{,}0 \cdot 90}{150} = 16{,}14.$$

С учетом рассчитанных средних цен вычислим индекс:

$$I_{\text{pbla}} = \frac{12.0 \cdot 35 + 9.0 \cdot 16.0 \cdot 90}{11{,}54 \cdot 35 + 8{,}76 \cdot 50 + 16{,}14 \cdot 90} : \frac{11{,}0 \cdot 30 + 8{,}5 \cdot 45 + 170{,}0 \cdot 15 \cdot}{11{,}54 \cdot 30 + 8{,}76 \cdot 45 + 16{,}14 \cdot 15} = 1{,}022, \text{ или } 0{,}2\ \%.$$

Данный подход к расчету территориального индекса обеспечивает известную взаимосвязь:

$$I_{\text{p}}\ I_{\text{q}} = I_{\text{pq}}.$$

Индекс физического объема реализации при этом строится следующим образом:

$$I_{pbla} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{ib}\,\overline{p_i}}{\sum_{i=1}^{n} q_{ia}\,\overline{p_i}}.$$

Аналогично строятся индексы для сравнения цен территории А с ценами территории Б.

9.5 Цепные и базисные индексы

Индексы с постоянной базой сравнения называются **базисными**. Индексы с переменной базой сравнения называются **цепными индексами**. Цепные и базисные индексы могут быть рассчитаны для простых и сложных явлений. При построении цепных индексов цены каждого периода сравниваются с ценами предшествующего периода. В базисных индексах цены каждого периода сравниваются с ценами (как правило, первого) периода.

Индексы также могут иметь постоянные или переменные веса. В первом случае при переходе от индекса к индексу веса остаются неизменными, во втором случае каждый раз используются новые веса. Сочетания этих подходов позволяют получить четыре основных варианта построения индексной системы в динамике. Рассмотрим их на примере сводного индекса цен, рассчитываемого за m периодов.

А. Цепные индексы цен с переменными весами:

$$I_{p\,1/0}=\frac{\sum_{i=1}^{n}p_{i1}q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n}p_{i0}q_{i1}};\; I_{p\,2/0}=\frac{\sum_{i=1}^{n}p_{i2}q_{i2}}{\sum_{i=1}^{n}p_{i1}q_{i2}};\;\dots\; I_{p\,m/m-1}=\frac{\sum_{i=1}^{n}p_{im}q_{im}}{\sum_{i=1}^{n}p_{i,m-1}q_{im}}.$$

Б. Цепные индексы цен с постоянными весами:

$$I_{p\,1/0}=\frac{\sum_{i=1}^{n}p_{i1}q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n}p_{i0}q_{i0}};\; I_{p\,2/1}=\frac{\sum_{i=1}^{n}p_{i2}q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n}p_{i1}q_{i0}};\;\dots\; I_{p\,m/m-1}=\frac{\sum_{i=1}^{n}p_{im}q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n}p_{m-1}q_{i0}}.$$

В. Базисные индексы цен с переменными весами:

$$I_{p\,1/0}=\frac{\sum_{i=1}^{n}p_{i1}q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n}p_{i0}q_{i1}};\; I_{p\,2/0}=\frac{\sum_{i=1}^{n}p_{i2}q_{i2}}{\sum_{i=1}^{n}p_{i1}q_{i2}};\;\dots\; I_{p\,m/0}=\frac{\sum_{i=1}^{n}p_{im}q_{im}}{\sum_{i=1}^{n}p_{i0}q_{im}}.$$

Г. Базисные индексы цен с постоянными весами:

$$I_{p\,1/0}=\frac{\sum_{i=1}^{n}p_{i1}q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n}p_{i0}q_{i0}};\; I_{p\,2/0}=\frac{\sum_{i=1}^{n}p_{i2}q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n}p_{i0}q_{i0}};\;\dots\; I_{p\,m/0}=\frac{\sum_{i=1}^{n}p_{im}q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n}p_{i1}q_{i0}}.$$

9.6 Индексы аналитические

Это один из основных типов индексных показателей. В отличие от синтетических индексов, дающих сравнительную характеристику уровней экономических явлений, индексы аналитические позволяют оценить степень изменения сложного явления воздействием изменения каждого из связанных с ним простых явлений. Система индексов аналитических состоит из: полного индекса, характеризующего изменение рассматриваемого сложного явления под воздействием всех определяющих его факторов, и частных индексов, каждый из которых отражает изменение сложного явления под воздействием изменения того или иного из определяющих его явлений – факторов. Так, индекс розничного товарооборота, отражающий совокупный результат изменения двух факторов стоимости (денежной) товаров – количества и цен, есть полный, а индексы, отражающие результат изменения стоимости под воздействием каждого из этих факторов, – частные индексы стоимости реализованных товаров по соответствующим факторам – ценам и количеству реализованных товаров.

Важнейшей предпосылкой построения системы индексов аналитических является установление формы связи между сложным явлением и определяющими его явлениями — факторами. Для построения системы индексов аналитических необходимо: а) исходя из установленной формы связи между сложными явлениями и его факторами построить полный индекс; б) последовательно элиминируя (исключая) влияние изменения всех факторов, кроме того, влияния которого на изменение сложного явления изучается, построить частные индексы всех рассматриваемых факторов.

Наибольшие трудности возникают при построении системы аналитических индексов для формы связи типа $w = \sum xyz\ldots$ В этом случае полный индекс имеет вид:

$$I_w = \frac{\sum x_1 y_1 z_{1\ldots}}{\sum x_0 y_0 z_{0\ldots}}.$$

Совокупность же частных индексов может быть построена разными путями в зависимости от принятого метода элиминирования (исключения). Различают цепной метод построения частных индексов (метод цепных подстановок) и метод выявления изолированного влияния отдельных факторов. В первом случае частный индекс каждого фактора строится при элиминировании всех ранее исследованных факторов (частные индексы которых уже построены) на уровне текущего периода, а факторов, влияние которых предстоит исследовать (частные индексы которых еще не построены) на уровне базисного периода. Этот метод приводит к множеству возможных вариантов построения частных индексов, дающих неоднозначные, а порой и противоречивые результаты. Метод выявления изолированного влияния отдельных факторов, в отличие от цепного, приводит к однозначному разложению полного индекса на частные. В этом случае частные индексы всех факторов строятся путем элиминирования изменения всех остальных факторов на уровне базисного периода. Однако здесь совокупность частных индексов, помимо индексов, отражающих влияние изолированного изменения каждого из факторов на изменение сложного явления, содержит еще индексы, отражающие результат взаимосвязанного изменения отдельных групп факторов на изменение сложного явления.

Например. Сумму выручки от проданных товаров можно записать:

$$Q = \sum q \cdot p \, .$$

Так как индексы используются для анализа взаимосвязи показателей, можно построить модель для использования последующих расчетов:

$$Q_1 = Q_0 i_q i_p \, ,$$

где Q_1, Q_0 – соответственно выручка от проданного товара в текущем и базисном периодах.

Предположим, выручка в базисном периоде составляла 8 млн у. е., а в текущем 12,18 млн у. е., количество проданного товара увеличилось на 5 %, а цена возросла на 45 %. Можем записать следующее соотношение:

$$12{,}18 = 8 \cdot 1{,}05 \cdot 1{,}45.$$

Общий прирост выручки (12,18 – 8 = 4,18 млн д. е.) объясняется изменением объема продажи и цены:

$$\Delta Q_{(q)} = Q_0 (i_q - 1).$$

Или в нашем примере $\Delta Q_{(q)} = 8 \cdot (1{,}05 - 1) = +\,0{,}40$ млн д. е.

За счет изменения цены данного товара сумма выручки изменилась на

$$\Delta Q_{(p)} = Q_1 - Q_0 i_q \text{ или } \Delta Q_{(\text{p})} = Q_0 i_q (i_p - 1) \, ;$$

$$\Delta\, Q \cdot 8 \cdot 1{,}05\, (1{,}45 - 1) = +\,3{,}78 \text{ млн д. е.}$$

Общий прирост товарооборота складывается из приростов, объясняемых каждым фактором в отдельности:

$$\Delta Q = Q_1 - Q_0 = \Delta Q_{(q)} + \Delta Q_{(p)} \text{ или}$$

$$\Delta Q = 12{,}18 - 8 = 0{,}40 + 3{,}78 = 4{,}18 \text{ млн д. е.}$$

Аналогично выполняется анализ и для моделей с большим количеством факторов. Например, для показателя суммы затрат на материалы М модель имеет вид:

$$\text{М}_1 = \text{М}_0 i_q\, i_n\, i_p,$$

где М_1, М_0 – соответственно затраты на материалы в отчетном и базисном периодах;

i_n – индекс удельного расхода материалов;

i_p – индекс цены.

Так, изменение затрат на материалы в связи :

– с изменением объема производства продукции

$$\Delta \text{М}_{(q)} = M_0\, (i_q - 1);$$

– изменением удельного расхода материалов

$$\Delta\,\mathrm{M}_{(n)}=\mathrm{M}_0 i\ (i_n - 1);$$

– изменением цены на расходуемый материал

$$\Delta\mathrm{M}_{(p)} = \mathrm{M}_0 i_q i_n\ (i_p - 1).$$

Аналогичные зависимости справедливы и для агрегатных индексов.

В формуле мультипликативной индексной модели динамика товарооборота будет выражаться соотношениями:

$$I_Q = I_q I_p \text{ или } Q_1 = Q_0 I_q I_p, \text{ где } = Q = \sum q_0 \cdot p_0; \;\; Q = \sum q_1 p_1 .$$

Общий прирост товарооборота будет распределяться по факторам следующим образом:

$$\Delta Q_{(q)} = Q_0\ (I_q - 1);$$
$$\Delta Q_{(p)} = Q_0 \mathrm{I}_q\ (I_p - 1).$$

Примером мультипликативной индексной модели с большим числом факторов является изменение общей суммы материальных затрат на производство продукции. Сумма затрат зависит от количества выпущенной продукции (индекс I_q), удельных расходов (норм) материала на единицу продукции (индекс I_n) и цены на материалы (индекс I_p). Прирост общей суммы распределяется следующим образом:

$$\Delta\mathrm{M}_{(q)} = \mathrm{M}_0\ (I_q - 1);$$
$$\Delta\mathrm{M}_{(n)} = \mathrm{M}_0 I_q\ (I_n - 1);$$
$$\Delta\mathrm{M}_{(p)} = \mathrm{M}_0 I_q I_n\ (I_p - 1),$$

где $\mathrm{M}_0 = \Sigma q_0 n_0 p_0$, а величины индексов таковы:

– индекс увеличения суммы затрат в связи с изменением объемов производства продукции (индекс физического объема)

$$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot n_0 p_0}{\sum q_0 \cdot n_0 p_0};$$

– индекс изменения суммы затрат за счет изменения удельных расходов материала (индекс удельных расходов)

$$I_n = \frac{\sum q_1 \cdot n_1 p_0}{\sum q_1 \cdot n_0 p_0};$$

– индекс изменения общей суммы затрат, объясняемого изменением цен на материалы (индекс цен на материалы)

$$I_p = \frac{\sum q_1 \cdot n_1 p_1}{\sum q_1 \cdot n_1 p_0}.$$

Приведем формулы расчета некоторых наиболее употребительных агрегатных индексов:

– индекс изменения общей суммы затрат на производство продукции в зависимости от объема производства (q) и затрат на единицу (z):

$$I_{\text{c}} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_0} = \frac{\sum z_0 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_0} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_1} = I_q I_z;$$

– индекс изменение общего фонда оплаты труда в связи с изменением общей численности работающих (T) и заработной платы (f):

$$I_F = \frac{\sum f_1 \cdot T_1}{\sum f_0 \cdot T_0} = \frac{\sum f_0 \cdot T_1}{\sum f_0 \cdot T_0} = \frac{\sum f_1 \cdot T_1}{\sum f_0 \cdot T_1} = I_T I_f;$$

– индекс изменения объема продукции в связи с изменением численности работающих (T) и уровнем их выработки (W):

$$I_Q = \frac{\sum W_1 \cdot T_1}{\sum W_0 \cdot T_0} = \frac{\sum W_0 \cdot T_1}{\sum W_0 \cdot T_0} = \frac{\sum W_1 \cdot T_1}{\sum W_0 \cdot T_1} = I_T I_W;$$

– индекс изменения объема продукции в связи с изменением объема основных производственных фондов (Ф) и показателя эффективности их использования – фондоотдачи (Н):

$$I_Q = \frac{\sum \text{Н}_1 \cdot \text{Ф}_1}{\sum \text{Н}_0 \cdot \text{Ф}_0} = \frac{\sum \text{Н}_0 \cdot \text{Ф}_1}{\sum \text{Н}_0 \cdot \text{Ф}_0} = \frac{\sum \text{Н}_1 \cdot \text{Ф}_1}{\sum \text{Н}_0 \cdot \text{Ф}_1} = I_{\text{Ф}} I_{\text{Н}}.$$

Аналогично находят общие агрегатные индексы и по многим другим экономическим показателям. Нетрудно заметить, что используемые в приведенных формулах индексы I_{Q}, I_T, I_{Φ} составляются по методу индекса физического объема, а индексы I_Z, I_t, I_W, $I_{\text{н}}$ – по методу индекса цен. Таким образом, рассмотренная выше методика распределения общего прироста товарооборота полностью приложена к анализу прироста продукции, а изменения общих затрат – на производство, изменения общего фонда оплаты труда и т. д.

Помимо записи общих индексов в агрегатной форме на практике часто используют формулы расчета общих индексов как величин, средних из соответствующих индивидуальных индексов. В этом смысле общий индекс изучаемого явления рассматривается как результат изменения уровня данного явления у отдельных единиц совокупности и в процессе осреднения индивидуальных индексов веса подбирается таким, чтобы был возможен алгебраический переход от общего индекса в форме средней величины к общему индексу в агрегатной форме. И наоборот, агрегатная форма общего индекса позволяет выбрать взвешивающий показатель при расчете общего индекса в виде средней величины. Эти преобразования, как правило, не сложны. Например, индекс общего объема товарооборота может быть преобразован в форму средней арифметической взвешенной, когда определяется среднее значение из индивидуальных индексов товарооборота отдельных товарных групп: весами являются показатели объема товарооборота отдельных товарных групп в базисном периоде – p_0q_0:

$$I_Q = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{\sum i_p \cdot p_0 i_q q_0}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{\sum i_p \cdot i_q p_0 q_0}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{\sum i_Q \cdot p_0 q_0}{\sum p_0 \cdot q_0}.$$

Тот же индекс может быть записан в формуле средней гармонической величины:

$$I_Q = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum \left[\left(p_1 / i_p \right) \cdot \left(q_1 / i_q \right) \right]} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum \left(p_1 q_1 / i_Q \right)}.$$

Индекс изменения общей суммы товарооборота в связи с изменением количества проданных товаров (I_q – индекс физического объема) можно выразить как

$$I_q = \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_0 \cdot i_q q_0}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{\sum i_q \cdot p_0 q_0}{\sum p_0 \cdot q_0}.$$

В форме средней гармонической индекс физического объема практически никогда не используется.

Индекс изменения общей суммы товарооборота в связи с изменением цен на товары (I_p – индекс цен) может быть выражен в виде средней гармонической величины:

$$I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum \left(p_1 q_1 / i_p \right)}.$$

Тесты и задачи

1 Индексы позволяют соизмерить социально-экономические явления

а) в пространстве;

б) во времени;

в) в пространстве и во времени.

2 Индивидуальные индексы по методологии исчисления адекватны темпам роста:

а) да;

б) нет.

3 Сводные индексы позволяют получить обобщающую оценку изменения:

а) по товарной группе;

б) одного товара за несколько периодов.

4 Средний арифметический индекс разновидностью агрегатной формы индексов:

а) является;

б) не является.

5 В отдельных случаях средний гармонический индекс рассчитываться по средней гармонической невзвешенной:

а) может;

б) не может.

6 Средний гармонический индекс быть меньше минимального из осредняемых индивидуальных индексов:

а) да;

б) нет.

7 Индексы обладают свойством мультипликативности:

а) цепные с переменными весами;

б) цепные с постоянными весами;

в) базисные с переменными весами.

8 Цепные индексы с переменными весами индексами Пааше:

а) являются;

б) не являются.

9 Индексы переменного состава рассчитываются:

а) по товарной группе;

б) по одному товару.

10 Индекс переменного состава превышать индекс фиксированного состава:

а) может;

б) не может.

11 По имеющимся в таблице данным о цене на товар определите недостающие значения показателей:

Месяц	Цена, руб.	Индивидуальные индексы цен	
		цепные	базисные
Январь	?	?	100,0
Февраль	250	102,0	?

Март	?	?	104,5

12 Имеются следующие данные о реализации мясных продуктов на городском рынке:

Продукты	Сентябрь		Октябрь	
	Цена за 1 кг. руб.	Продано, т	Цена за 1 кг, руб.	Продано, т
Говядина	70	6,3	73	4.1
Баранина	62	1,8	64	1,2
Свинина	85	4,5	86	3,3

Рассчитайте сводные индексы цен, физического объема реализации и товарооборота.

13 Определите, как изменился физический объем реализации потребительских товаров предприятиями розничной торговли города в текущем периоде по сравнению с предшествующим, если товарооборот возрос на 12,3 %, а цены повысились на 3,7 %.

14 Имеются следующие данные о реализации молочных продуктов предприятиями розничной торговли:

Продукт	Товарооборот, млн руб.		Изменение цен в декабре по сравнению с ноябрем, %
	Ноябрь	Декабрь	
Молоко	9,7	6,3	+2,1
Сметана	4,5	4,0	+3,5
Творог	12,9	11,5	+4,2

Рассчитайте сводные индексы цен, товарооборота и физического объема реализации.

15 Имеются следующие данные о реализации картофеля на рынках города:

Рынок	Июль		Август	
	Цена за кг, руб.	Продано, ц	Цена за кг, руб.	Продано, ц
1	6,0	24,5	4,5	21,9
2	6,5	18,7	5,5	37,8
3	5,5	32,0	5,0	33,4

Рассчитайте: а) индекс цен переменного состава; б) индекс цен фиксированного состава; в) индекс структурных сдвигов.

10 Корреляционный анализ

Корреляционный анализ необходим для выбора (с учетом специфики и природы анализируемых переменных) подходящего измерителя статистической связи (коэффициент корреляции, корреляционное отношение, ранговый коэффициент корреляции и т. д.). Корреляционный анализ позволяет найти методы проверки того, что полученное числовое значение анализируемого измерителя связи действительно свидетельствует о наличии статистической связи. Наконец, он помогает определить структуру связей между исследуемыми k признаками x_1, x_2, …, x_k, сопоставив каждой паре признаков ответ («связь есть» или «связи нет»).

Корреляционный анализ количественных признаков. Одним из основных показателей взаимозависимости двух случайных величин является *парный коэффициент корреляции*, служащий мерой линейной статистической зависимости между двумя величинами. Этот показатель соответствует своему прямому назначению, когда статистическая связь между соответствующими признаками в генеральной совокупности линейна. То же самое относится к *частным и множественным коэффициентам* корреляции.

Парный коэффициент корреляции, характеризующий тесноту связи между случайными величинами x и y, определяется по формуле

$$p(x,y) = p = \frac{M\left[(x - Mx)(y - My)\right]}{\sigma_x \sigma_y},$$

где M_x и M_y – математические ожидания величин x и y, а σ_x и σ_y – их среднеквадратичные изменения.

Парный коэффициент корреляции изменяется в пределах от – 1 до +1, т. е. $-1 \le p \le +1$. При этом между величинами x и y связь функциональная (прямая – при $p = +1$ и обратная – при $p = -1$). Если же $p = 0$, то между величинами x и y линейная связь отсутствует и они называются *некоррелированными.*

Коэффициент корреляции, определяемый в таблице 25, относится к генеральной совокупности и как всякий параметр генеральной совокупности нам неизвестен. Его можно лишь оценить по результатам выборочных наблюдений.

Таблица 25 – **Содержательная интерпретация коэффициента корреляции**

Значение $p\,(x, y)$	Связь	Интерпретация связи
$p = 0$	Отсутствует	Отсутствует линейная связь между величинами x и y
$0 < p < 1$	Прямая	С увеличением x величина y в среднем увеличивается и наоборот
$-1 < p < 0$	Обратная	С увеличением x величина y в среднем уменьшается и наоборот
$p = +1$ $p = -1$	Функциональная	Каждому значению x соответствует одно строго определенное значение величины y и наоборот

Выборочный парный коэффициент корреляции, найденный по выборке объемом n, где (x_i, y_i) – результат i-го наблюдения ($i = 1,2, \dots n$), определяется по формуле

$$r_{xy} = r = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{S_x S_y},$$

в которой

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i;$$

$$\overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i;$$

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2};$$

$$S_y = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \overline{y}\right)^2}.$$

Формула симметрична, т. е. $r_{xy} = r_{yx} = r$,

$$r = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\,\overline{y}}{S_x S_y},$$

где $\overline{xy}$ – средняя арифметическая двух величин, т. е.

$$\overline{xy} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i .$$

Пример. На основании выборочных данных (таблица 26) о деятельности n = 6 коммерческих фирм оценить тесноту связи между прибылью (млн руб.) (y) и затратами на 1 руб. произведенной продукции (x).

Таблица 26 – **Исходные и расчетные данные для определения *r***

Номер наблюдения i	x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
1	96	0,22	21,12	9216	0,049
2	78	1,07	83,46	6084	1,145
3	77	1,00	77,00	5929	1,000
4	89	0,61	54,29	7921	0,372
5	81	0,78	63,18	6561	0,608
6	82	0,79	64,78	6724	0,624
Сумма	503	4,47	363,83	42435	3,798
Среднее значение	83,833	0,745	60,638	7072,5	0,633

Используя формулу: $r = \dfrac{\overline{xy} - \overline{x}\,\overline{y}}{S_x S_y}$, прежде всего определим s_x и s_y:

$$s = \sqrt{\overline{x^2} - (\overline{x})^2} = \sqrt{7072{,}5 - (83{,}833)^2} = 6{,}673;$$

$$s_y = \sqrt{\overline{y^2} - (\overline{y})^2} = \sqrt{0{,}633 - (0{,}745)^2 = 0{,}279},$$

тогда

$$r = \frac{60{,}638 - 83{,}833 \cdot 0{,}745}{6{,}673 \cdot 0{,}279} = -0{,}976.$$

Следовательно, между прибылью (y) и затратами на 1 руб. произведенной продукции (x) существует достаточно тесная обратная зависимость, т. е. фирмы с большей прибылью имеют, как правило, меньшие затраты на 1 руб. произведенной продукции.

Рассмотрим теперь на примере трехмерной генеральной совокупности (x_1, x_2, x_3) понятия и правила вычисления частных и множественных коэффициентов корреляции. Пусть каждый экономический объект, элемент генеральной совокупности характеризуется тремя показателями x_1, x_2 и x_3. Требуется по данным выборки объемом n из генеральной совокупности исследовать взаимосвязь между этими показателями.

В этом случае выборка объемом n будет представлять собой матрицу наблюдений X:

$$X = \begin{pmatrix} x_{11}\ x_{12}\ x_{13} \\ x_{21}\ x_{22}\ x_{23} \\ \dots\ \dots\ \dots \\ x_{i1}\ x_{i1}\ x_{i3} \\ \dots\ \dots\ \dots \\ \dots\ \dots\ \dots \\ x_{n1}\ x_{n2}\ x_{n3} \end{pmatrix}.$$

В ней каждая i-тая строка ($I = 1, 2, \dots, n$) характеризует i-й экономический объект, а столбец, например первый, содержит значение 1-го показателя для всех n объектов. По данным первого столбца матрицы X можно определить среднее значение $\bar{x}_1$ и выборочную дисперсию s_1^2 1-го показателя:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_{i1;} \quad s_1^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_{i1} - \bar{x}_i)^2.$$

Аналогичным образом определяются выборочные характеристики $\bar{x}_2, \bar{x}_3$ и s_2^2, s_3^2.

Рассчитаем выборочные парные коэффициенты корреляции r_{12}, r_{13}, r_{23}.

Частный коэффициент корреляции $p_{12/3}$ характеризует степень линейной зависимости между двумя величинами, например x_1 и x_2 при исключенном влиянии остальных величин, включенных в модель (в нашем случае – это x_3).

Выборочный частный коэффициент корреляции, как выборочный анализ $p_{12/3}$, определяется по формуле

$$r_{12/13} = r(x_1, x_2 / x_3) = \frac{r_{12} - r_{13}r_{23}}{\sqrt{(1 - r_{13}^2)(1 - r_{23}^2)}},$$

где r_{12}, r_{13}, r_{23} – выборочные парные коэффициенты корреляции.

В трехмерной модели имеются еще два частных коэффициента корреляции $r_{12/3}$ и $r_{23/1}$, которые рассчитываются аналогично. Мы имеем два коэффициента корреляции: парный r_{12} и частный $r_{12/3}$, которые характеризуют степень линейной зависимости между величинами x_1 и x_2. Однако, если парный коэффициент r_{12} оценивает степень зависимости на фоне влияния x_3, то частный коэффициент корреляции $r_{12/3}$ – при исключенном влиянии x_3.

Таким образом, частный коэффициент корреляции более точно характеризует степень линейной зависимости.

Частный коэффициент корреляции обладает всеми свойствами парного, т. е. изменяется в пределах от –1 до +1. Если частный коэффициент корреляции равен ±1, то связь между двумя величинами функциональная, а равенство его нулю свидетельствует о линейной независимости этих величин.

Множественный коэффициент корреляции, например $p_{12/3}$, характеризует степень линейной зависимости между величиной x_1 и остальными переменными (x_2, x_3), входящими в модель. Он изменяется в пределах от 0 до 1. Равенство его единице свидетельствует о функциональной зависимости между, например, x_1 и остальными переменными (x_2, x_3), входящими в модель, а равенство его 0 свидетельствует об отсутствии линейной зависимости между x_1 и переменными (x_2, x_3).

Выборочный множественный коэффициент корреляции, выборочный аналог генерального коэффициента $p_{1/23}$, можно выразить через парные коэффициенты:

$$r_{1/2,3} = \sqrt{\frac{r_{12}^2 + r_{13}^2 - 2r_{12}r_{13}r_{23}}{1-r}}.$$

В трехмерной модели имеются еще два множественных коэффициента корреляции $r_{2/13}$ и $r_{3/12}$, которые рассчитываются аналогично.

Квадрат коэффициента корреляции называют *коэффициентом детерминации.* При этом *множественный* коэффициент детерминации, например $r_{1/23}^2$, характеризует долю дисперсии x_1, объясняемую влиянием показателей x_2 и x_3. Например, если $r^2_{1/23} = 0{,}85$, то это свидетельствует, что 85 % дисперсии x_1 объясняется влиянием показателей x_2 и x_3, а 15 % дисперсии x_1 объясняется влиянием факторов, которые не вошли в модель.

Таким образом, коэффициент детерминации r_{xy}^2 характеризует долю дисперсии одной величины, например y, объясняемой влиянием фактора x.

Пример. Деятельность коммерческих фирм (n = 6) характеризуется тремя показателями: x_1 – прибыль (млн руб.), x_2 – затраты на 1 руб. произведенной продукции (коп./руб.) и x_3 – стоимость основных фондов (млн руб.). По данным таблицы 27 требуется определить частный $r_{12/3}$ и множественный $r_{1/23}$ коэффициенты корреляции.

Таблица 27 – **Исходные и расчетные данные**

Номер фирмы i	X_{i1}, млн руб.	X_{i2}, коп. руб.	X_{i3}, млн руб.	x_{i3}^2	$X_{i1}x_{i2}$	$X_{i1}x_{i3}$	$X_{i2}x_{i3}$

1	0,22	96	4,3	18,49	21,12	0,946	412,8
2	1,07	78	5,9	34,81	83,46	6,313	460,2
3	1,00	77	5,9	34,81	77,00	5,900	454,3
4	0,61	89	3,9	15,21	54,29	2,379	347,1
5	0,78	81	4,9	24,01	63,18	3,822	396,9
6	0,79	82	4,3	18,49	64,78	3,397	352,6
С у м м а	4,47	503	29,2	145,82	363,83	22,757	2423,9
С р е д н е е з н а ч е н и е	0,745	83,833	4,867	24,303	60,638	3,793	403,983

Воспользовавшись результатами решения, будем иметь: s_1 = 0,279; s_2 = = 6,673 и r_{12}= – 0,976.

Найдем $s_3 = \sqrt{\overline{x_3^2} - (\overline{x_3})^2} = \sqrt{24{,}303 - (4{,}867)^2} = 0{,}784$,

определим: $r_{13} = \dfrac{\overline{x_1 x_3} - \overline{x_1 x_3}}{s_1 s_3} = \dfrac{3{,}793 - 0{,}745 \cdot 4{,}867}{0{,}279 \cdot 0{,}784} = 0{,}764$,

$$r_{23} = \frac{\overline{x_2 x_3} - \overline{x_2 x_3}}{s_2 s_3} = \frac{403{,}983 - 83{,}833 \cdot 4{,}867}{6{,}6730{,}784} = -0{,}771.$$

Частный коэффициент корреляции

$$r_{12/3} = \frac{r_{12} - r_{13} r_{23}}{\sqrt{(1 - r_{13}^2)(1 - r_{23}^2)}} = \frac{-0{,}976 - 0{,}764 \cdot (-0{,}771)}{\sqrt{(1 - 0{,}764^2)(1 - 0{,}774^2)}} = -0{,}948.$$

Сравнивая значения парного r_{12}= – 0,976 и множественного $r_{12/3}$= – 0,948 коэффициентов корреляции, можно утверждать, что x_3 слабо влияет на степень зависимости между величинами x_1 и x_2.

Определим теперь множественный коэффициент корреляции:

$$r_{1/23} = \sqrt{\frac{r_{12}^2 + r_{13}^2 - 2 r_{12} r_{13} r_{23}}{1 - r_{23}^2}} = \sqrt{\frac{(-0{,}976)^2 + 0{,}764^2 - 2 \cdot 0{,}976 \cdot 0{,}764 \cdot 0{,}771}{1 - (-0{,}771)^2}} = 0{,}976 .$$

Корреляционный анализ порядковых переменных: ранговая корреляция. Порядковая переменная позволяет упорядочивать статистически исследованные объекты по степени появления в них анализируемого свойства. К порядковым переменным обращаются в ситуациях, когда количественно измерить данную степень проявления свойства невозможно или когда измерения рассматриваются как вспомогательное средство для последующего ранжирования рассматриваемых объектов.

Под ранговой корреляцией понимается статистическая связь между порядковыми переменными. Речь идет об измерении статистической связи между двумя или несколькими ранжировками одного и того же конечного множества объектов $O_1, O_2, \ldots O_n$.

Ранжировкой называют расположение объектов в порядке убывания степени проявления в них *k*-го изучаемого свойства. В этом случае $x_i^{(k)}$ называют рангом *i*-го объекта по *k*-му признаку. Ранг характеризует порядковое место, которое занимает объект O_i в ряду *n* объектов.

В случаях неразличимости рангов используют «объединенные» (или «связные») ранги. Всем «связным» рангам присваивается один и тот же ранг, равный средней арифметической от рангов, входящих в данную группу. Например, если в ранжировке объекты, находящиеся на 3–6-м местах, неразличимы по данному признаку, то каждому из них присваивается ранг, равный $\frac{3+4+5+6}{4}=4{,}5,$ т. е. мы получим последовательность: 4,5; 4,5; 4,5; 4,5.

Пример. Два эксперта проранжировали 10 предложенных проектов реорганизации с точки зрения их эффективности. Ранжировка 1-го эксперта: (1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10). Ранжировка 2-го эксперта: (2; 3; 1; 4; 6; 5; 9; 7; 8; 10). Вычисления дают результат:

$$r_{12}^{(s)}=1-\frac{6}{1000-10}(1+1+2^2+0+1+1+2^2+1+1+0)=1-\frac{6}{990}\cdot 14=0{,}915\ ,$$

что свидетельствует о положительной ранговой связи между переменными.

Метод наименьших квадратов. Согласно ему минимизируется квадрат отклонения наблюдаемых значений результативного показателя

y_i (I = 1,2, … ,n) от модельных значений $\tilde{y}_I = f(x_i)$, где x_i – значение вектора аргументов в *i*-м наблюдении:

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - f(x_i))^2 \to \min\ .$$

Получаемая регрессия называется *среднеквадратической.*

Метод наименьших модулей. Согласно ему минимизируется сумма абсолютных отклонений наблюдаемых значений результативного показателя от модульных значений $\tilde{y}_I = f(x_i)$. И получаем *среднеабсолютную медианную регрессию* $\sum_{i=1}^{n}\left|y_i - f(x_i)\right| \to \min$.

Регриссионным анализом называется метод статистического анализа зависимости случайной величины y от переменных x_j (j = 1, 2, … k), рассматриваемых в регрессионном анализе как неслучайные величины, независимо от истинного закона распределения x_j.

Двумерное линейное уравнение регрессии. Пусть на основании анализа исследуемого явления предполагается, что в «среднем» y есть линейная функция от x, т. е. имеет уравнение регрессии

$$\tilde{y} = M(y/x) = \beta_0 + \beta_1 x,$$

где $M(y/x)$ – условное математическое ожидание случайной величины y при заданном x;

β_0 и β_1 – неизвестные параметры генеральной совокупности, которые над лежит оценить по результатам выборочных наблюдений.

Предположим, что для оценки параметров β_0 и β_1 из двухмерной генеральной совокупности (x, y) взята выборка объемом n, где (x_i, y_i) результат i-го наблюдения (I = 1, 2, …, n). В этом случае модель регрессионного анализа имеет вид:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon_i,$$

где ε_i – независимые нормально распределенные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2, т. е. $M_{\varepsilon i} = 0$; $D_{\varepsilon i} = \sigma^2$ для всех I = 1, 2, …, n.

Согласно методу наименьших квадратов в качестве оценок неизвестных параметров β_0 и β_1 следует брать такие значения выборочных характеристик b_0 и b_1, которые минимизируют сумму квадратов отклонений значений результативного признака y_i от условного математического ожидания $\tilde{y}_I$, т. е. 9,16.

Пример. По данным годовых отчетов десяти (n = 10) машиностроительных предприятий провести регрессионный анализ зависимости производительности труда y (тыс. руб. на чел.) от объема производства x (млн руб.). Предполагается, что уравнение регрессии линейно и имеет вид $\tilde{y} = \beta_0 + \beta_1 x$. Исходные данные для анализа представлены в таблице 28.

Решение. Учитывая, что $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 666{,}5$, получим:

$$b_1 = \frac{666{,}5 - \frac{1}{10} \cdot 75 \cdot 61.5}{835 - \frac{1}{10}(75)^2} = \frac{205{,}25}{272{,}5} = 0{,}753; \quad b_0 = 6{,}15 - 0{,}753 \cdot 7{,}5 = 0{,}502..$$

Таблица 28 – **Исходные данные для расчета**

Номер предприятия i	y_i	x_i	x_i^2	$(x_i-\overline{x_i})^2$	$\hat{y}_i$	$e_i = y_i - \hat{y}_i$	$\overline{\delta_i}$
1	2,1	3	9	20,25	2,77	– 0,67	– 31,9
2	2,8	4	16	12,25	3,52	– 0,72	– 25,7
3	3,2	5	25	6,25	4,27	– 1,07	– 33,4
4	4,5	5	25	6,25	4,27	0,23	5,1
5	4,8	5	25	6,25	4,27	0,53	11,0
6	4,9	5	25	6,25	4,27	0,63	12,9
7	5,5	6	36	2,25	5,02	0,48	8,7
8	6,5	7	49	0,25	5,77	0,73	11,2
9	12,1	15	225	56,25	11,75	0,35	2,9
10	15,1	20	400	156,25	15,50	– 0,4	– 2,6
Сумма	61,5	75	835	272,5	–	–	–
Среднее значение	6,15	7,5	83,5	–	–	–	–

Таким образом, оценка уравнения регрессии будет иметь вид:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x .$$

После подстановки окончательно получим:

$$\hat{y} = 0{,}502 + 0{,}753 x.$$

Из уравнения регрессии следует, что при увеличении объема производства на единицу его измерения производительность труда в среднем увеличивается на 0,753 тыс. руб.

Для интерполяции модели можно также воспользоваться коэффициентом эластичности, значение которого $e_i = b_i \dfrac{\overline{x}}{\overline{y}} = 0{,}753 \dfrac{7{,}5}{6{,}15} = 0{,}918$ показывает, что при увеличении объема производства x на 1 % производительность труда y в среднем увеличится на 0,918 %.

Перейдем к статистическому анализу полученного уравнения регрессии и рассчитаем исправленную выборочную дисперсию S^2, абсолютные $e_i = y_i - \hat{y}_i$ и относительные $\delta_i = \dfrac{e_i}{y_i} \cdot 100$ % ошибки аппроксимации. Выборочная дисперсия

$$S^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2 = 0{,}486 .$$

Теперь среднюю относительную ошибку аппроксимации определим по формуле:

$$\overline{\delta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |\delta_i| = \frac{1}{10} \cdot 145{,}4 = 14{,}54 \text{ \%},$$

где $|\delta_i|$ – абсолютное значение относительной ошибки аппроксимации. Среднее значение относительной ошибки 14,54 % говорит о том, что наша модель достаточно хорошо согласуется с исходными данными.

Самую низкую эффективность по производительности труда, как следует из таблицы 27, имеет третье предприятие. У этого предприятия производительности труда y_3 = 3,2 тыс.руб. на человека, что на 33,4 % ниже того, что имело бы «среднее» предприятие с объемом производства x_3 = 5,0 млн руб.

Лучшим по критерию производительности труда является шестое предприятие, у которого этот показатель на 12,9 % выше среднего значения по совокупности рассматриваемых предприятий при x_5 = 5.

Тесты и задачи

1 Парный коэффициент корреляции изменяется в пределах:

а) $0 \le p_{xy} \le 1$;

б) $-1 \le p_{xy} \le 1$;

в) $-\infty < p_{xy} < +\infty$;

г) $0 \le p_{xy} < \infty$.

2 Множественный коэффициент корреляции изменяется в пределах:

а) $0 \le p_{y/xz} \le 1$;

б) $-1 \le p_{y/xz} \le 1$;

в) $-\infty \le p_{y/xz} < +\infty$;

г) $0 < p_{y/xz} < \infty$.

3 Коэффициент детерминации между *x* и *y* характеризует:

а) долю дисперсии *y*, обусловленную влиянием не входящих в модель факторов;

б) долю дисперсии *y*, обусловленную влиянием *x*;

в) долю дисперсии *x*, обусловленную влиянием не входящих в модель факторов;

г) направление зависимости между *x* и *y*.

4 Парный коэффициент корреляции между факторами равен 1. Это означает:

а) наличие нелинейной функциональной связи;

б) отсутствие связи;

в) наличие функциональной связи;

г) отрицательную линейную связь.

5 На основании 20 наблюдений выяснено, что выборочная доля дисперсии случайной величины *y*, вызванной вариацией *x*, составит 64 %. Выборочный парный коэффициент корреляции:

а) 0,64;

б) 0,36;

в) 0,8;

г) 0,8 или – 0,8.

6 Уравнение регрессии имеет вид $\tilde{y}$ = 5,1–1,7*x*. При увеличении *x* на одну единицу своего измерения:

а) увеличится на 1,7;

б) не изменится;

в) уменьшится на 1,7;

г) увеличится на 3,4.

7 Согласно методу наименьших квадратов в качестве оценок параметров β_0 и β_1 следует использовать такие значения b_0 и b_1, которые минимизируют сумму квадратов отклонений:

а) фактических значений зависимой переменной от ее среднего значения;

б) фактических значений объясняемой переменной от ее среднего значения;

в) расчетных значений зависимой переменной от ее среднего значения;

г) фактических значений зависимой переменной от ее расчетных значений.

8 В среднем процент изменения результативного показателя *y* при увеличении аргумента *x* на 1% указывает:

а) бета-коэффициент;

б) коэффициент эластичности;

в) коэффициент детерминации;

г) коэффициент регрессии.

9 С целью исследования зависимости усушки формового хлеба (*y*) от продолжительности хранения (*x*) было проведено *n* = 5 наблюдений.

Продолжительность хранения (*x*) (*y*)	1	3	6	8	10
Усушку, % к массе горячего хлеба	1,6	2,4	2,8	3,2	3,3

В предложении о линейной зависимости *y* от *x* требуется:

а) вычислить оценки b_0 и b_1 параметров уравнения регрессии $y = b_0$ =

$= b_1x$;

б) построить на графике поле корреляции и уравнение регрессии.

10 Какие из следующих формул минимизируются в методе наименьших квадратов?

а) $\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_i)^2$;

б) $\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2$;

в) $\sum_{i=1}^{n}\left|y_i - \overline{y}\right|$;

г) $\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_i)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 *Годин, А. М.* Статистика: учеб. / А. М. Годин – М., 2004. – 350 с.

2 *Мхитарян, В. С.* Статистика: учеб. / В. С. Мхитарян. – М., 2003. – 400 с.

3 *Харламов, А. И.* Общая теория статистики : Статистическая методология изучения коммерческой деятельности : учеб. / А. И. Харламов, О. Э. Башина ; под ред. А. А. Спирина, О. Э. Башина. – М. : Финансы и статистика,1995. – 140 с.

4 *Ефимова, М. Р.* Общая теория статистики / М. Р. Ефимова, В. М. Рябцев. – М. : Финансы и статистика, 1991. – 205 с.

5 *Ряузов, Н. Н.* Общая теория статистики / Н. Н. Ряузов. – М., 1984. – 120 с.

6 *Овсиенко, В. Е.* Сборник задач по общей теории статистики / В. Е. Овсиенко, Н. Б. Голованова, Ю. Г. Королев. – М. : Финансы и статистика, 1986. – 320 с.
7 Общая теория статистики / Т. В. Рябушкин [и др.].– М: Статистика, 1981. – 340 с.
8 Практикум по общей теории статистики / под ред. проф. Н. Н. Ряузова. – М. : Финансы и статистика,1981. – 370 с.
9 *Вербицкая, Е. Н.* Учебно-методическое пособие по курсу «Статистика» для студентов экономических специальностей. В 3 ч. Ч. 1. Общая теория статистики / Е. Н. Вербицкая. – Минск : БГЛА, 1994. – 361 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
(*обязательное*)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПО ДИСЦИПЛИНЕ «СТАТИСТИКА»

1 Предмет и метод статистики

Статистика как общественная наука. Ее возникновение и развитие.

Предмет статистической науки. Использование в экономических исследованиях приемов математической статистики. Закон больших чисел и его значение в статистике. Статистическая закономерность как форма проявления закономерностей массовых процессов. Статистическая совокупность. Единица совокупности. Признаки единиц совокупности. Классификация признаков. Статистический показатель.

2 Статистическое наблюдение

Статистическое наблюдение – первая стадия статистического исследования. Достоверность статистических данных – основное требование научной статистики.

Основные организационные формы статистического наблюдения. Отчетность и специальные статистические обследования. Виды статистического наблюдения по моменту регистрации наблюдаемых фактов, по охвату единицы наблюдаемого объекта. Виды несплошного наблюдения. Способы статистического наблюдения. Объект и единицы наблюдения. Программа наблюдения. Переписи и их организация. Программа и организация переписи населения. Ошибки наблюдения.

3 Сводка и группировка статистических материалов

Задачи сводки, ее основное содержание. Задачи группировки и их значение в статистическом исследовании. Виды группировок в анализе взаимосвязи общественных явлений, комбинированные группировки. Группировки по атрибутивным признакам. Группировка по количественным признакам. Статистические ряды и таблицы. Ряды распределения, принципы их построения и использования. Атрибутивные и вариационные ряды распределения. Статистическая таблица и ее элементы. Виды статистических таблиц. Правила построения статистических таблиц.

4 Абсолютные и относительные величины

Абсолютные и относительные величины в статистике. Виды абсолютных величин. Единицы измерения и их выбор. Показатели интенсивности .

Выбор базы при исчислении относительных величин.

5 Графический способ изображения статистических данных

Основные элементы графика. Виды графических изображений и способы их построения

6 Средние величины

Средняя, ее сущность и определение. Виды и формы средних. Средняя арифметическая. Средняя гармоническая. Мода и медиана. Значение и способы расчета.

7 Выборочное наблюдение

Теоретические основы выборки. Виды выборки. Способы распространения данных выборочного наблюдения на генеральную совокупность. Ряды динамики. Виды рядов динамики. Аналитические показатели ряда динамики.

8 Ряды динамики

Виды рядов динамики. Уровень ряда динамики. Средний уровень и приемы его вычисления. Абсолютный прирост уровня и средний абсолютный прирост. Темпы роста и прироста. Способ скользящей средней. Изучение сезонных колебаний.

9 Индексы

Индексы. Их сущность и определение. Индивидуальные и общие индексы.

Агрегатный индекс как основная форма общего индекса. Средний арифметический и гармонический индексы, тождественные агрегативному. Взаимосвязи индексов и выявление с их помощью роли отдельных факторов динамики сложных явлений.

10 Корреляционный анализ

Определение формы связи. Задачи корреляционного анализа. Выбор формы связи. Уравнение регрессии как форма аналитического выражения статистической связи. Выбор уравнения. Показатели тесноты связи. Применение дисперсионного анализа при проведении значимости корреляционной связи. Многофакторный корреляционно-регрессионный анализ, его применение.

Вопросы для самоконтроля

1 Содержание предмета статистики. Задачи статистики.

2 Статистическая методология. Статистическое наблюдение, сводка, анализ.

3 Статистическое наблюдение, его сущность и задачи. Требования, предъявляемые к статистическому наблюдению. Ошибки статистического наблюдения.

4 План наблюдения, его значение, составные элементы.

5 Форма и виды статистического наблюдения.

6 Сплошные и несплошные наблюдения и их применение в практике специальных статистических наблюдений. Способы организации наблюдения.

7 Специально организованное статистическое наблюдение (переписи, единовременные учеты, специальное обследование).

8 Сводка материалов статистического наблюдения, ее задачи и основное содержание.

9 Группировка – основа научной разработки материалов статистического наблюдения. Виды и основные задачи группировок.

10 Классификация группировочных признаков. Основные правила образования групп по количественным признакам.

11 Статистические ряды распределения, их виды. Графики рядов распределения.

12 Статистические таблицы, их виды. Простые (перечневые) таблицы. Групповые и комбинационные таблицы.

13 Основные правила составления таблиц.

14 Графики, их значение и виды. Правила построения графиков.

15 Виды статистических величин: абсолютное, относительное, среднее. Их применение в экономическом анализе. Абсолютные величины, их значение и виды.

16 Относительные величины, их виды и формы выражения.

17 Средние величины, их сущность, значение. Основные правила применения средних в статистике. Правила мажорантности средних.

18 Средняя арифметическая (простая и взвешенная). Ее свойства.

19 Взвешенные средние. Веса, их значение. Выбор весов. Способ моментов при расчете средних величин.

20 Структурное среднее: мода, медиана, квартили, децили. Принципы выбора средних величин.

21 Понятие вариации. Показатели вариации: размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия, среднеквадратическое отклонение.

22 Свойства дисперсии, позволяющие упростить расчеты. Показатели относительного рассеивания: коэффициент осцилляции, относительное линейное отклонение, коэффициент вариации.

23 Виды дисперсий, закон сложности дисперсий. Дисперсия альтернативного признака.

24 Понятие о выборочном наблюдении и его задачах. Генеральная и выборочная совокупность. Доля и средняя.

25 Понятие об ошибке выборки. Способы расчета средней ошибки выборки. Проверка типичности выборочных данных и способы их распространения.

26 Предельная ошибка выборки. Расчет необходимой численности выборки.

27 Способы образования выборочных совокупностей.
28 Понятие о закономерности распределения. Тип закономерностей распределения.
29 Выравнивание фактического распределения по кривой нормального распределения. Критерий согласия.
30 Ассиметрия распределения и эксцесс.
31 Ряды динамики, их виды. Сопостовимость в рядах динамики.
32 Расчет среднего уровня в рядах динамики.
33 Показатели анализа рядов динамики. Средние показатели в рядах динамики.
34 Сравнительный анализ рядов динамики одноименных величин. Приведение рядов динамики к общему основанию.
35 Приемы обработки рядов динамики (укрупнение интервалов, сглаживание методом скользящей средней).
36 Аналитическое выравнивание ряда динамики. Типы развития и соответствующие им уравнения функций.
37 Синтезирование трендовой модели на основе уравнения прямой. Показатели адекватности математической функции в рядах динамики.
38 Интерполяция и экстрополяция в рядах динамики.
39 Изучение сезонных колебаний. Способы расчета индекса сезонности График сезонной волны и правила его построения.
40 Индексный метод в статистических исследованиях. Классификация индексов. Индивидуальные индексы и общие индексы.
41 Принципы построения агрегатных индексов. Преобразование агрегатного индекса в среднеарифметический индекс. Преобразование агрегатного индекса в среднегармонический индекс.
42 Индексы с постоянными и переменными весами.
43 Индексный метод анализа факторов динамики. Изучение влияния структурных сдвигов с помощью индексов.
44 Территориальные индексы.
45 Виды взаимосвязей, изучаемых в статистике. Задачи корреляционного анализа. Метод аналитических группировок.
46 Показатели тесноты корреляционной связи.
47 Нахождение теоретической формы связи в корреляционном анализе.
Критерий адекватности математических функций в корреляционном анализе.
48 Проверка типичности параметров уравнения регрессии и значимости коэффициента и индекса корреляции.
49 Множественная корреляция.
50 Анализ коэффициентов регрессии. Совокупный коэффициент множественной корреляции.
51 Непараметрические методы оценки корреляционной связи показателей.

Учебное издание

БЫЧЕНКО Ольга Григорьевна
ХУРСА Светлана Митрофановна

Общая теория статистики

Учебно-методическое пособие
для студентов экономических специальностей

Редактор М. П. Дежко
Технический редактор В. Н. Кучерова
Корректор Т. М. Ризевская

Подписано в печать 29.02.2008 г. Формат $60x84^{1}/_{16}$.
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 7,67. Уч.-изд. л. 7,32. Тираж 400 экз.
Зак. № 2137. Изд. № 4221.

Издатель и полиграфическое исполнение
Белорусский государственный университет транспорта:
ЛИ № 02330/0133394 от 19.07.2004 г.
ЛП № 02330/0148780 от 30.04.2004 г.
246653, г. Гомель, ул. Кирова, 34.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Абрютина, М. С**. Экономический анализ деятельности торгового предприятия : учеб. пособие / М. С. Абрютина. – М. : Изд-во "Дело и Сервис", 2000. – 512 с.

2 **Абрютина, М. С.** Экономический учет и анализ деятельности предприятий // Вопросы статистики / М. С. Абрютина. – 2000. – № 11. – С. 7.

3 **Абрютина, М. С.** Анализ финансово-экономической деятельности предприятия / М. С. Абрютина, А. В. Грачев. – М. : Дело и Сервис, 2000. – 300 с.

4 Анализ производственно-финансовой деятельности железной дороги : учеб. пособие для вузов / Л. Г. Газитуллина [и др.]. – Минск : Выш. шк., 1989. – 189 с.

5 Анализ хозяйственной деятельности в промышленности / под ред. В. И. Стражева. – Минск: Выш. шк., 2003. – 180 с.

6 Анализ экономики / под ред. В. Е. Рыбалкина. – М. : Международные отношения, 1999. – 304 с.

7 Анализ хозяйственной деятельности : пособие по написанию курсовых работ для студентов специальностей «Бухгалтерский учет, анализ и аудит», «Финансы и кредит» / авт.-сост. : Я. Ф. Красикова [и др.]. – Гомель : ГКИ, 2001. – 64 с.

8 **Артеменко, М. С.** Финансовый анализ / М. С. Артеменко, М. В. Беллендир. – М. : Изд-во "Дело и Сервис", 1999. – 160 с.

9 **Астафьева, В. А.** Модели прогнозирования финансовых показателей деятельности кооперативного предприятия / В. А. Астафьев, А. В. Медведев // Формирование национальной экономики Республики Беларусь и механизм ее функционирования: сб. тр. молодых ученых. – Минск : БГЭУ, 1999. – 250 с.

10 **Астринский, Д**. Экономический анализ финансового положения предприятия / Д. Астринский, В. Наян. // Экономист. – 2000. – № 12. – С. 7.

11 **Бернстайн, Л. А**. Анализ финансовой отчетности: теория, практика и интерпретация / Л. А. Бернстайн ; пер. с англ. – М. : Финансы и статистика, 1996. – 624 с.

12 **Баканов, М. И**. Теория экономического анализа : учеб. / М. И. Баканов, М. В. Мельник, А. Д. Шеремет. – М. : Финансы и статистика, 2006. – 420 с.

13 **Бердникова, Т. Б**. Анализ и диагностика финансово-хозяйственной деятельности предприятия : учеб. пособие / Т. Б. Бердникова. – М. : ИНФРА-М, 2005. – 215 с.

14 **Бланк, И. А**. Финансовый менеджмент. Учебный курс / И. А. Бланк. – Киев : Ника Центр, 1999. – 528 с.

15 **Богатко, А. А**. Основы экономического анализа хозяйствующего субъекта. – М. : Финансы и статистика, 2000. – 208 с.

16 **Бланк, И. А.** Управление денежными потоками / И. А. Бланк. – Киев : Ника-центр : Эльта, 2002. – 420 с.

17 **Быченко, О. Г**. Анализ хозяйственной деятельности предприятия: пособие по выполнению курсовых работ для студентов безотрывной формы обучения специальности «Экономика и управление на предприятии» / О. Г. Быченко, С. М. Хурса. – Гомель : БелГУТ, 2002. – 32 с.

18 **Винниченко, Н. Г**. Анализ хозяйственной деятельности железных дорог / Н. Г. Винниченко. – М. : Транспорт, 1982. – 89 с.

19 **Витченко, М. Н**. Анализ финансово-хозяйственной деятельности предприятий железнодорожного транспорта : учеб. для техникумов и колледжей ж.-д. трансп. – М. : Маршрут. 2003. – 240 с.

20 **Гранатуров, В. М**. Экономический риск: сущность, методы измерения, пути снижения / В. М. Гранатуров. – М. : Дело и Сервис, 1999. – 112 с.

21 **Донцова, Л. Б**. Комплексный анализ бухгалтерской отчетности / Л. Б. Донцова, Н. А. Никифорова. – М. : Дело и Сервис, 1999. – 304 с.

22 **Елисеева, Г. П**. Система информационного обеспечения управления : учеб. пособие / Г. П. Елисеева. – Минск, 1999. – 102 с.

23 **Ермолович, Л. Л.** Анализ финансово-хозяйственной деятельности предприятия учеб.-практ. пособие / Л. Л. Ермолович. – М. : БГЭУ, 1997. – 329 с.

24 **Ефимова, М. Р**. Общая теория статистики / М. Р. Ефимова. – М. : Инфра-М, 2000. – 416 с.

25 **Ефимова, О. В**. Финансовый анализ / О. В. Ефимова. –3-е изд. перераб. и доп. – М. : Изд-во «Бухгалтерский учет», 1999. – 352 с.

26 **Зверович, С. Л**. Методики учета финансовых результатов на предприятиях сферы обращения / С. Л. Зверович // Бухгалтерский учет и анализ. – 2000. – № 5. – С. 10.

27 **Иваненко, А. Ф**. Анализ хозяйственной деятельности на железнодорожном транспорте : учеб. для вузов ж-д. трансп. / А. Ф. Иваненко. – М. : Маршрут, 2004. – 568 с.

27 **Ковалев, А. И**. Анализ финансового состояния предприятия /А. И. Ковалев, В. П. Привалов. – М. : Центр экономики и маркетинга, 2000. – 208 с.

28 **Ковалев, В. В.** Финансовый анализ / В. В. Ковалев. – М. : Финансы и статистика, 2000. – 512 с.

29 **Ковалев, В. В**. Анализ хозяйственной деятельности предприятия / В. В. Ковалев, О. Н. Волкова. – М. : ПБОЮЛ, 2000. – 424 с.

30 **Ковалев, В. Е.** Как читать баланс / В. В. Ковалев, В. В. Патров. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Финансы и статистика, 2002. – 448 с.

31 **Коровин, А. В**. Особенности финансового анализа в аудита / А. В. Коровин // Финансы. – 2000. – № 8. – С. 5.

32 **Кравченко, Л. И.** Анализ хозяйственной деятельности в торговле : учеб. для вузов. – Минск : Новое знание, 2005. – 430 с.

33 **Кравченко, Л. И.** Методика анализа собственного капитала предприятия Л. И. Кравченко // Бухгалтерский учет и анализ. – 1998. – № 7. – С. 12.

34 **Крейнина, М. Н**. Финансовый менеджмент : учеб. пособие / М. Н. Крейнина. – М. : ИКЦДиС, 1998. – 304 с.

35 **Любушин, Н. П**. Анализ финансово-экономической деятельности предприятия / Н. П. Любушкин, В. Б. Лицева, В. Г. Дьякова. – М. : ЮНИТИ, 2004. – 300 с.

36 Основы финансового менеджмента на предприятии / В. М. Марочкина ; под ред. В. М. Марочкиной. – Минск : БГЭУ, 2000. – 115 с.

37 **Михайлова-Станюта, И. А.** Оценка финансового состояния предприятия / Л. А. Ковалев, О. Л. Шулейко. – Минск : Навука и тэхника, 1994. – 199 с.

38 **Негашев, Е. В.** Анализ финансового состояния предприятия в условиях рынка / Е. В. Негашев. – М. : Высш. шк., 1997. – 250 с.

39 **Петрова, Е. В**. Статистика автомобильного транспорта / Е. В. Петрова, О. И. Ганченко. – М. : Финансы и статистика, 1997. – 240 с.

40 **Прыкин, Б. В**. Экономический анализ предприятия / Б. В. Прыкин. – М. : Юнити-Дана, 2000. – 360 с.

41 **Радионов, Я. В***:* Основы финансового анализа / Я. В. Радионов, С. Я. Радионова. – СПб. : Альфа, 1999. – 592 с.

42 **Ришар, Ж.** Аудит и анализ хозяйственной деятельности предприятия / под ред. А. П. Белых ; пер. с франц. – М. : ЮНИТИ, 1997. – 375 с.

43 **Русак, Н. А.**. Финансовый анализ субъекта хозяйствования / Н. А. Русак, В. А Русак. – Минск : Выш. шк., 1997. – 309 с.

44 **Савицкая, Г. В.** Анализ хозяйственной деятельности предприятий АПК / Г. В. Савицкая. – Минск : Новое знание, 2005. – 260 с.

45 **Савицкая, Г. В**. Анализ хозяйственной деятельности / Г. В. Савицкая. – М. : ИНФРА-М, 2006. – 288 с .

46 **Савицкая, Г. В.** Анализ эффективности деятельности предприятия : методологические аспекты / Г. В. Савицкая. – 2-е изд., испр. – М. : Новое знание, 2004. – 160 с.

47 **Самбук, Г. П**. Особенности учета и экономического анализа на малых предприятиях транспорта / Г. П. Самбук, О. Г Быченко // Бухгалтерский учет и анализ. – 2000. – № 7. – С. 11–13.

48 **Самуэлъсон, П.** Экономика / П. Самуэльсон, В. Нордхаус. – М. : Изд. дом «Вильяме», 2000. – 88 с.

49 **Титов, В. И**. Анализ и диагностика финансово-хозяйственной деятельности предприятия : учеб. / В. И. Титов. – М. : Издательско-торговая корпорация «Дашков », 2005. – 352 с.

50 **Титов, С. Ю**. Особенности использования финансового анализа в текущем управлении предприятием / С. Ю. Титов / Вестник Моск. ун-та. Сер. 6. Экономика. – 2000. – № 1. – С. 13–20.

51 **Томас, Р**. Количественные методы анализа хозяйственной деятельности / Р. Томас. – М. : Изд-во «ДиС», 1999. – 290 с.

52 Финансовый менеджмент: учеб. / под ред. Г. Б. Поляка. – М. : Финансы, ЮНИТИ, 1997. – 200 с.

53 Финансовый менеджмент : практикум: учеб. пособие для вузов / Л. А. Бурмистрова [и др.] ; под ред. Я. Ф. Самсонова. – М. : ЮНИТИ-Дана, 2000. – 269 с.

54 Финансовый менеджмент : учеб. для вузов / под ред. Я. Ф. Самсонова. – М.: Финансы, 2000. – 495 с.

55 **Ченг, Ф. М**. Финансы корпораций: теория, методы и практика / Ф. М. Ченг, Джозеф, И. Финерти ; пер. с англ. – М. : Инфра-М, 2000. – 686 с.

56 Финансы, деньги, кредит : учеб. / под ред. О. В. Соколовой. – М. : Юрист, 12000. – 784 с.

57 Финансы : учеб. для вузов / под ред. М. В. Романоеского, В. Врублевской, Б. М. Сабанти. – М. : Юрайт, 2000. – 520 с.

58 **Хил Лауренти, А. М.** Финансовый анализ в условиях неопределенности / А. М. Хил Лауренти ; под ред. Е. И. Велесько, В. В. Краснопрошина, В. В. Лепешинкого ; пер. с исп. – Минск, 1998. –150 с.

59 **Хелферт Э.** Техника финансового анализа / Э. Хелферт ; под ред. Л. П. Белых. – М. : Аудит, 1996. – 663 с.

60 **Хеддервик, К**. Финансовый и экономический анализ деятельности предприятий / К. Хеддервик ; под ред. Ю. Н. Воропаева. – М. : Финансы и статистика, 1996. – 150 с.

61 **Четыркин, Е. М**. Финансовый анализ производственных инвестиций / Е. М. Четыркин. – М. : Дело, 98. – 256 с.

62 **Чернов, В. А**. Экономический анализ / В. А. Чернов. – М. : ЮНИТИ, 2003 – 100 с.

63 **Шеремет, А. Д**. Методика финансового анализа деятельности коммерческих организаций / А. Д. Шеремет, Е. В. Негашев. – М. : ИНФРА, 2006. – 190 с.

64 **Шургалина И. Н**. Финансово-экономическое состояние предприятия: практ. пособие / И. Н. Шургалина. – М., 1999. – 300 с.

65 Экономический анализ / под ред. Л. Т. Гиляровской. – М. : ЮНИТИ, 2004. – 290 с.

66 Экономический анализ: ситуации, тесты, примеры, задачи, выбор оптимальных решений, финансовое прогнозирование : учеб. пособие / под ред. М. И. Баканоева, А. Д. Шеремета. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 656 с.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Годин А.М. Статистика: Учебник.- Москва, 2004.
2. Мхитарян В.С. Статистика: Учебник. – Москва, 2003.
3. Спирин А.А., Башина О.Э. Общая теория статистики: Финансы и статистика. -1995.